

PATVIRTINTA

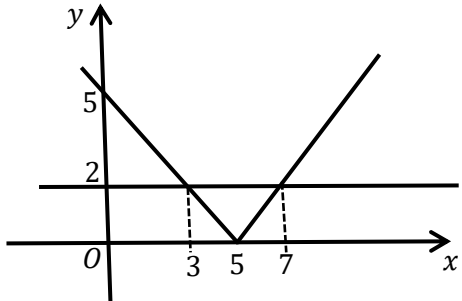
Nacionalinės švietimo agentūros
direktoriaus 2026 m. birželio 18 d.
įsakymu Nr. VK-644

**2026 M. PAGRINDINĖS SESIJOS MATEMATIKOS IŠPLĖSTINIO KURSO VALSTYBINIO
BRANDOS EGZAMINO ANTROSIOS DALIES UŽDUOTIES KANDIDATŲ DARBŲ VERTINIMO
INSTRUKCIJA**

I dalis

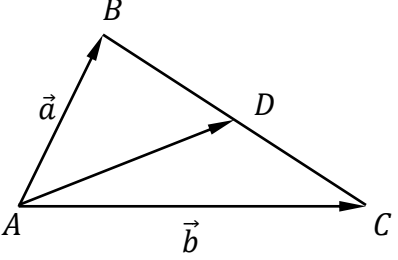
Užd. Nr.	Atsakymas
1.	$\{8\}$ (arba $\{2; 4; 6; 8\} \setminus \{2; 4; 5; 6; 7\} = \{8\}$, arba $A \setminus B = \{8\}$, arba 8)
2.	$m^{2\sqrt{2}-1}$ (arba $m^{\sqrt{8}-1}$)
3.	$a = 6$ (arba 6)
4.	$\frac{8+2\sqrt{a}}{16-a}$ (arba $\frac{2(4+\sqrt{a})}{16-a}$, arba $\frac{8+\sqrt{4a}}{16-a}$)
5.	648 kodai (arba 648)
6.	$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$ (arba $-\frac{4}{3}$, arba $-1\frac{1}{3}$)
7.	9π (arba 9π ploto vienetų, arba 9π kv. vnt.)
8.	$1\frac{1}{2}$ (arba $\frac{3}{2}$, arba 1,5)
9.	$y = F(x) = x^4 + 1$ (arba $y = x^4 + 1$, arba $F(x) = x^4 + 1$, arba $x^4 + 1$)
10.	$x = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 2$ (arba $-\frac{\sqrt{2}+4}{2}$, arba $\frac{-\sqrt{2}-4}{2}$, arba $-\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\right)$)

II dalis

Užd. Nr.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
11.		6	
11.1.		3	
	I būdas. Naudojamasi modulio apibrėžtimi. $ x - 5 > 2, \Rightarrow \begin{cases} x - 5 \geq 0, \\ x - 5 > 2; \end{cases}$ arba $\begin{cases} x - 5 < 0, \\ -(x - 5) > 2; \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytą bent vieną nelygybių sistemą.
	$\begin{cases} x - 5 \geq 0, \\ x - 5 > 2, \end{cases} \Rightarrow x > 7;$ arba $\begin{cases} x - 5 < 0, \\ -(x - 5) > 2, \end{cases} \Rightarrow x < 3;$	1	Už teisingai išspręstą bent vieną nelygybių sistemą.
	<i>Ats.:</i> $x \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$. (Arba $(-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. Naudojamasi modulio samprata. $ x - 5 > 2, \Rightarrow x - 5 > 2;$ arba $x - 5 < -2;$	1	Už teisingą duotos nelygybės pakeitimą dviem nelygybėmis.
	$x - 5 > 2, \Rightarrow x > 7;$ arba $x - 5 < -2, \Rightarrow x < 3;$	1	Už teisingai išspręstą bent vieną nelygybę.
	<i>Ats.:</i> $x \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$. (Arba $(-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	III būdas. Naudojamasi grafikais. Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižomi $y = x - 5 $ ir $y = 2$ grafikų eskizai.	1	Už teisingai pavaizduotus abu grafikus.
	Randami lygties $ x - 5 = 2$ sprendiniai $x = 3$ ir $x = 7$ ir jie pažymimi koordinačių plokštumoje. 	1	Už teisingai pažymėtus abu lygties sprendinius.
	Modulio grafikas yra virš tiesės grafiko intervaluose $(-\infty; 3)$ ir $(7; +\infty)$. <i>Ats.:</i> $x \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$. (Arba $(-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	IV būdas. Naudojamasi modulio samprata. $ x - 5 \leq 2, \Rightarrow -2 \leq x - 5 \leq 2,$ (arba $ x - 5 \leq 2, \Rightarrow \begin{cases} x - 5 \geq -2, \\ x - 5 \leq 2, \end{cases}$)	1	Už teisingai sudarytą dvigubą nelygybę (arba nelygybių sistemą). Pastaba. Šis taškas skiriamas, jeigu sprendžiama naudojantis aibių skirtumu.

	$-2 \leq x - 5 \leq 2, \Rightarrow 3 \leq x \leq 7, \Rightarrow$ (arba $\begin{cases} x - 5 \geq -2, \\ x - 5 \leq 2, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x \leq 7, \end{cases} \Rightarrow$) $x \in [3; 7]$.	1	Už teisingai išspręstą dvigubą nelygybę (arba nelygybių sistemą).
	$ x - 5 > 2$, kai $x \in \mathbb{R} \setminus [3; 7], \Rightarrow$ Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$. (Arba $(-\infty; 3) \cup (7; +\infty)$.)	1	Už parodymą, kad nelygybės sprendinių aibė yra aibių $\mathbb{R}$ ir $[3; 7]$ skirtumas, ir teisingai gautą atsakymą.
11.2.		3	
	I būdas. Apibrėžimo sritis: $100^x > 0$. $10 \cdot \lg(100^x) - 1000 < 0$, $\lg(100^x) < 100$, $100^x < 10^{100}$,	1	Už teisingai gautą rodiklinę nelygybę.
	$10^{2x} < 10^{100}$, $2x < 100$,	1	Už teisingai gautą tiesinę nelygybę.
	$x < 50$. Ats.: $x \in (-\infty; 50)$. (Arba $(-\infty; 50)$.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. Apibrėžimo sritis: $100^x > 0$. $10 \cdot \lg(100^x) - 1000 < 0$, $10x \cdot \lg(100) - 1000 < 0$,	1	Už teisingą logaritmo savybės pritaikymą.
	$20x - 1000 < 0$,	1	Už teisingai gautą tiesinę nelygybę.
	$x < 50$. Ats.: $x \in (-\infty; 50)$. (Arba $(-\infty; 50)$.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
12.		6	
12.1.		3	
	Pirmos terpės bakterijų skaičiai birželio 1–11 dienomis sudaro geometrinę progresiją, kurios pirmasis narys yra $b_1 = 10$, o vardiklis $q = 4$, todėl birželio 11 d. 8 val. pirmoje terpėje bakterijų skaičius bus $b_{11} = b_1 \cdot q^{10} = 10 \cdot 4^{10} =$	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (pavyzdžiui, už 11-o geometrinės progresijos nario nustatymą).
	$= 10 \cdot 4^{10} = 10 \cdot 2^{20} =$	1	Už gautos sandaugos užrašymą dvejetainiu laipsniu.
	$= 5 \cdot 2 \cdot 2^{20} = 5 \cdot 2^{21}$. Ats.: $5 \cdot 2^{21}$.	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	Pastaba. Jei gaunama neteisinga sandauga $10 \cdot 4^9$ (arba $10 \cdot 4^{11}$) bei pateikiamas neteisingas atsakymas $5 \cdot 2^{19}$ (arba $5 \cdot 2^{23}$), tai iš viso skiriami 2 taškai.		
12.2.		3	

	I būdas Antros terpės bakterijų skaičiai kas valandą sudaro geometrinę progresiją, kurios pirmasis narys yra $b_1 = 10^{100}$, o vardiklis $q = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$.	1	Už teisingai gautą geometrinės progresijos vardiklį.
	Po n valandų antros terpės bakterijų skaičius bus $b_{n+1} = b_1 \cdot q^n = 10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n$.	1	Už bakterijų, likusių terpėje po n valandų, skaičiaus formulę.
	Randame n reikšmę, su kuria $10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n = 1$, $10^{100-n} = 1$, $n = 100$. <i>Ats.: 100 val.</i> <i>(Arba 100.)</i>	1	Už teisingai apskaičiuotą valandų skaičiaus n reikšmę.
	II būdas Antros terpės bakterijų skaičiai kas valandą sudaro geometrinę progresiją, kurios pirmasis narys yra $b_1 = 10^{100}$ (bakterijų skaičius pačioje pradžioje, kai praėję 0 valandų), o vardiklis $q = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$.	1	Už teisingai gautą geometrinės progresijos vardiklį.
	n -tosios valandos pradžioje antros terpės bakterijų skaičius bus $b_n = b_1 \cdot q^{n-1} = 10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$.	1	Už bakterijų, likusių terpėje n -tosios valandos pradžioje, skaičiaus formulę.
	Randame n reikšmę, su kuria $10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} = 1$, $10^{101-n} = 1$, $n = 101$. Kadangi b_1 – bakterijų skaičius pačioje pradžioje, kai praėję 0 valandų, tai valandų skaičius yra $n - 1 = 101 - 1 = 100$. <i>Ats.: 100 val. (arba 100).</i>	1	Už teisingai apskaičiuotą valandų skaičių.
	III būdas Kadangi kas valandą sunyksta $\frac{9}{10}$ visų terpėje tuo metu esančių bakterijų, tai likusių bakterijų dalis bus $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$.	1	Už teisingai gautą likusių bakterijų dalį.
	Po n valandų antros terpės bakterijų skaičius bus $10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n$.	1	Už teisingai užrašytą rodiklinio kitimo dėsnį.

	Randame n reikšmę, su kuria $10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n = 1,$ $10^{100-n} = 1,$ $n = 100.$ Ats.: 100 val. (arba 100).	1	Už teisingai apskaičiuotą valandų skaičiaus n reikšmę.
13.		2	
	$\begin{cases} a^2 \cdot b^3 \cdot c^4 = 5^{10}, \\ a^2 \cdot b = 5^6, \end{cases} \quad \times \Rightarrow a^4 \cdot b^4 \cdot c^4 = 5^{16},$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$(a \cdot b \cdot c)^4 = 5^{16},$ $a \cdot b \cdot c = 5^4 = 625.$ Ats.: $a \cdot b \cdot c = 625$. (Arba 625, arba 5^4)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
14.		2	
	$v(t) = s'(t) = (5t^2 + 40t)' = 10t + 40.$	1	Už teisingą kelio funkcijos išvestinės radimą.
	$v(2) = 10 \cdot 2 + 40 = 60.$ Ats.: 60 km/h. (Arba 60.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
15.		5	
15.1.		2	
	I būdas. Naudojamosi trikampio taisykle. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} =$ $= \vec{a} + \overrightarrow{BD},$ 	1	Už teisingą $\overrightarrow{AD}$ išraišką vektoriais, esančiais trikampio kraštinėse.
	$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a},$ $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{b} - \vec{a}),$ $\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot (\vec{b} - \vec{a}) = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \vec{b}.$ Ats.: $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}.$ (Arba $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b}).$) Pastaba. Galima naudotis ir trikampiu ADC.	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. Naudojamosi lygiagretainio taisykle. Paveikslą papildome iki lygiagretainio $ABEC$ ($AC \parallel BE$). $\overrightarrow{AE} = \vec{a} + \vec{b}.$	1	Už teisingą $\overrightarrow{AE}$ išraišką vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.
	Taškas D yra lygiagretainio įstrižainių sankirtos taškas. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b}),$ Ats.: $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{b}.$	1	Už teisingai gautą atsakymą.

	(Arba $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$.)		
15.2.		3	
	$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \vec{b},$ $\overrightarrow{BC} = \vec{b} - \vec{a},$ $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = \left(\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right) \cdot (\vec{b} - \vec{a}) =$	1	Už vektorių $\overrightarrow{AD}$ ir $\overrightarrow{BC}$ skaliarinės sandaugos teisingą išraišką vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.
	$= \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{b} \cdot \vec{a} =$ $= -\frac{1}{2} \cdot (\vec{a})^2 + \frac{1}{2} \cdot (\vec{b})^2 =$	1	Už skaliarinės sandaugos išraiškos teisingą pertvarkymą.
	$= -\frac{1}{2} \cdot \vec{a} ^2 + \frac{1}{2} \cdot \vec{b} ^2 = -\frac{1}{2} \cdot 5^2 + \frac{1}{2} \cdot 9^2 = 28.$ <i>Ats.: $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 28.$</i> (Arba 28.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
Pastaba. Jei naudojamosi 15.1 uždavinyje klaidingai nustatyta $\overrightarrow{AD}$ išraiška, galimi visi 15.2 uždavinio taškai.			
16.		7	
16.1.		4	
	$\sqrt{x+1} = 2,$ $x = 3.$	1	Už teisingai apskaičiuotas taško A koordinates.
	I būdas. Naudojamosi liestinės krypties koeficiento ir išvestinės ryšiu. $y' = (\sqrt{x+1})' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}.$	1	Už teisingai gautą $y = \sqrt{x+1}$ išvestinę.
	Liestinės $y = kx + b$ taške A krypties koeficientas $k = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{4}.$ Liestinės lygtis $y = \frac{1}{4}x + b.$	1	Už teisingą pagrindimą, kad liestinės lygties krypties koeficientas k lygus $\frac{1}{4}.$
	Kai $x = 3, y = 2$, tai $2 = \frac{1}{4} \cdot 3 + b,$ $b = \frac{5}{4}.$ Liestinės lygtis $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}.$ Parodyta.	1	Už teisingą pagrindimą, kad liestinės lygties laisvasis narys b lygus $\frac{5}{4}.$
	II būdas. Naudojamosi liestinės lygties formule. $y = f'(a)(x - a) + f(a).$	1	Už teisingą formulės panaudojimą.
	$f'(x) = (\sqrt{x+1})' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}},$	1	Už teisingai gautą $\sqrt{x+1}$ išvestinę.
	$f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{4},$ $f(3) = \sqrt{3+1} = 2,$ $y = \frac{1}{4}(x - 3) + 2 = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}.$ Parodyta.	1	Už teisingą liestinės lygties gavimą.
16.2.		3	

	$y = \sqrt{x+1}$ grafikas kerta Ox ašį, kai $y = 0$, todėl $\sqrt{x+1} = 0$, $x = -1$.	1	Už teisingai gautą apatinį rėžį.
	$V = \pi \int_{-1}^3 (\sqrt{x+1})^2 dx =$ $= \pi \int_{-1}^3 (x+1) dx =$	1	Už teisingai pritaikytą sukinio tūrio formulę.
	$= \pi \cdot \left(\frac{x^2}{2} + x \right) \Big _{-1}^3 =$ $= \pi \cdot \left(\frac{9}{2} + 3 - \frac{1}{2} + 1 \right) = 8\pi.$ <i>Ats.: 8π.</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.		7	
17.1.		2	
	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AO^2 \cdot CO =$ $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6 \sin(\alpha))^2 \cdot 6 \cos(\alpha) =$	1	Už teisingą kūgio tūrio formulės pritaikymą ir bent vieną teisingą AO arba CO apskaičiavimą ($AO = 6 \sin \alpha$, $CO = 6 \cos \alpha$).
	$= 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha),$ $V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha).$	1	Už teisingą kūgio tūrio funkcijos formulės nustatymą.
17.2.		2	
	$V'(\alpha) = (72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha))' =$ $= 72\pi \cdot (\sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha))' =$ $= 72\pi \cdot (2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\alpha) - \sin^2(\alpha) \cdot \sin(\alpha)) =$	1	Už teisingą sandaugos išvestinės formulės pritaikymą.
	$= 72\pi \cdot (2 \sin(\alpha) \cdot \cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha)).$ <i>Ats.: $V'(\alpha) = 72\pi \cdot (2 \sin(\alpha) \cdot \cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha)).$</i> <i>(Arba $72\pi(2 \sin(\alpha) \cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha))$, arba $144\pi \sin(\alpha) \cos^2(\alpha) - 72\pi \sin^3(\alpha).$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.3.		3	
	$72\pi(2 \sin(\alpha) \cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha)) = 0, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right);$	1	Už lygties $V'(\alpha) = 0$ užrašymą.
	$\sin(\alpha) \cdot (2 \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) = 0, \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right);$ $\sin(\alpha) \cdot (3 \cos^2(\alpha) - 1) = 0,$ $\sin(\alpha) = 0, \text{ arba } 3 \cos^2(\alpha) - 1 = 0,$ Lygtis $\sin(\alpha) = 0$ sprendinių neturi, kadangi $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right);$ $\cos^2(\alpha) = \frac{1}{3}, \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right), \text{ kai } \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$	1	Už lygties $V'(\alpha) = 0$ teisingą sprendinių nustatymą.
		1	Už teisingą parodymą, kad gautas lygties sprendinys yra tūrio funkcijos maksimumo taškas.

	Pereidama tašką $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, funkcijos išvestinė $V'(\alpha)$ keičia ženklą iš $+$ į $-$, todėl $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ yra funkcijos $V(\alpha)$ maksimumo taškas. Parodyta.		
18.		6	
18.1.		2	
	Naudojamasi klasikiniu tikimybės apibrėžimu. Yra $4 + 3 + 1 = 8$ knygos. Paimti 2 knygas iš 8 yra $n = C_8^2 = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$ būdai. Paimti 2 matematikos knygas iš 4 yra $m = C_4^2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$ būdai.	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą ir teisingą bent vieno derinių skaičiaus apskaičiavimą.
	Tikimybė įvykio M – abi paimtos knygos bus matematikos yra $P(M) = \frac{m}{n}, \Rightarrow$ $P(M) = \frac{C_4^2}{C_8^2} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}$. <i>Ats.: $P(M) = \frac{3}{14}$.</i> (Arba $\frac{3}{14}$)	1	Už teisingą klasikinės tikimybės formulės pritaikymą ir teisingai gautą atsakymą.
	Pastaba. 1. Sprendimas „tikimybė įvykio M – abi paimtos knygos bus matematikos yra $P(M) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{14}$ “ yra vertinamas 2 taškais. 2. Jei kandidatas, skaičiuodamas variantus, naudoja gretinius ($n = A_8^2 = 8 \cdot 7 = 56$ ir $m = A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$, tikimybė įvykio M – abi paimtos knygos bus matematikos yra $P(M) = \frac{m}{n}, \Rightarrow P(M) = \frac{A_4^2}{A_8^2} = \frac{4 \cdot 3}{8 \cdot 7} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$), skiriami 2 taškai.		
18.2.		2	
	Naudojamasi klasikiniu tikimybės apibrėžimu. Abiem paimti arba matematikos (MM), arba fizikos (FF), arba istorijos (II) knygas yra $m = 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 26$ būdai. Paimti dvi knygas yra $n = 8 \cdot 8 = 64$ būdai.	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą ir teisingą bent vieno rinkinių skaičiaus apskaičiavimą.
	Tikimybė įvykio arba MM , arba FF , arba II – abu paėmė arba matematikos, arba fizikos, arba istorijos knygas yra $P(\text{arba } MM, \text{ arba } FF, \text{ arba } II) = \frac{26}{64} = \frac{13}{32}$. <i>Ats.: $P(\text{abi knygos bus to paties dalyko}) = \frac{13}{32}$.</i> (Arba $\frac{13}{32}$.)	1	Už teisingą klasikinės tikimybės formulės pritaikymą ir teisingai gautą atsakymą.

	Pastaba. Sprendimas „tikimybė įvykio – <i>abi paimtos knygos yra to paties mokomojo dalyko</i> $P(\text{abi matematikos}) + P(\text{abi fizikos}) + P(\text{abi istorijos}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{26}{64} = \frac{13}{32}$ “ yra vertinamas 2 taškais.		
18.3.		2	
	Naudojamasi klasikiniu tikimybės apibrėžimu. Paimti 3 ne matematikos knygas iš 4 ne matematikos knygų yra $m = C_4^3 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3!} = 4$ būdai. Paimti 3 knygas iš 8 knygų yra $n = C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$ būdai.	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą ir teisingą bent vieno derinių skaičiaus apskaičiavimą.
	$P(\text{iš 3 paimtų knygų bent 1 bus matematikos}) =$ $= 1 - P(\text{visos 3 paimtos knygos bus ne matematikos}) =$ $= 1 - \frac{C_4^3}{C_8^3} = 1 - \frac{4}{56} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}.$ <i>Ats.: P(bent 1 knyga bus matematikos) = $\frac{13}{14}$.</i> <i>(Arba $\frac{13}{14}$.)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. Skaičiuojami variantai, kad Urtė paima lygiai 1, lygiai 2 arba lygiai 3 matematikos knygas. Urtė paimti 1 matematikos knygą (iš 4 esamų) ir 2 kitas knygas (iš 4 likusių ne matematikos knygų) gali $m_1 = C_4^1 \cdot C_4^2 = 4 \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 24$ būdais. Urtė paimti 2 matematikos knygas (iš 4) ir 1 kitą knygą (iš 4 ne matematikos knygų) gali $m_2 = C_4^2 \cdot C_4^1 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \cdot 4 = 24$ būdais. Urtė paimti 3 matematikos knygas (iš 4) gali $m_3 = C_4^3 \cdot C_4^0 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 = 4$ būdais. Iš viso yra $m_1 + m_2 + m_3 = 24 + 24 + 4 = 52$ būdai.	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą ir teisingą bent vieno atvejo palankių variantų skaičiaus apskaičiavimą.
	Paimti 3 knygas iš 8 knygų yra $n = C_8^3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$ būdai. $P(\text{bent 1 knyga bus matematikos}) = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{n}$ $= \frac{52}{56} = \frac{13}{14}$ <i>Ats.: P(bent 1 knyga bus matematikos) = $\frac{13}{14}$.</i> <i>(Arba $\frac{13}{14}$.)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

Pastaba.

1. Sprendimas vertinamas 2 taškais:

$$P(\text{nepaimta nei viena matematikos knyga}) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{14},$$

$$P(\text{paimta bent viena matematikos knyga}) = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}.$$

2. Jei kandidatas, skaičiuodamas variantus, naudoja gretinius, skiriami 2 taškai.

$$n = A_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336 \text{ ir } m = A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24,$$

$$P(\text{iš 3 paimtų knygų bent 1 bus matematikos}) =$$

$$= 1 - P(\text{visos 3 paimtos knygos bus ne matematikos}) = 1 - \frac{A_4^3}{A_8^3} = 1 - \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 7 \cdot 6} = 1 - \frac{24}{336} = \frac{312}{336} = \frac{13}{14}.$$

19.		4	
19.1.		2	
	I būdas. Iš stačiojo trikampio SAH $(AS = a, AH = \frac{a}{2}, \angle SHA = 90^\circ):$ $SH = \sqrt{AS^2 - AH^2} =$	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (trikampis SAH – status).
	$= \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$ <i>Ats.: $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$</i> <i>(Arba $\frac{\sqrt{3}a}{2}.$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. Iš stačiojo trikampio AHS $(AS = a, \angle AHS = 90^\circ, \angle SAH = 60^\circ):$ $SH = AS \cdot \sin(\angle SAH) =$		Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (SH – aukštinė).
	$a \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$ <i>Ats.: $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$</i> <i>(Arba $\frac{\sqrt{3}a}{2}.$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
19.2.		2	
	Trikampio SHC aukštinė HD yra statmena tiesėms SC (nes HD yra trikampio SHC aukštinė) ir AB , nes plokštuma $SHC \perp AB$ pagal tiesės ir plokštumos statmenumo požymį (nes $SH \perp AB$ ir $CH \perp AB$).	1	Už teisingai nurodytą prasilenkiančių tiesių bendrą statmenį ir teisingą pagrindimą.
	Iš stačiojo trikampio HDS $(\angle HDS = 90^\circ, SD = \frac{a}{2}, HS = \frac{\sqrt{3}}{2}a):$ $HD = \sqrt{HS^2 - SD^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$ <i>Ats.: $\frac{\sqrt{2}}{2}a.$</i> <i>(Arba $\frac{\sqrt{2}a}{2}.$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
20.		5	
20.1.		2	

	I būdas. Naudojamosi klasikiniu tikimybės apibrėžimu. $P(\text{Abu geltoni}) = \frac{c_a^2}{c_{a+b}^2} = \frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}$	1	Už teisingą klasikinės tikimybės apibrėžties pritaikymą.
	$\frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)} = \frac{1}{2},$ $2a(a-1) = (a+b)(a+b-1).$ Pagrįsta.	1	Už teisingai gautą nurodytą lygybę.
	II būdas. Naudojamosi nepriklausomų įvykių apibrėžtimi. $P(\text{pirmas geltonas, antras geltonas}) = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a-1}{a+b-1}.$	1	Už teisingą nepriklausomų įvykių apibrėžties pritaikymą.
	$P(\text{pirmas geltonas, antras geltonas}) = \frac{1}{2},$ $\frac{a}{a+b} \cdot \frac{a-1}{a+b-1} = \frac{1}{2},$ $2a(a-1) = (a+b)(a+b-1).$ Pagrįsta.	1	Už teisingai gautą nurodytą lygybę.
20.2.		3	
	I būdas. $2a(a-1) = (a+b)(a+b-1),$ $a^2 - (1+2b)a + (b-b^2) = 0,$	1	Už duotos lygybės pertvarkymą į kvadratinę lygtį (nežinomojo a atžvilgiu).
	$D = (1+2b)^2 - 4(b-b^2) = 8b^2 + 1.$ D reikšmė yra natūraliojo skaičiaus kvadratas: Pagal sąlygą $b \geq 2$, todėl: kai $b = 2$, tai $D = 33$ (netinka), kai $b = 4$, tai $D = 129$ (netinka),	1	Už kvadratinės lygties diskriminanto radimą ir parodymą, kad $b = 2$ ir $b = 4$ netinka.
	kai $b = 6$, tai $D = 289 = 17^2$ (tinka). Turime: $a^2 - 13a - 30 = 0,$ $a_1 = -2$ (netinka), $a_2 = 15 \in \mathbb{N}, -$ <i>Ats.: 6 kamuoliukai (arba 6).</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. $2a(a-1) = (a+b)(a+b-1),$ Pagal sąlygą $b \geq 2$, todėl: kai $b = 2$, tai $2a(a-1) = (a+2)(a+2-1),$ $2a(a-1) = (a+2)(a+1),$ $a^2 - 5a - 2 = 0,$ $D = 33$, tai lygtis neturi natūraliųjų sprendinių. Todėl $b = 2$ netinka.	1	Už perrankos būdo pasirinkimą ir parodymą, kad $b = 2$ netinka.
	Kai $b = 4$, tai $2a(a-1) = (a+4)(a+4-1),$ $2a(a-1) = (a+4)(a+3),$ $a^2 - 9a - 12 = 0,$ $D = 129$, tai lygtis neturi natūraliųjų sprendinių. Todėl $b = 4$ netinka.	1	Už parodymą, kad $b = 4$ netinka.
	Kai $b = 6$, tai $2a(a-1) = (a+6)(a+6-1),$ $2a(a-1) = (a+6)(a+5),$ $a^2 - 13a - 30 = 0, \quad D = 289,$ $a_1 = -2$ (netinka), $a_2 = 15 \in \mathbb{N}.$ Todėl $b = 6$ tinka.	1	Už teisingai gautą atsakymą.

	Ats.: 6 kamuoliukai (arba 6).		
	III būdas. Pažymėkime $b = 2k, k \in \mathbb{N}$. $a^2 - (4k + 1)a + (-4k^2 + 2k) = 0$	1	Už duotos lygybės pertvarkymą į kvadratinę lygtį (nežinomojo a atžvilgiu).
	$D = 32k^2 + 1$ Kai $k = 1$, tai $D = 33$ ir $a \notin \mathbb{N}$. Kai $k = 2$, tai $D = 65$ ir $a \notin \mathbb{N}$.	1	Už kvadratinės lygties diskriminanto radimą ir parodymą, kad $k = 1$ ir $k = 2$ netinka.
	Kai $k = 3$, tai $D = 289$ ir $a^2 - 13a - 30 = 0$, $a_1 = -2$ (netinka), $a_2 = 15 \in \mathbb{N}$. Vadinasi, $b = 2k = 6$. Ats.: 6 kamuoliukai (arba 6).	1	Už teisingai gautą atsakymą.

Pastaba. Galimi ir kiti teisingi uždavinių sprendimo būdai.
