NŠA konsultacija matematikos mokytojams „Matematikos 2026 m. VBE II A užduoties aptarimas“

Medžiagą parengė Valdas Vanagas

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Išplėstinis kursas

Pagrindinė sesija

2026 m. birželio 5 d. **Trukmė – 4 val. (240 min.)**

2015–2026 m. matematikos VBE kai kurios apytikslės skaitinės charakteristikos

Metai (kursas)	**Laikė; neišlaikė (%); išlaikė**	**Taškai; slenkstis; vidurkis**	**Pamokų sk. per sav.**
2015	14 400; 1300 (9 %); 13 100	60; 10 (16 %); 27 (45 %)	3 B / 5 A
2016	16 500; 1800 (11 %); 14 700	60; 9 (15 %); 24 (40 %)	
2017	17 300; 1000 (6 %); 16 300	60; 10 (16 %); 29 (48 %)	
2018	17 100; 2200 (13 %); 14 900	60; 8 (13 %); 20 (33 %)	
2019	16 800; 3000 (18 %); 13 800	60; 9 (15 %); 22 (37 %)	
2020	15 400; 5000 (32 %); 10 400	60; 9 (15 %); 18 (30 %)	
2021	15 400; 2300 (15 %); 13 100	60; 9 (15 %); 22 (37 %)	
2022	14 600; 5100 (35 %); 9500	60; 9 (15 %); 16 (27 %)	
2023	14 600; 2300 (35 %); 12 300	60; 10 (16 %); 24 (40 %)	
2024	15 700; 1700 (11 %); 14 000	60; 10 (16 %); 26 (43 %)	
2025 (A)	12 600; 1900 (15 %); 10 700	100; 35 (35 %); 59 (59 %)	4 B / 6 A
2025 (B)	6000; 2500 (42 %); 3500	100; 35 (35 %); 42 (42 %)	
2025 (A + B)	18 600; 4400 (24 %); 14 200	100; 35 (35 %); 54 (54 %)	
2026 (A I)	14 400; 8500 (59 %)	100; 25 (25 %);	
2026 (B I)	8900; 2050 (23 %)	100; 25 (25 %);	
2026 (A+B I)	23 300; 10 500 (45 %)		

Atitikmenys matematikos „2026 VBE II A“ ir „2025 VBE II A“ užduotyse, ir 2026 m. užduoties uždavinių lygiai

Trumpo atsakymo			
2026 VBE II A	2026 VBE II A bandomoji	2025 VBE II A	2025 VBE II A bandomoji
1. SL(1). Aibių veiksmai. Skirtumas	1.	5.	1.
2. SL(1). Laipsnių dalyba		1.	
3. SL(1). Atsitiktinis dydis	3.	8.	12.
4. SL(1). Iracionalumas vardiklyje	2.	2.	2.
5. PT(1). Triženklių skaičių kiekis	5.		3.
6. SL(1). Tangentų tiesė			
7. SL(1). Ritinio pagrindo plotas			
8. PG(1). Iš dviejų log gauti trečią	18.	16.	
9. SL(1). Funkcijos pirmykštė per duotą tašką			
10. AK(1). Arkkosinuso lygybė			
Pilno sprendimo			
11. Nelygybės	11.		17.
11.1. SL(3). Su moduliu			
11.2. PG(3). Su logaritmu		4.	
12. Geometrinės progresijos taikymai	13.		
12.1. SL(3). Pagal *n*-tojo nario formulę			
12.2. PG(3). Pagal *n*-tojo nario formulę			5.
13. PT(2). Lygybių su laipsniais sandauga			
14. SL(2). Duota kelio funkcija, rasti momentinį greitį	9.		
15. Vektoriai trikampyje	14.		
15.1. SL(2). Vieną vektorių išreikšti dviem nurodytais			
15.2. PG(3). Vektorių skaliarinė sandauga		7.	
16. Kreivė, tiesė ir liestinė	4., 6.	19.	14.
16.1. PT(4). Tiesės ir kreivės sankirtos taškas, liestinės lygtis			14.2.
16.2. PG(3). Sukinio tūris			14.4.
17. Kūgis	15.		
17.1. PG(2). Tūrio funkcija		18.1.	13.
17.2. PG(2). Tūrio funkcijos išvestinė			
17.3. AK(3). Tūrio funkcijos maksimumo taškas		18.2.	15.3. 16.
18. Tikimybės: trijų rūšių knygos	17.	18.	
18.1. SL(2). **P** (Abi knygos bus matematikos)		17.1.	
18.2. PT(2). **P**(Abi knygos bus to paties dalyko)			
18.3. PG(2). **P**(Tarp trijų knygų bent viena bus matematikos)		17.2.	19.
19. Tetraedras			
19.1. SL(2). Apotemos ilgis			
19.2. PG(2). Atstumas tarp prasilenkiančių briaunų	20.		
20. Tikimybės: *a* geltonų, *b* mėlynų, **P**(Ištraukti du geltonus) $= 0{,}5$			
20.1. AK(2). Pagrįsti *a* ir *b* siejančią lygybę			
20.2. AK(3). Kokia mažiausia *b* reikšmė, kai *b* lyginis			

SL(21) – slenkstinis (taškų suma)
PT(9) – patenkinamas (taškų suma)
PG(21) – pagrindinis (taškų suma)
AK(9) – aukštesnysis (taškų suma)

Matematikos išplėstinio (A) kurso VBE antros (II) dalies užduoties matrica

45.8. Matematikos išplėstinio kurso VBE antros dalies, vykdomos baigiamojoje vidurinio ugdymo programos klasėje, užduoties struktūra:

45.8.1. mokymo(si) turinio ir pasiekimų sritys procentais matematikos išplėstinio kurso VBE antros dalies užduotyje:

Mokymo(si) turinio sritys	Pasiekimų sritys			Užduoties taškai procentais
	Žinios, supratimas ir argumentavimas	Matematinis komunikavimas	Problemų sprendimas	
Skaičiai ir skaičiavimai				15
Modeliai ir sąryšiai				50
Geometrija ir matavimai				20
Duomenys ir tikimybės				15
Iš viso taškų procentais	30	45	25	100

Pastaba. Lentelėje pateikti skaičiai yra orientaciniai, užduotyje galima iki 5 procentų paklaida.

45.8.2. užduotis rengiama ir vertinama centralizuotai. Užduotis rengiama remiantis Programos išplėstinio kurso III–IV gimnazijos klasių mokymo(si) turiniu ir pasiekimų lygių požymiais. Užduotį sudaro trumpojo atsakymo ir pilnojo sprendimo uždaviniai ir (ar) klausimai.

Matematikos išplėstinio (A) kurso VBE antros (II) dalies užduoties specifikacija

7.2. Matematikos (A) ir matematikos (B) valstybinių brandos egzaminų antroji dalis.	
7.2.1. Užduoties pobūdis	Užduotį sudaro dvi dalys. I dalis – 10 trumpojo atsakymo uždavinių, kurių teisingas atsakymas vertinamas 1 tašku. Trumpojo atsakymo uždaviniuose reikia įrašyti uždavinio atsakymą (skaičių, kelis skaičius, raidę žodį ir pan.). I dalies taškų suma – 10. II dalis – 7–10 pilno sprendimo uždavinių, iš kurių 5–8 struktūruoti uždaviniai (iš viso 12–18 struktūrinių dalių) ir 2–5 nestruktūruoti uždaviniai. II dalies taškų suma – 50. Uždavinio vertė taškais pateikiama prie kiekvieno uždavinio.
7.2.2. Iš viso taškų	60
7.2.3. Trukmė	240 min.
7.2.4. Užduoties pateikimas	Užduoties sąsiuvinis ir atsakymų lapas.
7.2.5. Priemonės ir priedai	Skaičiuotuvas, matematikos valstybinių brandos egzaminų formulių rinkinys (Aprašo 1 priedas). Reikalavimai skaičiuotuvui nustatyti matematikos (A) ir matematikos (B) valstybinių brandos egzaminų antrosios dalies vykdymo instrukcijose.
7.2.6. Kandidatų atliktų užduočių vertinimas	Centralizuotas. Vertina vertintojai elektroninio vertinimo informacinėje sistemoje.
7.3. Taškų pasiskirstymas procentais pagal kognityvinių gebėjimų sritis	Žinios ir supratimas – 30 proc., taikymas – 55 proc., aukštesnieji mąstymo gebėjimai – 15 proc.
7.4. Taškų pasiskirstymas procentais pagal pasiekimų lygius	Slenkstinis – 35 proc., patenkinamas – 15 proc., pagrindinis – 35 proc., aukštesnysis – 15 proc.

Pastaba. Lentelėje pateikti procentų skaičiai yra orientaciniai, užduotyje galima iki 5 procentų paklaida.

I dalis

*Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**.*

1. Duotos aibės: $A = \{2;\ 4;\ 6;\ 8\}$ ir $B = \{2;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7\}$.

Raskite šių aibių skirtumą $A \setminus B$.

Sprendimas:

Aibę $A \setminus B$ sudaro tie aibės A skaičiai, kurie nėra aibės B skaičiai:

$$A \setminus B = \{2; 4; 6; 8\} \setminus \{2; 4; 5; 6; 7\} = \{8\}.$$

Ats.: $A \setminus B = \{8\}$. (Arba $\{2; 4; 6; 8\} \setminus \{2; 4; 5; 6; 7\} = \{8\}$, arba $\{8\}$, arba 8.)

2. Suprastinkite reiškinį $m^{\sqrt{2}} : m^{1-\sqrt{2}}$.

Sprendimas:

Dalijant laipsnius su vienodais pagrinadis, laipsnių rodikliai atimami:

$$m^{\sqrt{2}} : m^{1-\sqrt{2}} = m^{\sqrt{2}-(1-\sqrt{2})} = m^{\sqrt{2}-1+\sqrt{2}} = m^{2\sqrt{2}-1}.$$

Ats.: $m^{\sqrt{2}} : m^{1-\sqrt{2}} = m^{2\sqrt{2}-1}$.   (Arba $m^{\sqrt{8}-1}$.)

3. Atsitiktinio dydžio X skirstinys pateiktas lentele. Apskaičiuokite a reikšmę.

m	1	2	3
$\mathbf{P}(X=m)$	$\frac{1}{a}$	$\frac{2}{a}$	$\frac{3}{a}$

Sprendimas:

Atsitiktinio dydžio visų reikšmių tikimybių suma lygi 1:

$$\frac{1}{a}+\frac{2}{a}+\frac{3}{a}=1, \qquad \frac{6}{a}=1, \qquad a=6.$$

Ats.: $a=6$. (Arba 6.)

4. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{2}{4-\sqrt{a}}$ vardiklyje.

Sprendimas:

Naudojamės pagrindine trupmenos savybe ir tapatybe $(a - b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2$:

$$\frac{2}{4 - \sqrt{a}} = \frac{2}{4 - \sqrt{a}}\cdot\frac{4+\sqrt{a}}{4+\sqrt{a}} = \frac{2\cdot(4+\sqrt{a})}{(4 - \sqrt{a})\cdot(4+\sqrt{a})} = \frac{2\cdot(4+\sqrt{a})}{4^2 - \sqrt{a}^2} = \frac{2\cdot(4+\sqrt{a})}{16-a}.$$

Ats.: $\frac{2}{4-\sqrt{a}} = \frac{2(4+\sqrt{a})}{16-a}$. (Arba $\frac{8+2\sqrt{a}}{16-a}$, arba $\frac{8+\sqrt{4a}}{16-a}$.)

5. Parduotuvėje prekės žymimos triženkliais kodais nuo 100 iki 999 imtinai. Apskaičiuokite, kiek yra tokių triženklių kodų, kurių visi trys skaitmenys skirtingi.

Sprendimas:

1. *Renkamės pirmąjį kodo skaitmenį*.
Kodo pirmasis skaitmuo gali būti bet kuris iš 9 skaitmenų:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, – pasirinkti pirmą kodo skaitmenį yra 9 galimybės.

2. *Renkamės antrąjį kodo skaitmenį*.
Kodo antrasis skaitmuo gali būti bet kuris iš 10 skaitmenų:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
išskyrus pirmąjį pasirinktą skaitmenį, – pasirinkti antrą kodo skaitmenį yra 9 galimybės.

3. *Renkamės trečiąjį kodo skaitmenį*.
Kodo trečiasis skaitmuo gali būti bet kuris iš 10 skaitmenų:
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
išskyrus pirmąjį ir antrąjį pasirinktus skaitmenis, – pasirinkti trečią kodo skaitmenį yra 8 galimybės.

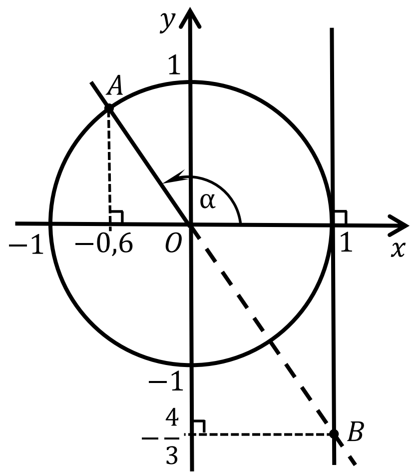
4. Kodų skaičių apskaičiuojame naudodamiesi daugybos taisykle:

$$9 \cdot 9 \cdot 8 = 648.$$

Ats.: 648 kodai. (Arba 648.)

6. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas, kurio centras yra taškas $O(0;0)$, tangentų tiesė ($x=1$) ir posūkio kampas, kurio didumas lygus α.

Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite $\operatorname{tg}\alpha$ reikšmę.



Sprendimas:

Tiesė AOB, atitinkanti posūkio kampą, kurio didumas lygus α, tangentų tiesę kerta taške $O\left(1;-\frac{4}{3}\right)$, vadinasi,

$$\operatorname{tg}(\alpha)=-\frac{4}{3}.$$

Ats.: $\operatorname{tg}(\alpha)=-\frac{4}{3}$. (Arba $-\frac{4}{3}$.)

7. Ritinio šoninio paviršiaus išklotinė yra kvadratas, kurio plotas lygus $36\pi^2$. Apskaičiuokite šio ritinio pagrindo plotą. Atsakymą pateikite su π.

Sprendimas:

1. Apskaičiuojame ritinio pagrindo ilgį ir ritinio aukštinės (sudaromosios) ilgį.
Šoninio paviršiaus išklotinės kraštinės ilgis lygus

$$\sqrt{36\pi^2} = 6\pi,$$

todėl ritinio sudaromosios ir aukštinės ilgis lygus 6π bei ritinio pagrindo (apskritimo) ilgis lygus 6π.

2. Apskaičiuojame ritinio pagrindo spindulio ilgį r:

$$2\pi r = 6\pi, \;\; r = 3.$$

3. Apskaičiuojame ritinio pagrindo plotą:

$$S_{\text{pagrindo}} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 3^2 = \pi \cdot 9 = 9\pi.$$

Ats.: Ritinio pagrindo plotas lygus 9π. (Arba 9π ploto vienetų, arba 9π kv. vnt.)

8. Yra žinoma, kad $a = \ln 2$, $b = \ln 3$ ir $\log_4 18 = m + p \cdot \frac{b}{a}$; čia m, p – racionalieji skaičiai. Nustatykite sumos $m + p$ reikšmę.

Sprendimas:

1. Pertvarkome logaritmą $\log_4(18)$, – jį keičiame logaritmų pagrindu e santykiu (naudojamės logaritmo pagrindo keitimo formule):

$$\log_4(18) = \frac{\log_e(18)}{\log_e(4)} = \frac{\ln(18)}{\ln(4)}.$$

2. Naudodamiesi logaritmų savybėmis, pertvarkome logaritmus $\ln(18)$ ir $\ln(4)$:

$$\ln(18) = \ln(9 \cdot 2) = \ln(9) + \ln(2) = \ln(3^2) + \ln(2) = 2 \cdot \ln(3) + \ln(2)\,;$$

$$\ln(4) = \ln(2^2) = 2 \cdot \ln(2).$$

3. Įrašome gautas išraiškas į trupmeną $\frac{\ln(18)}{\ln(4)}$, pasinaudojame sąlygos lygybėmis ir gautą reiškinį tapačiai pertvarkome į reikiamą pavidalą:

$$\log_4(18) = \frac{\ln(18)}{\ln(4)} = \frac{2 \cdot \ln(3) + \ln(2)}{2 \cdot \ln(2)} = \frac{2 \cdot b + a}{2 \cdot a} = \frac{2 \cdot b}{2 \cdot a} + \frac{a}{2 \cdot a} = \frac{b}{a} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{b}{a}.$$

4. Vadinasi, $m = \frac{1}{2}$, $p = 1$, o $m + p = \frac{1}{2} + 1 = 1\frac{1}{2}$.

Ats.: $m + p = 1\frac{1}{2}$. (Arba $\frac{3}{2}$, arba 1,5.)

9. Raskite funkcijos $y = f(x) = 4x^3$ pirmykštę funkciją $y = F(x)$, jeigu yra žinoma, kad šios pirmykštės funkcijos grafikui priklauso taškas $(0; 1)$.

Sprendimas:

1. Randame funkcijos $y = f(x) = 4x^3$ visas pirmykštes funkcijas $y = F(x) + C$, $C \in \mathbb{R}$:

$$\int (4x^3)\,\mathrm{d}x = x^4 + C, \quad C \in \mathbb{R};$$

$$y = F(x) + C = x^4 + C.$$

2. Apskaičiuojame C reikšmę, su kuria $y = x^4 + C$ grafikui priklauso taškas $(0; 1)$:

$$1 = 0^4 + C, \quad C = 1;$$

$$y = F(x) = x^4 + 1.$$

Ats.: $y = F(x) = x^4 + 1.$ (Arba $y = x^4 + 1$, arba $F(x) = x^4 + 1$, arba $x^4 + 1$.)

10. Nustatykite x reikšmę, su kuria lygybė $4 \cdot \operatorname{arccos}(x+2) = 3\pi$ yra teisinga.

Sprendimas:

Pertvarkome lygybę:

$$4 \cdot \operatorname{arccos}(x+2) = 3\pi,$$

$$\operatorname{arccos}(x+2) = \frac{3\pi}{4}.$$

Naudojamės arkkosinuso samprata:

Jei $\operatorname{arccos}(a) = b$, čia $b \in [0;\ \pi], a \in [-1;\ 1]$, tai $\cos(b) = a$. Pavyzdžiui:

$$\operatorname{arccos}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}, \quad \Rightarrow \quad \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Gauname:

$$x + 2 = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right),$$

$$x + 2 = -\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 2.$$

Ats.: $x = -\frac{\sqrt{2}}{2} - 2$. (Arba $-\frac{\sqrt{2}+4}{2}$, arba $\frac{-\sqrt{2}-4}{2}$.)

II dalis

11. Išspręskite nelygybes:

11.1. $|x-5|>2;$

(3 taškai)

Sprendimas:

Nelygybės apibrėžimo sritis $\mathbb{R}$.

I būdas. Naudojamės modulio apibrėžtimi.

$|x-5|>2, \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x-5\geq 0, \\ x-5>2, \end{cases}$ arba $\begin{cases} x-5<0, \\ -(x-5)>2, \end{cases}$

$x>7; \qquad x<3.$

Ats.: $x\in(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$. (Arba $(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$.)

II būdas. Naudojamės modulio samprata.

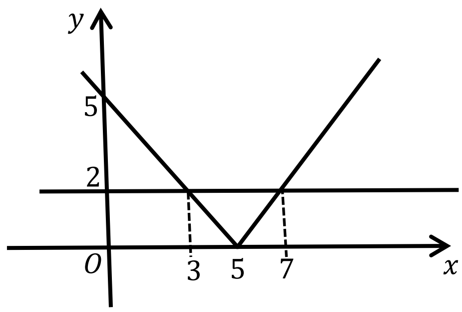
$|x-5|>2, \quad \Rightarrow \quad x-5>2,$ arba $x-5<-2,$

$x>7; \qquad x<3.$

Ats.: $x\in(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$. (Arba $(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$.)

III būdas. Naudojamės grafikais.

1. Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižome $y=|x-5|$ ir $y=2$ grafikų eskizus.



2. Randame lygties $|x-5|=2$ sprendinius: $x=3$ ir $x=7$, ir juos pažymime koordinačių plokštumoje.

3. Modulio grafikas yra virš tiesės grafiko intervaluose $(-\infty;3)$ ir $(7;+\infty)$.

Ats.: $x\in(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$. (Arba $(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$.)

IV būdas. Naudojamės modulio samprata.

1. Randame nelygybės, kurios ženklas yra priešingas duotosios nelygybės ženklui:

$|x-5|\leq 2, \quad \Rightarrow \quad -2\leq x-5\leq 2,$ (arba $|x-5|\leq 2, \Rightarrow \begin{cases} x-5\geq -2, \\ x-5\leq 2; \end{cases}$

$3\leq x\leq 7, \qquad \begin{cases} x\geq 3, \\ x\leq 7, \end{cases}$

$x\in[3;7]. \qquad x\in[3;7]$.)

2. $|x-5|>2$, kai $x\in\mathbb{R}\setminus[3;7]$.

Ats.: $x\in(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$. (Arba $(-\infty;3)\cup(7;+\infty)$, arba $(-\infty;3),(7;+\infty)$.)

11.2. $10 \cdot \lg(100^x) - 1000 < 0$.

(3 taškai)

Sprendimas:

Nelygybės apibrėžimo sritis yra visi realieji skaičiai, nes $100^x > 0$ su visomis x reikšmėmis.

I būdas.

$$10 \cdot \lg(100^x) - 1000 < 0,$$
$$\lg(100^x) < 100,$$
$$\lg(100^x) < \lg(10^{100}),$$
$$100^x < 10^{100},$$
$$10^{2x} < 10^{100},$$
$$2x < 100,$$
$$x < 50.$$

Ats.: $x \in (-\infty; 50)$. (Arba $(-\infty; 50)$.)

II būdas.

$$10 \cdot \lg(100^x) - 1000 < 0,$$
$$10x \cdot \lg(100) - 1000 < 0,$$
$$10x \cdot 2 - 1000 < 0,$$
$$20x - 1000 < 0,$$
$$x < 50.$$

Ats.: $x \in (-\infty; 50)$. (Arba $(-\infty; 50)$.)

12. Mokinys, ruošdamasis konkursui „Taip nebūna“, aprašė savo sukurtą situaciją:

„Mokslininkas, atlikdamas tyrimą, šių metų birželio 1 dienos 8 val. (ryte) į pirmą terpę įdėjo 10 bakterijų, o į antrą terpę įdėjo 10^{100} bakterijų. Yra žinoma, kad pirmoje terpėje esančių bakterijų skaičius kas 24 valandas padidėja 4 kartus, o antroje terpėje kas valandą sunyksta $\frac{9}{10}$ visų toje terpėje tuo metu esančių bakterijų.“

12.1. Remdamiesi mokinio sukurta situacija, apskaičiuokite, kiek bakterijų bus pirmoje terpėje šių metų birželio 11 dienos 8 val. (ryte).

Atsakymą parašykite $a \cdot 2^b$ pavidalu ($a, b \in \mathbb{N}$ ir a – nelyginis skaičius).

(3 taškai)

Sprendimas:

1. Pirmos terpės bakterijų skaičiai birželio 1–11 dienomis sudaro geometrinę progresiją, kurios pirmasis narys yra $b_1 = 10$, o vardiklis $q = 4$, todėl birželio 11 d. 8 val. pirmoje terpėje bakterijų skaičius bus

$$b_{11} = b_1 \cdot q^{10} = 10 \cdot 4^{10}.$$

2. Pertvarkome gautą sandaugą, suteikdami jai pavidalą $a \cdot 2^b$:

$$10 \cdot 4^{10} = 10 \cdot (2^2)^{10} = 10 \cdot 2^{20} =$$
$$= 5 \cdot 2 \cdot 2^{20} = 5 \cdot 2^{21}.$$

Ats.: $5 \cdot 2^{21}$.

12.2. Remdamiesi mokinio sukurta situacija, apskaičiuokite, po kelių valandų antroje terpėje bus likusi 1 bakterija.

(3 taškai)

Sprendimas:

1. Antros terpės bakterijų skaičiai kas valandą sudaro geometrinę progresiją, kurios pirmasis narys yra $b_1 = 10^{100}$, o vardiklis $q = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$.

2. Po n valandų antros terpės bakterijų skaičius bus

$$b_{n+1} = b_1 \cdot q^n = 10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n.$$

3. Randame n reikšmę su kuria $10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n = 1$, – sprendžiame lygtį:

$$10^{100} \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^n = 1,$$
$$10^{100-n} = 1,$$
$$n = 100.$$

Ats.: 100 val. (Arba 100.)

13. Skaičiai a, b ir c yra teigiamieji. Yra žinoma, kad $a^2 \cdot b^3 \cdot c^4 = 5^{10}$ ir $a^2 \cdot b = 5^6$.

Apskaičiuokite sandaugos $a \cdot b \cdot c$ reikšmę.

(2 taškai)

Sprendimas:

$$\begin{cases} a^2 \cdot b^3 \cdot c^4 = 5^{10}, \\ a^2 \cdot b = 5^6, \end{cases} \overset{\times}{\Rightarrow} a^4 \cdot b^4 \cdot c^4 = 5^{16},$$

$$(a \cdot b \cdot c)^4 = 5^{16},$$

$$a \cdot b \cdot c = 5^4 = 625.$$

Ats.: $a \cdot b \cdot c = 625.$ (Arba 625.)

14. Transporto priemonė 3 valandas buvo testuojama specialia įranga. Testavimo metu transporto priemonės greitis nuolat tolygiai didėjo.

Buvo nustatyta, kad šios transporto priemonės nuvažiuoto kelio s (km) priklausomybę nuo važiavimo laiko t (h) nusako funkcija $s(t) = 5t^2 + 40t$.

Apskaičiuokite, koks buvo šios transporto priemonės momentinis greitis v (km/h) po 2 valandų nuo testavimo pradžios ($t = 2$).

(2 taškai)

Sprendimas:

1. Randame kelio funkcijos išvestinę (kelio funkcijos išvestinė yra greičio funkcija):

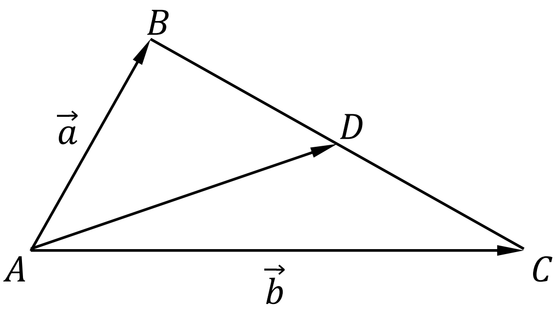
$$v(t) = s'(t) = (5t^2 + 40t)' = 10t + 40.$$

2. Apskaičiuojame gautos greičio funkcijos reikšmę, kai $t = 2$:

$$v(2) = 10 \cdot 2 + 40 = 60.$$

Ats.: 60 km/h. (Arba 60.)

15. Taškas D yra trikampio ABC kraštinės BC vidurio taškas. Trikampio kraštinėse AB ir AC pavaizduoti vektoriai $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ (žr. pav.).

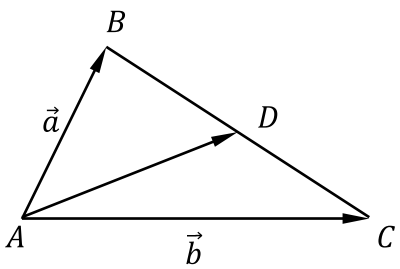


15.1. Vektorių $\overrightarrow{AD}$ išreikškite vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.

(2 taškai)

Sprendimas:

I būdas. Naudojamės trikampio taisykle.



1. $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \overrightarrow{BD}$.

2.

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$,

$\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \cdot \left(\vec{b} - \vec{a}\right)$.

3.

$\overrightarrow{AD} = \vec{a} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \left(\vec{b} - \vec{a}\right) = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \vec{b}$.

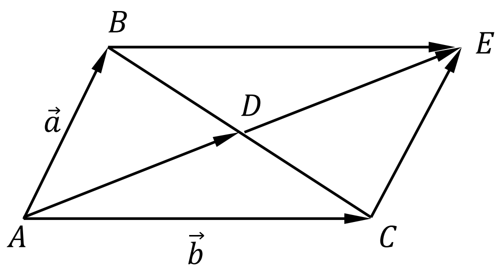
Ats.: $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$. (Arba $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$.)

II būdas. Naudojamės lygiagretainio taisykle.

1. Paveikslą papildome iki lygiagretainio $ABEC$ ($AC \parallel BE$).

2.

$$\overrightarrow{AE} = \vec{a} + \vec{b}.$$



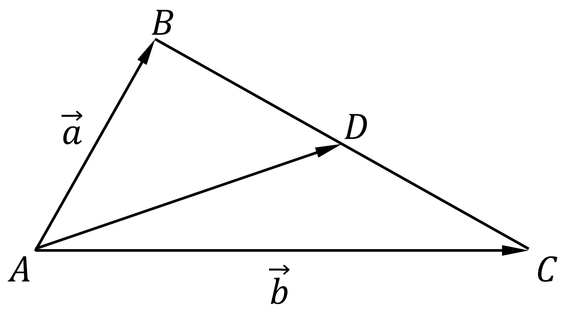
3. Taškas D yra lygiagretainio įstrižainių sankirtos taškas, todėl

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2} \cdot \left(\vec{a} + \vec{b}\right),$$

Ats.: $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$. (Arba $\frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$.)

15.2. Apskaičiuokite vektorių $\overrightarrow{AD}$ ir $\overrightarrow{BC}$ skaliarinę sandaugą, jeigu $AB = 5$ ir $AC = 9$.

(3 taškai)



Sprendimas:

1. Naudojamės vektorių $\overrightarrow{AD}$ ir $\overrightarrow{BC}$ išraiškomis vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$:

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\cdot\vec{a} + \frac{1}{2}\cdot\vec{b}.$$

$$\overrightarrow{BC} = \vec{b} - \vec{a}.$$

2. Randame vektorių skaliarinę sandaugą:

$$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC} = \left(\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{b} - \vec{a}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})\left(\vec{b} - \vec{a}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\vec{b} + \vec{a}\right)\left(\vec{b} - \vec{a}\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\left(\vec{b}\right)^2 - (\vec{a})^2\right) =$$

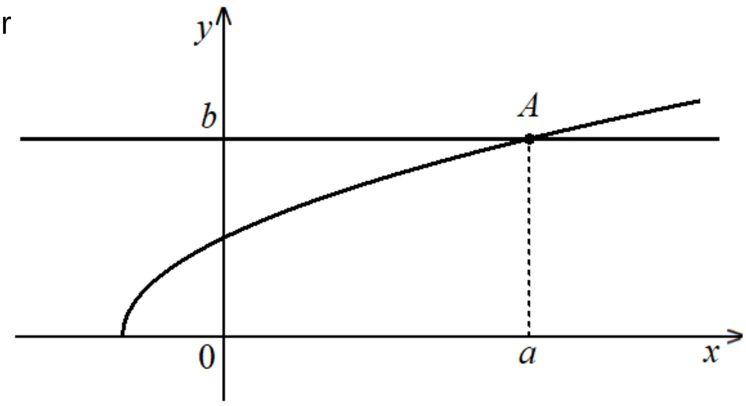
$$= \frac{1}{2}\left(\left|\vec{b}\right|^2 - |\vec{a}|^2\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\cdot(9^2 - 5^2) = \frac{1}{2}\cdot 56 = 28.$$

Ats.: $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC} = 28.$ (Arba 28.)

16. Paveiksle pavaizduotos kreivė $y = \sqrt{x+1}$ ir tiesė $y = 2$.

Taškas $A(a; b)$ – jų susikirtimo taškas.



16.1. Apskaičiavę taško $A(a; b)$ koordinates, parodykite, kad tiesė $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ yra kreivės $y = \sqrt{x+1}$ liestinė taške A.

(4 taškai)

Sprendimas:

1. Apskaičiuojame taško $A(a; b)$ koordinates:

$$\sqrt{x+1} = 2,$$

$$x = 3.$$

Ats.: $A(3; 2)$. (Arba $(3; 2)$.)

2. *Parodymas:*

I būdas. Naudojamės liestinės krypties koeficiento ir išvestinės sąryšiu.

2.1. Randame funkcijos $y = \sqrt{x+1}$ išvestinę:

$$y' = \left(\sqrt{x+1}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}.$$

2.2. Liestinės $y = kx + b$, liečiančios $y = \sqrt{x+1}$ grafiką taške $A(3; 2)$, krypties koeficientas

$$k = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{4}.$$

Liestinės lygtis

$$y = \frac{1}{4}x + b.$$

2.3. Apskaičiuojame liestinės laisvąjį narį b.

Kai $x = 3$, $y = 2$, tai

$$2 = \frac{1}{4} \cdot 3 + b,$$

$$b = \frac{5}{4}.$$

Liestinės lygtis

$$y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}.$$

Parodyta.

II būdas. Naudojamės liestinės lygties formule

$$y = f'(a)(x - a) + f(a).$$

1. Randame $f(x) = \sqrt{x+1}$ išvestinę:

$$f'(x) = \left(\sqrt{x+1}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}.$$

2. Randame $f(x)$ ir $f'(x)$ reikšmes, kai $x = 3$:

$$f'(3) = \frac{1}{2\sqrt{3+1}} = \frac{1}{4},$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} = 2.$$

3. Užrašome liestinės lygtį:

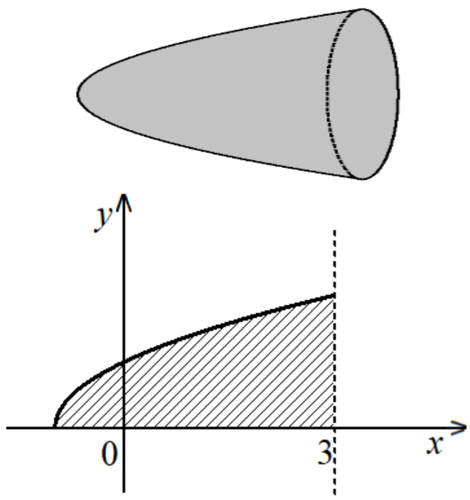
$$y = \frac{1}{4}(x - 3) + 2 = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}.$$

Parodyta.

16.2. Paveiksle pavaizduotas sukinys, gautas apie abscisių ašį sukant kreivinę trapeciją, apribotą kreive $y = \sqrt{x+1}$, tiese $x = 3$ ir abscisių ašimi.

Apskaičiuokite šio sukinio tūrį. Atsakymą pateikite su π.

(3 taškai)



Sprendimas:

1. Randame $y = \sqrt{x+1}$ grafiko ir Ox ašies sankirtos taško abscisę. Kai $y = 0$, tai

$$\sqrt{x+1} = 0,$$

$$x = -1.$$

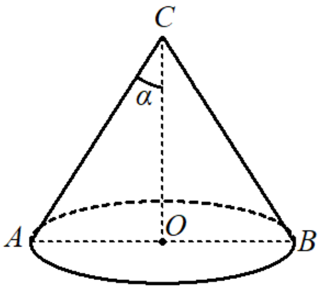
2. Pasinaudojame sukinio tūrio formule.

$$V = \pi \int_{-1}^{3} \left(\sqrt{x+1}\right)^2 \mathrm{d}x = \pi \int_{-1}^{3} (x+1)\, \mathrm{d}x.$$

3. Apskaičiuojame sukinio tūrį:

$$\pi \int_{-1}^{3} (x+1)\, \mathrm{d}x = \pi \cdot \left(\frac{x^2}{2} + x\right)\Big|_{-1}^{3} = \pi \cdot \left(\frac{9}{2} + 3 - \left(\frac{1}{2} + 1\right)\right) = 8\pi.$$

Ats.: 8π.



17. Paveiksle pavaizduotas kūgis, kurio pagrindo centras yra taškas O, sudaromosios ilgis lygus 6, o kampo, kurį sudaro šio kūgio aukštinė ir sudaromoji, didumas lygus α.

17.1. Parodykite, kad šio kūgio tūrio V priklausomybę nuo kampo α nusako funkcija $V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(2 taškai)

Parodymas:

Naudojamės kūgio tūrio formule $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AO^2 \cdot CO$.

1. Iš stačiojo trikampio AOC randame AO ir OC:

$$AO = AC \cdot \sin(\alpha) = 6\sin(\alpha), \qquad OC = AC \cdot \cos(\alpha) = 6\cos(\alpha).$$

2. Randame kūgio tūrį:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot AO^2 \cdot CO = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6\sin(\alpha))^2 \cdot 6\cos(\alpha) =$$

$$= 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha).$$

$V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$.

Parodyta.

17.2. Nustatykite duotos kūgio tūrio funkcijos $V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$ išvestinę $V'(\alpha)$.

(2 taškai)

Sprendimas:

$$V'(\alpha) = (72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha))' = 72\pi \cdot (\sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha))' =$$
$$= 72\pi \cdot ((\sin^2(\alpha))' \cdot \cos(\alpha) + (\sin^2(\alpha) \cdot (\cos(\alpha))') =$$
$$= 72\pi \cdot (2\sin(\alpha) \cdot (\sin(\alpha))' \cdot \cos(\alpha) - \sin^2(\alpha) \cdot \sin(\alpha)) =$$
$$= 72\pi \cdot (2\sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\alpha) - \sin^2(\alpha) \cdot \sin(\alpha)) =$$
$$= 72\pi \cdot (2\sin(\alpha) \cdot \cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha)).$$

Ats.: $V'(\alpha) = 72\pi \cdot (2\sin(\alpha) \cdot \cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha))$.

(Arba $72\pi(2\sin(\alpha)\cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha))$, arba $144\pi\sin(\alpha)\cos^2(\alpha) - 72\pi\sin^3(\alpha)$.)

17.3. Parodykite, kad funkcija $V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$ nusakytas kūgio tūris yra didžiausias, kai $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; čia $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(3 taškai)

Parodymas:

1. Randame tūrio funkcijos kritinius taškus. Tuose taškuose išvestinė yra lygi nuliui arba neegzistuja (taškų, kuriuose funkcijos išvestinė neegzistuoja, ši funkcija neturi). Sprendžiame lygtį:

$$72\pi(2\sin(\alpha)\cos^2(\alpha) - \sin^3(\alpha)) = 0, \ \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\sin(\alpha) \cdot (2\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)) = 0, \ \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\sin(\alpha) \cdot (2\cos^2(\alpha) - (1 - \cos^2(\alpha))) = 0, \ \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\sin(\alpha) \cdot (2\cos^2(\alpha) - 1 + \cos^2(\alpha)) = 0, \ \alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right);$$

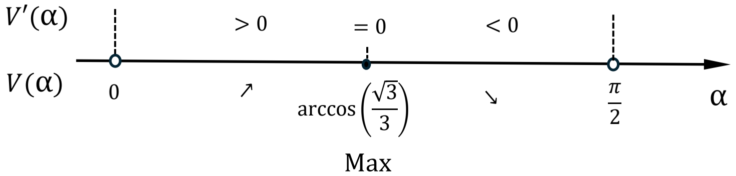
$$\sin(\alpha) \cdot (3\cos^2(\alpha) - 1) = 0,$$

$$\sin(\alpha) = 0, \quad \text{arba} \quad 3\cos^2(\alpha) - 1 = 0.$$

Lygtis $\sin(\alpha) = 0$, kai $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, sprendinių neturi.

Lygtis $\cos^2(\alpha) = \frac{1}{3}$, kai $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, turi vienintelį sprendinį $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

2. Pereidama tašką $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ funkcijos išvestinė $V'(\alpha)$ keičia ženklą iš $+$ į $-$, todėl $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ yra funkcijos $V(\alpha)$ maksimumo taškas.



Parodyta.

18. Bibliotekos lentynoje yra matematikos, fizikos ir istorijos mokomųjų dalykų knygos: keturios matematikos knygos, trys fizikos knygos ir viena istorijos knyga.

18.1. Agota iš šios lentynos atsitiktinai paėmė dvi knygas ir pavarčiusi grąžino jas atgal. Apskaičiuokite tikimybę, kad šios abi Agotos paimtos knygos buvo matematikos.

(2 taškai)

Sprendimas:

1. Lentynoje iš viso yra $4+3+1=8$ knygos.

Paimti 2 knygas iš 8 yra

$$n = C_8^2 = \frac{8\cdot 7}{2} = 28 \text{ būdai.}$$

Paimti 2 matematikos knygas iš 4 yra

$$m = C_4^2 = \frac{4\cdot 3}{2} = 6 \text{ būdai.}$$

2. Tikimybė įvykio M – abi paimtos knygos bus matematikos yra

$$\mathbf{P}(M) = \frac{m}{n},$$

$$\mathbf{P}(M) = \frac{C_4^2}{C_8^2} = \frac{6}{28} = \frac{3}{14}.$$

Ats.: $\mathbf{P}(\text{abi} - \text{matematikos}) = \frac{3}{14}$. (Arba $\frac{3}{14}$, arba bet kuri kita trupmena lygi $\frac{3}{14}$.)

18.2. Jokūbas iš šios lentynos atsitiktinai paėmė vieną knygą ir pavartęs grąžino ją atgal. Paskui Gabrielius taip pat iš šios lentynos atsitiktinai paėmė vieną knygą ir pavartęs grąžino ją atgal. Apskaičiuokite tikimybę, kad abiejų vaikinų paimtos knygos buvo to paties mokomojo dalyko.

(2 taškai)

Sprendimas:

1. Abiem paimti arba matematikos (MM), arba fizikos (FF), arba istorijos (II) knygas yra

$$4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 26 \text{ būdai.}$$

2. Paimti dvi knygas yra

$$8 \cdot 8 = 64 \text{ būdai.}$$

Tikimybė įvykio arba MM, arba FF, arba II – abu paėmė arba matematikos, arba fizikos, arba istorijos knygas yra

$$\mathbf{P}(\text{arba } MM, \text{arba } FF, \text{arba } II) = \frac{26}{64} = \frac{13}{32}.$$

Ats.: $\mathbf{P}(\text{abi knygos bus to paties dalyko}) = \frac{13}{32}$.   (Arba $\frac{13}{32}$.)

18.3. Urtė iš šios lentynos atsitiktinai paėmė tris knygas. Apskaičiuokite tikimybę, kad tarp šių jos paimtų knygų bent viena knyga buvo matematikos.

(2 taškai)

Sprendimas:

1. Paimti 3 ne matematikos knygas iš 4 ne matematikos knygų yra

$$m = C_4^3 = \frac{4\cdot 3\cdot 2}{3!} = 4 \text{ būdai.}$$

2. Paimti 3 knygas iš 8 knygų yra

$$n = C_8^3 = \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3!} = 56 \text{ būdai.}$$

3.

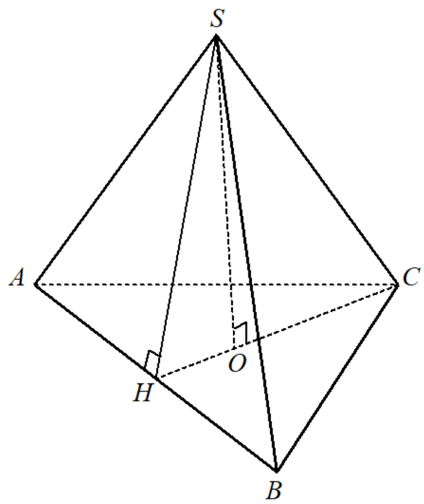
$$\mathbf{P}(\text{iš 3 paimtų knygų bent 1 bus matematikos}) =$$

$$= 1 - \mathbf{P}(\text{visos 3 paimtos knygos bus ne matematikos}) =$$

$$= 1 - \frac{C_4^3}{C_8^3} = 1 - \frac{4}{56} = 1 - \frac{1}{14} = \frac{13}{14}.$$

Ats.: $\mathbf{P}(\text{bent 1 knyga bus matematikos}) = \frac{13}{14}$. (Arba $\frac{13}{14}$.)

19. Paveiksle pavaizduota piramidė $SABC$, kurios visos sienos – lygiakraščiai trikampiai. Piramidės briaunos ilgis lygus a.



19.1. Raskite piramidės apotemos SH ilgį (žr. pav.).

(2 taškai)

Sprendimas:

I būdas.

Iš stačiojo trikampio SAH ($AS = a, AH = \frac{a}{2}, \angle SHA = 90°$):

$$SH = \sqrt{AS^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

Ats.: $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. (Arba $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.)

II būdas.

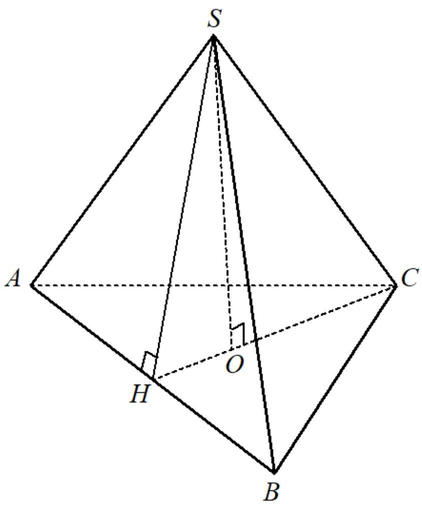
Iš stačiojo trikampio AHS ($AS = a, \angle AHS = 90°, \angle SAH = 60°$):

$$SH = AS \cdot \sin(\angle SAH) = a \cdot \sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$$

Ats.: $SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a$. (Arba $\frac{\sqrt{3}a}{2}$.)

19.2. Nustatykite atstumą tarp prasilenkiančių tiesių AB ir SC.

(2 taškai)



Sprendimas:

1. Trikampio SHC aukštinė HD yra statmena tiesei AB, nes plokštuma $SHC \perp AB$ pagal tiesės ir plokštumos statmenumo požymį (nes $SH \perp AB$ ir $CH \perp AB$), ir statmena tiesei SC, nes HD yra trikampio SHC aukštinė.

2. Iš stačiojo trikampio HDS $(\angle HDS = 90°, SD = \frac{a}{2}, HS = \frac{\sqrt{3}}{2}a)$:

$$HD = \sqrt{HS^2 - SD^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$$

Ats.: $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. (Arba $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.)

20. Dėžėje yra a geltonų ir b mėlynų vienodo dydžio kamuoliukų. Yra žinoma, kad $b \geq 2$.
Iš dėžės atsitiktinai traukiami du kamuoliukai. Tikimybė, kad šie abu atsitiktinai ištraukti kamuoliukai bus geltoni, yra lygi $\frac{1}{2}$.

20.1. Remdamiesi pateikta informacija, pagrįskite, kad geltonų ir mėlynų kamuoliukų skaičių sieja lygybė $2a(a-1) = (a+b)(a+b-1)$.

(2 taškai)

Pagrindimas:

I būdas. Naudojamės klasikiniu tikimybės apibrėžimu.

1. Ištraukti du kamuoliukus iš $a+b$ kamuoliukų yra

$(a+b)(a+b-1)$ būdai.

(Arba $\frac{(a+b)(a+b-1)}{2}$.)

2. Ištraukti du kamuoliukus iš a kamuoliukų yra

$a(a-1)$ būdai.

(Arba $\frac{a(a-1)}{2}$.)

3.

$$\mathbf{P}(\text{Abu geltoni}) = \frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}.$$

(Arba $\mathbf{P}(\text{Abu geltoni}) = \frac{\frac{a(a-1)}{2}}{\frac{(a+b)(a+b-1)}{2}} = \frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}$.)

4.

$$\frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)} = \frac{1}{2}.$$

$$2a(a-1) = (a+b)(\ a+b-1).$$

Pagrįsta.

II būdas. Naudojamės nepriklausomų įvykių apibrėžtimi.

1. Įvykis a ir a – iš dėžės ištraukti abu kamuoliukai bus geltoni.

$$\mathbf{P}(a \text{ ir } a) = \mathbf{P}(a) \cdot \mathbf{P}(a\ ) = \frac{a}{a+b} \cdot \frac{a-1}{a+b-1}.$$

2. Pagal sąlygą $\mathbf{P}(a \text{ ir } a) = \frac{1}{2}$, todėl:

$$\frac{a}{a+b} \cdot \frac{a-1}{a+b-1} = \frac{1}{2},$$

$$2a(a-1) = (a+b)(\ a+b-1).$$

Pagrįsta.

20.2. Tarkime, kad dėžėje esančių mėlynų kamuoliukų skaičius yra lyginis.

Remdamiesi lygybe $2a(a-1)=(a+b)(a+b-1)$, nustatykite, kiek mažiausiai mėlynų kamuoliukų gali būti šioje dėžėje.

(3 taškai)

Sprendimas:

I būdas. Duotą lygybę pertvarkome į kvadratinę lygtį nežinomojo a atžvilgiu:

$$2a(a-1)=(a+b)(a+b-1),$$
$$a^2-(1+2b)a+(b-b^2)=0.$$

Randame diskriminantą:

$$D=(1+2b)^2-4(b-b^2)=8b^2+1.$$

Perrankos būdu randame mažiausią lyginę b reikšmę, su kuria reiškinio $D=8b^2+1$ reikšmė yra natūraliojo skaičiaus kvadratas:

- kai $b=2$, tai $D=33$ (netinka),
- kai $b=4$, tai $D=129$ (netinka),
- kai $b=6$, tai $D=289=17^2$ (tinka).

Kai $b=6$, tai turime:

$$a^2-13a-30=0, \quad a=15.$$

Pasitikrinimas: $\mathbf{P}(a \text{ ir } a)=\frac{15}{21}\cdot\frac{14}{20}=\frac{1}{2}$.

Ats.: 6 kamuoliukai. (Arba 6.)

II būdas. Naudojamės perranka.

1. Kai $b=2$, tai:

$2a(a-1)=(a+2)(a+1)$,

$a^2-5a-2=0$, $D=33$,

$a_1=\frac{5-\sqrt{33}}{2}$, $a_2=\frac{5+\sqrt{33}}{2}$, – lygtis neturi natūraliųjų sprendinių, todėl $b=2$ netinka.

2. Kai $b=4$, tai:

$2a(a-1)=(a+4)(a+3)$,

$a^2-9a-12=0$, $D=129$,

$a_1=\frac{9-\sqrt{129}}{2}$, $a_2=\frac{9+\sqrt{129}}{2}$, – lygtis neturi natūraliųjų sprendinių, todėl $b=4$ netinka.

3. Kai $b=6$, tai:

$2a(a-1)=(a+6)(a+5)$,

$a^2-13a-30=0$, $D=289$,

$a_1=\frac{13-\sqrt{289}}{2}=-2$ (netinka), $a_2=\frac{13+\sqrt{289}}{2}=15\in\mathbb{N}$, – $b=6$ tinka.

Ats.: 6 kamuoliukai. (Arba 6.)