

PATVIRTINTA

Nacionalinės švietimo agentūros
direktoriaus 2026 m. liepos 20 d.
įsakymu Nr. VK-898

**2026 M. PAKARTOTINĖS SESIJOS MATEMATIKOS IŠPLĖSTINIO KURSO VALSTYBINIO
BRANDOS EGZAMINO ANTROSIOS DALIES UŽDUOTIES KANDIDATŲ DARBŲ VERTINIMO
INSTRUKCIJA**

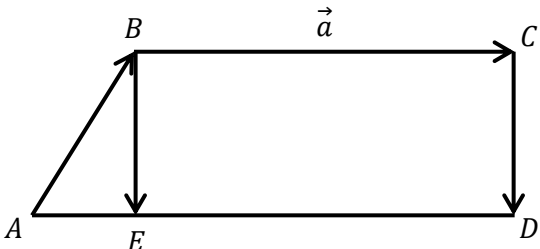
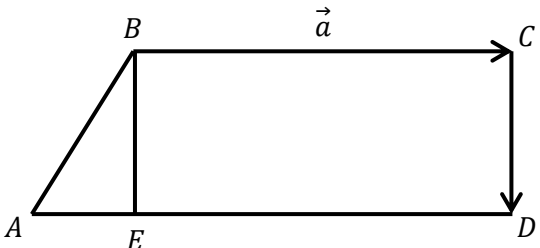
I dalis

Užd. Nr.	Atsakymas
1.	1; 2; 3; 4 (arba $\{1; 2; 3; 4\}$ arba $A \setminus B = \{1; 2; 3; 4\}$)
2.	$x \in (-\infty; 0,25)$ (arba $D = (-\infty; 0,25)$, arba $(-\infty; \frac{1}{4})$, arba $x < \frac{1}{4}$)
3.	$\frac{m(\sqrt{m}+\sqrt{3})}{m-3}$ (arba $\frac{m\sqrt{m}+m\sqrt{3}}{m-3}$, arba $\frac{\sqrt{m^3}+\sqrt{3m^2}}{m-3}$)
4.	900
5.	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ (arba $\frac{4}{3}$, arba $1\frac{1}{3}$)
6.	2,25 (arba $2\frac{1}{4}$ karto, arba $\frac{9}{4}$ karto)
7.	18
8.	$\cos \alpha = -\frac{4}{5}$ (arba $-\frac{4}{5}$, arba $-0,8$)
9.	160
10.	343

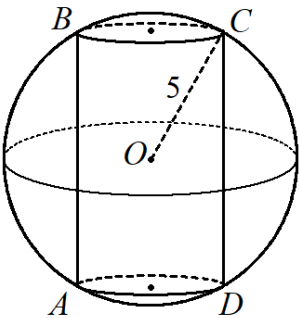
II dalis

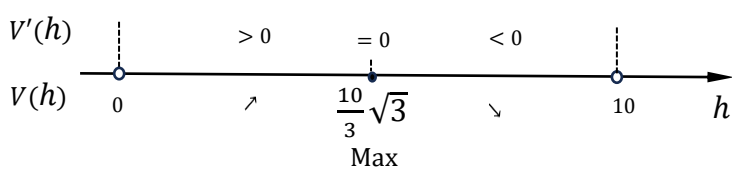
Užd. Nr.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
11.		6	
11.1.		3	
	$\left(\frac{1}{3}\right)^{5-x} = 9 \cdot 9^x,$ $3^{x-5} = 3^{2x+2},$	1	Už teisingą bent vieną lygties pertvarką.
	$x - 5 = 2x + 2,$	1	Už teisingai gautą tiesinę lygtį.
	$x = -7.$ <i>Ats.: $x = -7.$</i> (Arba $-7.$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
11.2.		3	
	$\sin(2x) + \sin(x) = 0,$ $2 \sin(x) \cos(x) + \sin(x) = 0,$ $\sin(x) (2 \cos(x) + 1) = 0,$	1	Už teisingą bent vieną lygties pertvarką (pavyzdžiui, už $\sin(2x)$ formulės pritaikymą).
	$\sin(x) = 0,$ arba $2 \cos(x) + 1 = 0,$ $x = \pi k, k \in \mathbb{Z};$ $\cos(x) = -\frac{1}{2},$ $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z};$ $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$	1	Už teisingą lygties pakeitimą dviejų lygčių visuma arba bent vienos lygties sprendinių radimą.
	<i>Ats.: $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}; x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z};$</i> $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}.$ (Arba $\pi k, \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
12.		3	
	Bokšto aukštis lygus nykstamosios geometrinės progresijos, kurios $b_1 = 1$, o $q = \frac{1}{2}$, sumai: $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (pavyzdžiui, kad kubų briaunų ilgiai sudaro nykstamąją geometrinę progresiją).
	Naudodamiesi formule $S = \frac{b_1}{1-q}$, apskaičiuojame šią sumą: $S = \frac{1}{1-\frac{1}{2}} =$	1	Už teisingą nykstamosios geometrinės progresijos sumos formulės panaudojimą.

	$= 2.$ <i>Ats.: 2.</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
13.		3	
	Randame funkcijos išvestinę: $f'(x) = (x^3 + x^2 + mx + 1)' = 3x^2 + 2x + m.$	1	Už teisingą surastą funkcijos išvestinę.
	Kritiniuose taškuose $f'(x)$ lygi 0 arba $f'(x)$ neegzistuoja. Kadangi $f'(x) = 3x^2 + 2x + m$, tai ji turi prasmę su visomis x ir m realiosiomis reikšmėmis. Lieka nagrinėti, kada $f'(x) = 0$, t.y. $3x^2 + 2x + m = 0.$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą – už lygties $3x^2 + 2x + m = 0$ sudarymą.
	Kvadratinė lygtis turi vienintelį sprendinį, kai jos diskriminanto D reikšmė lygi 0: $D = 4 - 12m = 0,$ $m = \frac{1}{3}.$ <i>Ats.: $m = \frac{1}{3}.$</i> (Arba $\frac{1}{3}.$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
14.		8	
14.1.		2	
	Apskaičiuojame stačiakampių plotį: $(2 + 2) : 8 = 0,5.$ Apskaičiuojame didžiausio aukščio stačiakampio aukštį: $f(1,5) = 2^{1,5} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}.$	1	Už teisingą bent vieną didžiausio aukščio stačiakampio matmens apskaičiavimą.
	Apskaičiuojame didžiausio aukščio stačiakampio plotą: $A_1 = 0,5 \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą didžiausio aukščio stačiakampio plotą.
14.2.		3	
	Apskaičiuojame plotą A_2 : $A_2 = 0,5 \cdot 2^1 = 1.$	1	Už teisingą ploto A_2 reikšmės apskaičiavimą.
	Apskaičiuojame geometrinės progresijos $A_1, A_2, \dots, A_8$ vardiklį: $q = \frac{A_2}{A_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$	1	Už teisingą geometrinės progresijos vardiklio apskaičiavimą.
	Apskaičiuojame geometrinės progresijos sumą: $S_8 = A_1 + A_2 + \dots + A_8 = \frac{A_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{\sqrt{2}\left(1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^8\right)}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} =$ $= \frac{15}{8(\sqrt{2}-1)} = \frac{15(\sqrt{2}+1)}{8}.$	1	Už teisingai gautą atsakymą.

	$\text{Ats.: } \frac{15(\sqrt{2}+1)}{8}.$ $(\text{Arba } \frac{15}{8} + \frac{15\sqrt{2}}{8}, \text{ arba } \frac{15}{8(\sqrt{2}-1)}, \text{ arba } 1,875(\sqrt{2} + 1).)$		
14.3.		3	
	Sukinio tūris lygus $V = \pi \int_{-2}^2 (2^x)^2 dx =$	1	Už teisingą sukinio tūrio formulės panaudojimą.
	$= \pi \int_{-2}^2 (2^{2x}) dx = \pi \int_{-2}^2 (4^x) dx = \pi \cdot \left(\frac{4^x}{\ln 4} \right) \Big _{-2}^2 =$	1	Už teisingai gautą pirmąją.
	$= \pi \cdot \left(\frac{16}{\ln 4} - \frac{1}{16 \ln 4} \right) = \frac{255\pi}{16 \ln 4}.$ $\text{Ats.: } \frac{255\pi}{16 \ln 4}.$	1	Už teisingai gautą atsakymą.
15.		5	
15.1.		2	
	Naudojamės vektoriumi $\overrightarrow{BE}$, lygiu vektoriui $\overrightarrow{CD}$:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}.$	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (už teisingą vektorių $\overrightarrow{AE}$ išreiškimą kitų vektorių suma / skirtumu).
	$AE = AD - BC = 12 - 10 = 2,$ $\overrightarrow{AE} = \frac{2}{10} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{5} \cdot \vec{a}.$ $\text{Ats.: } \frac{1}{5} \cdot \vec{a}.$	1	Už teisingai gautą atsakymą.
15.2.		3	
	Iš stačiojo trikampio ABE ($BE = CD, E \in AD, AE = 2$) apskaičiuojame BE ir AB ilgius:  $\angle ABE = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ,$ $AB = 2 \cdot AE = 2 \cdot 2 = 4,$ $BE = AB \cdot \cos(30^\circ) = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} = CD.$	1	Už bent vieno iš vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{CD}$ teisingą ilgio apskaičiavimą.

	$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = AB \cdot CD \cdot \cos(90^\circ + 60^\circ) =$ $= 4 \cdot 2\sqrt{3} \cdot \cos(150^\circ) =$	1	Už teisingą vektorių skaliarinės sandaugos formulės panaudojimą arba kampo tarp vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{CD}$ teisingą apskaičiavimą.																
	$= 8\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -12.$ Ats.: -12.	1	Už teisingai gautą atsakymą.																
16.		7																	
16.1.		2																	
	I būdas. Naudojamosi klasikinės tikimybės apibrėžtimi ir laikoma, kad rutulių ištraukimo tvarka nesvarbi. $P(\text{vienas } \check{Z}, \text{ kitas } R) = \frac{m}{n},$ $n = C_7^2 = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21,$ $m = 4 \cdot 1 = 4.$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą ir teisingai apskaičiuotą bent vieną iš m ir n reikšmių.																
	$P(\text{vienas } \check{Z}, \text{ kitas } R) = \frac{4}{21}.$	1	Už teisingą pagrindimą.																
	II būdas. $P(\text{vienas } \check{Z}, \text{ kitas } R) = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{6} =$	1	Už bent vieną teisingą tikimybę.																
	$= \frac{4}{21}.$	1	Už teisingą pagrindimą.																
16.2.		5																	
16.2.1.		1																	
	I būdas. Randame visas galimas dviejų rutulių skaičių skirtingas sandaugas: $n \cdot (-5) = -5n, \quad n \cdot 4 = 4n;$ $(-5) \cdot (-5) = 25, \quad (-5) \cdot 4 = -20;$ $4 \cdot 4 = 16.$	1	Už teisingą pagrindimą.																
	II būdas. Dviejų rutulių skaičių galimas sandaugas surašome galimybių lentelę: <table border="1"> <tr> <th></th><th>1R (n)</th><th>2G (-5)</th><th>4Ž (4)</th></tr> <tr> <th>1R (n)</th><td>–</td><td>$-5n$</td><td>$4n$</td></tr> <tr> <th>2G (-5)</th><td>$-5n$</td><td>25</td><td>-20</td></tr> <tr> <th>4Ž (4)</th><td>$4n$</td><td>-20</td><td>16</td></tr> </table> Dviejų rutulių skaičių galimos skirtingos sandaugos: $-5n, 4n, 20, 16, 25.$		1R (n)	2G (-5)	4Ž (4)	1R (n)	–	$-5n$	$4n$	2G (-5)	$-5n$	25	-20	4Ž (4)	$4n$	-20	16	1	Už teisingą pagrindimą.
	1R (n)	2G (-5)	4Ž (4)																
1R (n)	–	$-5n$	$4n$																
2G (-5)	$-5n$	25	-20																
4Ž (4)	$4n$	-20	16																
16.2.2.		2																	

	Apskaičiuojame atsitiktinio dydžio reikšmių tikimybes: $P(X = -5n) = \frac{2 \cdot 1}{C_7^2} = \frac{2}{21},$ $P(X = -20) = \frac{2 \cdot 4}{C_7^2} = \frac{8}{21},$ $P(X = 16) = \frac{C_4^2}{C_7^2} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7},$ $P(X = 25) = \frac{C_2^2}{C_7^2} = \frac{1}{21}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą bent vienos atsitiktinio dydžio reikšmės tikimybę.												
	<table><tr><td>a</td><td>$-5n$</td><td>$4n$</td><td>-20</td><td>16</td><td>25</td></tr><tr><td>$P(X = a)$</td><td>$\frac{2}{21}$</td><td>$\frac{4}{21}$</td><td>$\frac{8}{21}$</td><td>$\frac{2}{7}$ (arba $\frac{6}{21}$)</td><td>$\frac{1}{21}$</td></tr></table>	a	$-5n$	$4n$	-20	16	25	$P(X = a)$	$\frac{2}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{2}{7}$ (arba $\frac{6}{21}$)	$\frac{1}{21}$	1	Už teisingai užpildytą lentelę.
a	$-5n$	$4n$	-20	16	25										
$P(X = a)$	$\frac{2}{21}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{8}{21}$	$\frac{2}{7}$ (arba $\frac{6}{21}$)	$\frac{1}{21}$										
16.2.3.		2													
	$E(X) = -5n \cdot \frac{2}{21} + 4n \cdot \frac{4}{21} + (-20) \cdot \frac{8}{21} + 16 \cdot \frac{6}{21} + 25 \cdot \frac{1}{21},$ $-5n \cdot \frac{2}{21} + 4n \cdot \frac{4}{21} + (-20) \cdot \frac{8}{21} + 16 \cdot \frac{6}{21} + 25 \cdot \frac{1}{21} = -1,$	1	Už teisingą matematinės vilties reiškinių sudarymą.												
	$-10n + 16n + (-160) + 96 + 25 = -21,$ $6n = 18,$ $n = 3.$ Ats.: 3. (Arba $n = 3$.)	1	Už teisingai gautą atsakymą.												
17.		8													
17.1.		2													
	Nagrinėjame statųjį trikampį CAD. Ieškome ritinio pagrindo spindulio ilgio r: $AD = \sqrt{100 - h^2},$ $r = \frac{AD}{2} = \frac{\sqrt{100 - h^2}}{2}.$ (Arba $r = \sqrt{25 - \left(\frac{h}{2}\right)^2}$.) 	1	Už teisingą ritinio pagrindo spindulio r ilgio arba skersmens AD apskaičiavimą.												
	Randame ritinio tūrį: $V(h) = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{100 - h^2}{4} \cdot h = \frac{1}{4} \pi h (100 - h^2).$	1	Už teisingą ritinio tūrio funkcijos formulės pagrindimą.												
17.2.		2													
	I būdas. $V'(h) = \left(\frac{1}{4} \pi h (100 - h^2) \right)' = \frac{1}{4} \pi \cdot (100h - h^3)' =$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.												
	$= \frac{1}{4} \pi \cdot (100 - 3h^2).$ Ats.: $\frac{1}{4} \pi \cdot (100 - 3h^2).$	1	Už teisingai gautą atsakymą.												

	(Arba $25\pi - \frac{3}{4}\pi h^2$.)		
	II būdas. $V'(h) = \left(\frac{1}{4}\pi h(100 - h^2)\right)' = \left(25\pi h - \frac{1}{4}\pi h^3\right)' =$	1	Už teisingą atskliautimą.
	$= 25\pi - \frac{3}{4}\pi h^2$. <i>Ats.:</i> $25\pi - \frac{3}{4}\pi h^2$.	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.3.		3	
	$\frac{1}{4}\pi \cdot (100 - 3h^2) = 0, h \in (0; 10);$	1	Už lygties $V'(h) = 0$ užrašymą.
	$100 - 3h^2 = 0, h \in (0; 10)$ $h^2 = \frac{100}{3},$ $h = \frac{10}{3}\sqrt{3}.$	1	Už lygties teisingą sprendinio apskaičiavimą.
	 Pereidama tašką $h = \frac{10}{3}\sqrt{3}$, funkcijos išvestinė $V'(h)$ keičia ženklą iš $+$ į $-$, todėl $h = \frac{10}{3}\sqrt{3}$ yra funkcijos $V(h)$ maksimumo taškas. <i>Ats.:</i> $\frac{10}{3}\sqrt{3}$. (Arba $h = \frac{10\sqrt{3}}{3}$.)	1	Už teisingą pagrindimą, kad gautas lygties sprendinys yra tūrio funkcijos maksimumo taškas, ir teisingą atsakymą.
17.4.		1	
	$V(4) = \frac{1}{4}\pi \cdot 4 \cdot (100 - 4^2) = \pi(100 - 16) = 84\pi$. <i>Ats.:</i> 84π .	1	Už teisingai gautą atsakymą.
18.		3	
	Kvadratų kraštinės ilgį pažymime a . Tada: $BD = DB_1 = \sqrt{2}a$. Iš trikampio ABB_1 ($AB = AB_1 = a$, $\angle BAB_1 = 60^\circ$) randame BB_1 ilgį: $BB_1 = a$, nes trikampis ABB_1 yra lygiakraštis.	1	Už pastebėjimą, kad trikampis BAB_1 yra lygiakraštis, arba už teisingą DB ar DB_1 išraišką per a .
	Iš trikampio DBB_1 ($DB = DB_1 = \sqrt{2}a$, $BB_1 = a$) randame kampo BDB_1 kosinūsą. Pagal kosinūsų teoremą: $a^2 = (\sqrt{2}a)^2 + (\sqrt{2}a)^2 - 2 \cdot \sqrt{2}a \cdot \sqrt{2}a \cdot \cos(\angle BDB_1),$	1	Už teisingą kosinūsų teoremos panaudojimą.

	$\cos(\angle BDB_1) = \frac{a^2 - 4a^2}{-4a^2} = \frac{3}{4}.$ <i>Ats.: $\frac{3}{4}.$</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
19.		3	
	$\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6},$ $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{180^\circ}{12}\right) = \sin(15^\circ) = \sin(45^\circ - 30^\circ) =$	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (pavyzdžiui, už kampo $\frac{\pi}{12}$ išreiškimą dviejų kampų skirtumu).
	$= \sin(45^\circ) \cos(30^\circ) - \cos(45^\circ) \sin(30^\circ) =$	1	Už teisingą skirtumo sinuso formulės panaudojimą.
	$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$	1	Už teisingą duotos lygybės pagrindimą.
20.		4	
	Randame $f'(x) = ax + b + e^x$ visas pirmąsias funkcijas: $f(x) = \int (ax + b + e^x) dx = \frac{ax^2}{2} + bx + e^x + C, C \in \mathbb{R}.$ Randame pirmąsias funkciją, kurios grafikas eina per tašką $(0; 1)$: $\frac{a \cdot 0^2}{2} + b \cdot 0 + e^0 + C = 1, 1 + C = 1, C = 0,$ $y = f(x) = \frac{ax^2}{2} + bx + e^x.$	1	Už $f'(x)$ pirmąsias funkcijas, einančios per tašką $(0; 1)$ suradimą.
	$f'(1) = a \cdot 1 + b + e^1 = a + b + e.$ $a + b + e = 2.$	1	Už teisingai gautą lygtį $a + b + e = 2.$
	$\left(\frac{ax^2}{2} + bx + e^x\right) \Big _0^1 = \frac{a}{2} + b + e - 1,$ $\frac{a}{2} + b + e - 1 = 3,$ $\frac{a}{2} + b + e = 4,$	1	Už teisingai gautą lygtį $\frac{a}{2} + b + e = 4.$
	$\begin{cases} \frac{a}{2} + b + e = 4, \\ a + b + e = 2, \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{2} - a = 2, a = -4; b = 6 - e.$ $y = f(x) = \frac{ax^2}{2} + bx + e^x = \frac{-4x^2}{2} + (6 - e)x + e^x =$ $= -2x^2 + (6 - e)x + e^x.$ <i>Ats.: $y = -2x^2 + (6 - e)x + e^x.$</i> (Arba $f(x) = -2x^2 + (6 - e)x + e^x,$ arba $y = f(x) = -2x^2 + (6 - e)x + e^x.$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

Pastaba. Galimi ir kiti teisingi uždavinių sprendimo būdai.