

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Išplėstinis kursas

Pakartotinė sesija

2026 m. liepos 13 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo identifikavimo kodą, grupę ir vietą (eilės numerį protokole) ir pasirašykite.**
3. Per egzaminą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu rašikliu, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei esate tikri dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai arba mėlynai** rašančiu rašikliu tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (ar) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
9. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
10. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.
Linkime sėkmės!

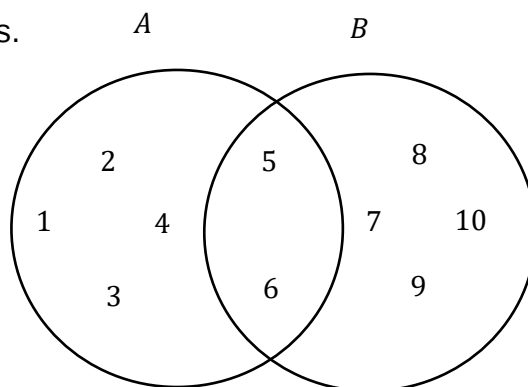
I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Skaičių aibės A ir B diagramoje pavaizduotos skrituliais.

Surašykite visus aibės $A \setminus B$ elementus.

Juodraštis



2. Nustatykite reiškinių $\lg(1 - 4x)$ apibrėžimo sritį¹.

Juodraštis

3. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{m}{\sqrt{m} - \sqrt{3}}$ vardiklyje.

Juodraštis

¹ apibrėžimo sritis – dziedzina – область определения – область визначення

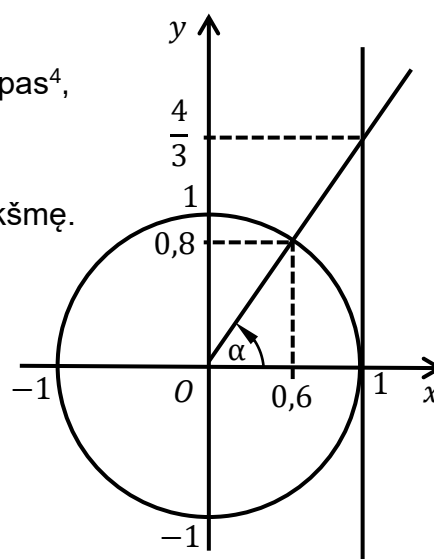
4. Kiek yra skirtingų keturženklų natūraliųjų skaičių, kurių pirmas ir paskutinis skaitmenys vienodi?

Juodraštis

5. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas², kurio centras yra taškas $O(0; 0)$, tangentų tiesė³ ($x = 1$) ir posūkio kampas⁴, kurio didumas lygus α .

Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite $\operatorname{tg} \alpha$ reikšmę.

Juodraštis



6. Kiek kartų padidėtų ritinio tūris, ritinio pagrindo spindulio ilgį padidinus 50 %?

Juodraštis

² vienetinis apskritimas – okrąg jednostkowy – единичная окружность – одиничне коло

³ tangentų tiesė – prosta styczna – линия тангенсов – лінія тангенсів

⁴ posūkio kampas – kąt obrotu – угол поворота – кут повороту

7. Yra žinoma, kad $\log_a b + \log_b a = 9$. Apskaičiuokite reiškinio $\log_a(b^2) + \log_b(a^2)$ reikšmę.

Juodraštis

8. Yra žinoma, kad $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ir $\operatorname{tg} \alpha < 0$. Apskaičiuokite $\cos \alpha$ reikšmę.

Juodraštis

9. Nustatykite reiškinio $\left(\frac{4x}{5} + \frac{5}{2x}\right)^6$ skleidinio, užrašyto pagal Niutono binomo formulę,

4-ąjį narį. Atsakymą užrašykite natūraliuoju skaičiumi.

Juodraštis

10. Yra žinoma, kad $a^{\log_3 7} = 27$. Kuriam natūraliajam skaičiui lygu $a^{(\log_3 7)^2}$?

Juodraštis

II dalis

Išspręskite 11–20 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

11. Išspręskite lygtis:

11.1. $\left(\frac{1}{3}\right)^{5-x} = 9 \cdot 9^x;$

(3 taškai)

Juodraštis

11.2. $\sin(2x) + \sin(x) = 0.$

(3 taškai)

Juodraštis

12. Įsivaizduokime bokštą, kuris statomas vieną kubą dedant ant kito (t. y. kiekviename bokšto aukšte yra po vieną kubą). Apatinio kubo briaunos ilgis lygus 1. Kiekvieno kito kubo briaunos ilgis yra 2 kartus mažesnis už paskutinio prieš tai padėto kubo briaunos ilgį. Apskaičiuokite tokio įsivaizduojamo bokšto, pastatyto iš be galo daug kubų, aukštį.

(3 taškai)

Juodraštis

13. Duota funkcija $f(x) = x^3 + x^2 + mx + 1$; $x \in \mathbb{R}$. Su kuria realiaja m reikšme ši funkcija turi lygiai vieną kritinį tašką?

(3 taškai)

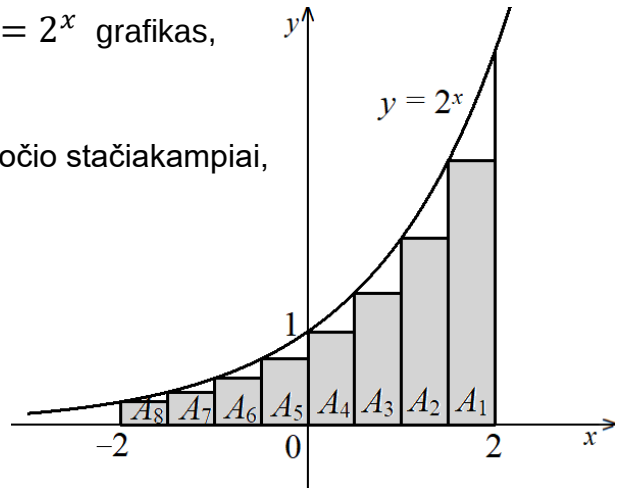
Juodraštis

14. Kreivinę trapeciją apriboja funkcijos $y = f(x) = 2^x$ grafikas,

abscisių ašis bei tiesės $x = -2$ ir $x = 2$.

Į šią kreivinę trapeciją įbrėžti aštuoni vienodo pločio stačiakampiai, kaip parodyta paveiksle.

$A_1, A_2, A_3, \dots, A_8$ – šių stačiakampių plotai.



14.1. Pagrįskite, kad didžiausio aukščio stačiakampo plotas $A_1 = \sqrt{2}$.

(2 taškai)

Juodraštis

14.2. Yra žinoma, kad šių į kreivinę trapeciją įbrėžtų aštuonių stačiakampių plotai sudaro geometrinę progresiją. Apskaičiuokite šios geometrinės progresijos visų narių sumą.

(3 taškai)

Juodraštis

14.3. Apskaičiuokite sukinio, kuris gaunamas duotąją kreivinę trapeciją sukanant apie Ox ašį, tūrį.

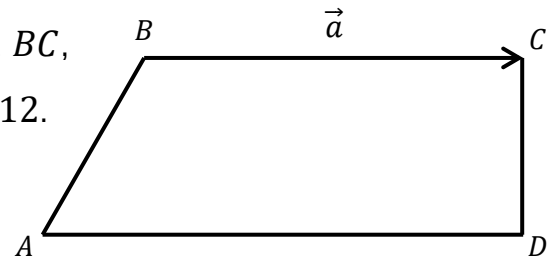
Atsakymą pateikite su π .

(3 taškai)

Juodraštis

15. Paveiksle pavaizduota stačioji trapecija $ABCD$ ($CD \perp BC$, $CD \perp AD$), kurios $\angle B = 120^\circ$, $BC = 10$ ir $AD = 12$.

Yra žinoma, kad $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$.



- 15.1. Vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{CD}$ sumą $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$ išreikškite vektoriumi $\vec{a}$.

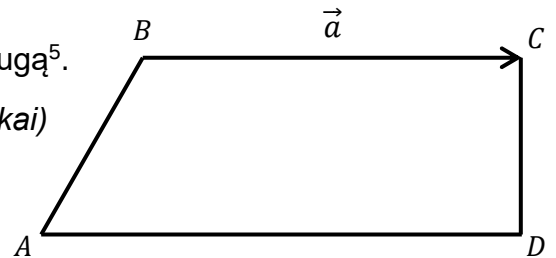
(2 taškai)

Juodraštis

- 15.2. Apskaičiuokite vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{CD}$ skaliarinę sandaugą⁵.

(3 taškai)

Juodraštis



⁵ skaliarinė sandauga – iloczyn skalarny – скалярное произведение – скалярный добуток

16. Dėžėje yra septyni tokio paties dydžio rutuliai: vienas raudonas, du geltoni ir keturi žali.

Ant kiekvieno žalio rutulio užrašytas skaičius 4, ant kiekvieno geltono rutulio užrašytas skaičius -5 , o ant raudono rutulio užrašytas skaičius n ; čia $n \in (0; 4)$.

Iš šios dėžės atsitiktinai ištraukiami du rutuliai.

16.1. Pagrįskite, kad įvykio „Vienas iš ištrauktų dviejų rutulių bus žalias, o kitas – raudonas“

tikimybė yra lygi $\frac{4}{21}$.

(2 taškai)

Juodraštis

16.2. Atsitiktinis dydis X – ant ištrauktų dviejų rutulių užrašytų skaičių sandauga.

16.2.1. Pagrįskite, kad visos galimos atsitiktinio dydžio X reikšmės yra $-5n$; $4n$; -20 ; 16 ; 25 .

(1 taškas)

Juodraštis

16.2.2. Užbaikite pildyti atsitiktinio dydžio X skirstinio⁶ lentelę.

a	$-5n$	$4n$	-20	16	25
$P(X = a)$		$\frac{4}{21}$			

(2 taškai)

Juodraštis

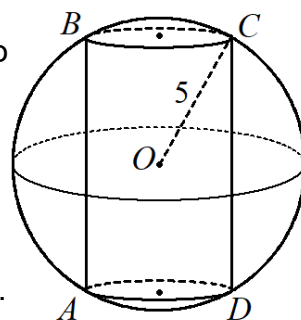
16.2.3. Apskaičiuokite, su kuria n reikšme atsitiktinio dydžio X matematinė viltis $E(X) = -1$.

(2 taškai)

Juodraštis

⁶ atsitiktinio dydžio skirstinys – rozkład zmiennej losowej – распределение случайной величины – розподіл випадкової величини

17. Paveiksle pavaizduotas rutulys, kurio centras yra taškas O , o spindulio ilgis lygus 5. Į rutulį įbrėžtas ritinys, kaip parodyta paveiksle.



(2 taškai)

- 17.1. Ritinio aukštinės ilgį pažymėję h , pagrįskite, kad šio ritinio tūrį V galima nusakyti funkcija $V(h) = \frac{1}{4}\pi h(100 - h^2)$; čia $h \in (0; 10)$.

Juodraštis

- 17.2. Raskite duotosios ritinio tūrio funkcijos $V(h) = \frac{1}{4}\pi h(100 - h^2)$ išvestinę $V'(h)$.

(2 taškai)

Juodraštis

- 17.3. Su kuria h reikšme ritinio tūris $V(h) = \frac{1}{4}\pi h(100 - h^2)$ yra didžiausias?

Čia $h \in (0; 10)$.

(3 taškai)

Juodraštis

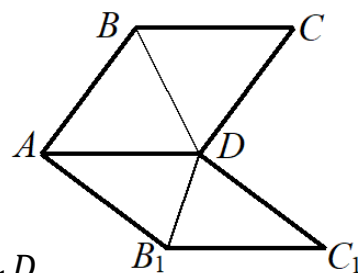
- 17.4.** Apskaičiuokite šio ritinio tūrį $V(h) = \frac{1}{4}\pi h(100 - h^2)$, kai $h = 4$. Atsakymą pateikite su π .
(1 taškas)

Juodraštis

- 18.** Paveiksle pavaizduoti du lygūs kvadratai $ABCD$ ir AB_1C_1D , esantys erdvėje ir turintys bendrą kraštinę AD .

Yra žinoma, kad šių kvadratų plokštumos sudaro 60° didumo kampą.

Apskaičiuokite kampo, kurį sudaro šių kvadratų įstrižainės BD ir B_1D , didumo kosinusą.



(3 taškai)

Juodraštis

19. Pagrįskite, kad $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.

(3 taškai)

Juodraštis

20. Funkcijos $y = f(x)$ išvestinė lygi $f'(x) = ax + b + e^x$; čia $x \in \mathbb{R}$.

Yra žinoma, kad funkcijos $y = f(x)$ grafikas eina per tašką $(0; 1)$, o šio grafiko liestinės⁷ taške $(1; f(1))$ krypties koeficientas lygus 2.

Be to, kreivinės trapecijos, apribotos $y = f'(x)$ grafiku, koordinatinių ašimis ir tiese $x = 1$, plotas lygus 3 (čia $f'(x) > 0$, kai $x \in [0; 1]$).

Apskaičiuokite a ir b reikšmes, užrašykite funkciją $y = f(x)$.

(4 taškai)

Juodraštis

⁷ liestinė – styczná – касательная – дотична

Juodraštis

Juodraštis