Nacionalinė švietimo agentūra

2026

Nuotolinė konsultacija matematikos mokytojams

Uždavinių sprendimus parengė Valdas Vanagas

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Bendrasis kursas

Pagrindinė sesija

2026 m. birželio 5 d. **Trukmė – 4 val. (240 min.)**

I dalis

*Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**.*

1. Duotos dvi aibės: $A = \{1;\ 4;\ 9; 16\}$ ir $B = \{9;\ 16;\ 25\}$.

Raskite šių aibių sankirtą $A \cap B$.

Sprendimas:

$$A \cap B = \{1; 4; 9; 16\} \cap \{9; 16; 25\} = \{9; 16\}.$$

Ats.: $A \cap B = \{9; 16\}$.
(Arba $\{1; 4; 9; 16\} \cap \{9; 16; 25\} = \{9; 16\}$, arba $\{9, 16\}$, arba $9; 16$.)

2. Nustatykite a reikšmę, su kuria lygybė $4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a}$ yra teisinga.

Sprendimas:

$$4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{4^2} = \sqrt[3]{16}.$$

Ats.: $a = 16$. (Arba 16.)

3. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis $x + 2 = \frac{2}{x}$.

Sprendimas:

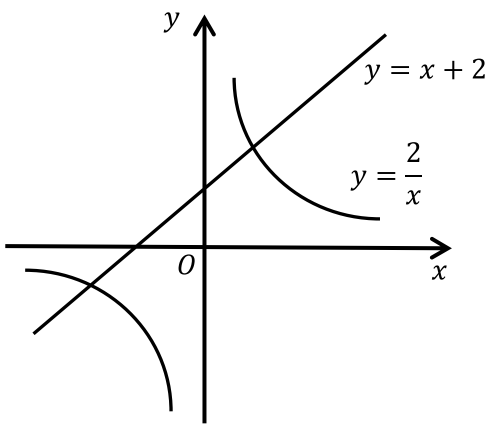
Funkcijų

$$y = x + 2 \text{ ir } y = \frac{2}{x}$$

grafikai turi du bendrus taškus, todėl lygtis

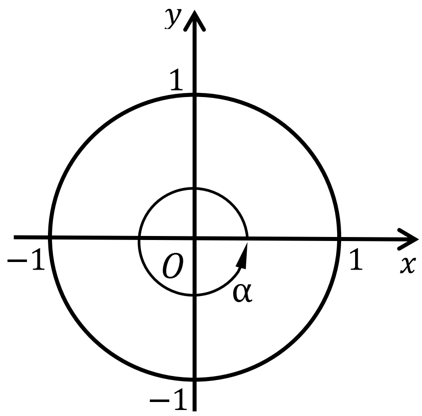
$$x + 2 = \frac{2}{x}$$

turi du sprendinius.



Ats.: Lygtis turi 2 sprendinius. (Arba 2.)

4. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas, kurio centras yra taškas $O(0; 0)$, ir posūkio kampas, kurio didumas lygus α. Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, nustatykite, kam lygu α (laipsniais).



Sprendimas:

Pavaizduoto posūkio kampo kryptis yra priešinga laikrodžio rodyklės judėjimo krypčiai, todėl šio posūkio kampo didumas yra lygus neigiamam laipsnių skaičiui.
Visas apskritimas atitinka $360°$ laipsnių didumo centrinį kampą, todėl

$$\alpha = 360°.$$

Ats.: $\alpha = 360°$. (Arba 360.)

5. Apskaičiuokite reiškinio $10 \cdot \sqrt{(-10)^2} - |-10|$ reikšmę.

Sprendimas:

$$10 \cdot \sqrt{(-10)^2} - |-10| = 10 \cdot \sqrt{100} - 10 = 10 \cdot 10 - 10 = 100 - 10 = 90.$$

Ats.: $10 \cdot \sqrt{(-10)^2} - |-10| = 90$. (Arba 90.)

6. Nustatykite funkcijos $f(x) = \sqrt{2x + 14}$ apibrėžimo sritį.

Sprendimas:

Funkcijos $f(x) = \sqrt{2x + 14}$ apibrėžimo sritį sudaro x reikšmės, su kuriomis funkcijos reiškinio $\sqrt{2x + 14}$ pošaknio reiškinys $2x + 14$ įgyja neneigiamas reikšmes, t. y.

$$2x + 14 \geq 0.$$

Sprendžiame nelygybę:

$$2x + 14 \geq 0, \quad x \geq -7; \quad x \in [-7; +\infty).$$

Ats.: $x \in [-7; +\infty)$. (Arba $D(f) = [-7; +\infty)$, arba $[-7; +\infty)$, arba $x \geq -7$.)

7. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{3}{\sqrt{5}+1}$ vardiklyje.

Sprendimas:

$$\frac{3}{\sqrt{5}+1}\cdot\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1}=\frac{3\cdot(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)\cdot(\sqrt{5}-1)}=\frac{3\cdot(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}^2-1^2}=\frac{3\cdot(\sqrt{5}-1)}{5-1}=\frac{3\cdot(\sqrt{5}-1)}{4}.$$

Ats.: $\frac{3}{\sqrt{5}+1}=\frac{3\sqrt{5}-3}{4}$. (Arba $\frac{3(\sqrt{5}-1)}{4}$, arba $0{,}75(\sqrt{5}-1)$.)

8. Yra žinoma, kad $\sin^2(\alpha)=0{,}2$. Apskaičiuokite $\cos^2(\alpha)$.

Sprendimas:

$$\sin^2(\alpha)+\cos^2(\alpha)=1,$$

$$0{,}2+\cos^2(\alpha)=1,\ \cos^2(\alpha)=1-0{,}2,\ \cos^2(\alpha)=0{,}8.$$

Ats.: $\cos^2(\alpha)=0{,}8$. (Arba $\frac{8}{10}$, arba $\frac{4}{5}$.)

9. Šachmatų turnyre dalyvavo 24 šachmatininkai. Kiekvienas iš jų su kiekvienu kitu turnyre dalyvavusiu šachmatininku sužaidė po vieną partiją. Apskaičiuokite, kiek iš viso šachmatų partijų buvo sužaista šiame turnyre.

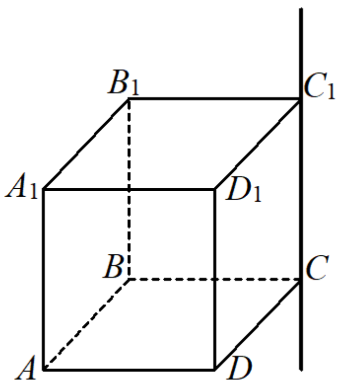
Sprendimas:

Kiekvienas iš 24 šachmatininkų sužaidė po 23 partijas.
Į sandaugą $23\cdot24$ kiekviena turnyre sužaista partija įskaičiuota du kartus, todėl turnyre sužaistų partijų skaičius yra dvigubai mažesnis už sandaugos $23\cdot24$ reikšmę:

$$\frac{23\cdot24}{2}=23\cdot12=276.$$

Ats.: 276 partijos. (Arba 276.)

10. Paveiksle pavaizduotas kubas $ABCDA_1B_1C_1D_1$ ir tiesė CC_1. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nurodykite **visas** kubo briaunas, kurios yra tiesėse, prasilenkiančiose su tiese CC_1.



Sprendimas:

Prasilenkiančios tiesės neturi bendro taško ir nėra lygiagrečios (nėra plokštumos, kuriai priklauso abi tiesės).

Ats.: $AB,\ A_1B_1,\ AD,\ A_1D_1$.

II dalis

11. Išspręskite lygtis.

11.1. $-3x^3 = 375.$

(2 taškai)

Sprendimas:

$$-3x^3 = 375,$$

$$x^3 = -125,$$

$$x = \sqrt[3]{-125},\ \ x = -5.$$

Ats.: $x = -5$. (Arba -5.)

11.2. $\log_2(2x - 6) = \log_2 8.$

(2 taškai)

Sprendimas:

1. Lygties apibrėžimo sritis: $2x - 6 > 0,\ \Rightarrow\ x > 3.$
2. Sprendžiame lygtį:

$$\log_2(2x - 6) = \log_2 8,$$

$$2x - 6 = 8,\ \ 2x = 14,\ \ x = 7.$$

3. Lygybė $\log_2(2 \cdot 7 - 6) = \log_2 8$ yra teisinga.

Ats.: $x = 7$. (Arba 7.)

11.3. $2^x + 2^{x+3} = 36.$

(3 taškai)

Sprendimas:

$$2^x + 2^{x+3} = 36,$$

$$2^x + 2^x \cdot 2^3 = 36,$$

(Arba $2^x(1 + 2^3) = 36$, arba $2^x + 2^x \cdot 8 = 36$.)

$$9 \cdot 2^x = 36,$$

$$2^x = 4,\quad 2^x = 2^2,\quad x = 2.$$

Ats.: $x = 2$. (Arba 2.)

11.4. $\operatorname{tg} x - 1 = 0$, kai $x \in (90°; 270°)$.

(3 taškai)

Sprendimas

I būdas.

$$\operatorname{tg} x - 1 = 0, \quad \operatorname{tg} x = 1, \ x = \operatorname{arctg}(1) + 180° \cdot k, \ \ k \in \mathbb{Z}, \ x = 45° + 180° \cdot k, \ \ k \in \mathbb{Z}.$$

Randame sprendinius, priklausančius nurodytam intervalui:

- kai $k = 0$, tai $x = 45° \notin (90°; 270°)$;
- kai $k = 1$, tai $x = 225° \in (90°; 270°)$;
- kai $k = 2$, tai $x = 405° \notin (90°; 270°)$.

Intervale $(90°; 270°)$ lygtis $\operatorname{tg} x - 1 = 0$ turi vienintelį sprendinį $x = 225°$.

Ats.: $x = 225°$. (Arba $225°$, arba 225.)

II būdas. Naudojamasi $y = \operatorname{tg} x$ $(x \in (90°; 270°))$ ir $y = 1$ grafikais.

$y = \operatorname{tg} x$ $(x \in (90°; 270°))$ ir $y = 1$ grafikai kertasi viename intervalo $x \in (90°; 270°)$ taške.

To taško abscisė lygi $225°$.

Vadinasi, lygtis

$$\operatorname{tg} x - 1 = 0, \text{ kai } x \in (90°; 270°),$$

turi vienintelį sprendinį $x = 225°$.

Ats.: $x = 225°$. (Arba $225°$, arba 225.)

12. Rimas nusprendė taupyti pinigus naujam dviračiui. Pirmą sekmadienį jis į tuščią taupyklę įdėjo 12 eurų, o paskui kiekvieną kitą sekmadienį į šią taupyklę įdėdavo 3 eurais daugiau negu paskutinį praėjusį sekmadienį.

12.1. Apskaičiuokite, kiek eurų Rimas įdėjo į taupyklę 5-ą sekmadienį.

(2 taškai)

Sprendimas:

Rimo į taupyklę įdedamų pinigų sumos sudaro aritmetinę progresiją, kurios pirmasis narys lygus 12, o skirtumas lygus 3.

Naudojamės aritmetinės progresijos n-tojo nario formule $a_n = a_1 + (n-1)d$.

Kai $n = 5$, $a_1 = 12$, $d = 3$, tai

$$a_5 = 12 + (5-1) \cdot 3 = 12 + 4 \cdot 3 = 24.$$

Ats.: 24 Eur. (Arba 24.)

12.2. Apskaičiuokite, kiek eurų Rimas buvo sutaupęs per pirmus 8 sekmadienius.

(2 taškai)

Sprendimas:

I būdas. Naudojamės aritmetinės progresijos pirmųjų n narių sumos formule $S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n$.

$$a_1 = 12,\ \ d = 3,\ \ n = 8,\ \ a_8 = 12 + 7 \cdot 3 = 33;$$

$$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = \frac{12\ +\ 33}{2} \cdot 8 = 180.$$

Ats.: 180 Eur. (Arba 180.)

II būdas. Naudojamės aritmetinės progresijos pirmųjų n narių sumos formule $S_n = \frac{2a_1+(n-1)d}{2} \cdot n$.

$$S_8 = \frac{2a_1\ +\ 7d}{2} \cdot 8 = \frac{24\ +\ 21}{2} \cdot 8 = 180.$$

Ats.: 180 Eur. (Arba 180.)

12.3. Nustatykite, kelintą sekmadienį Rimas į taupyklę pirmą kartą įdėjo triženklę eurų sumą.

(3 taškai)

Sprendimas:

I būdas. Naudojamės griežta nelygybe $a_n > 99$.

$$a_1 + (n-1)d > 99,$$

$$12 + (n-1) \cdot 3 > 99,\ \ n > 30,\ n \in \mathbb{N}.$$

Ats.: 31-ą sekmadienį. (Arba 31.)

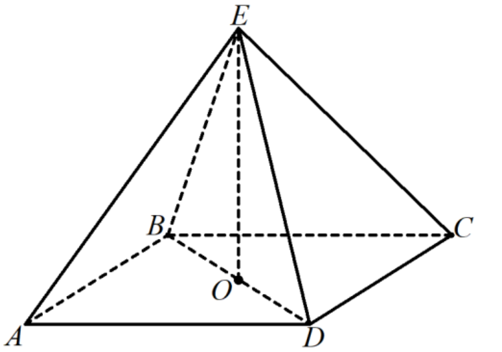
II būdas. Naudojamasi negriežta nelygybe $a_n \geq 100$.

$$a_1 + (n-1)d \geq 100,$$

$$12 + (n-1) \cdot 3 \geq 100,\ \ n \geq 30\tfrac{1}{3},\ n \in \mathbb{N};\ \ n = 31.$$

Ats.: 31-ą sekmadienį. (Arba 31.)

13. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė $EABCD$ ir jos aukštinė EO. Yra žinoma, kad piramidės pagrindo $ABCD$ įstrižainės BD ilgis lygus 24, o piramidės šoninės briaunos ED ilgis lygus 13.



13.1. Apskaičiuokite piramidės aukštinės EO ilgį.

(2 taškai)

Sprendimas:

$$OD = \frac{BD}{2} = \frac{24}{2} = 12.$$

Iš stačiojo trikampio EOD pagal Pitagoro teoremą:

$$EO = \sqrt{ED^2 - OD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13-12)(13+12)} = \sqrt{25} = 5.$$

Ats.: $EO = 5$. (Arba 5.)

13.2. Nustatykite atkarpos, kuri yra piramidės briaunos EA statmenoji projekcija piramidės pagrindo $ABCD$ plokštumoje, ilgį.

(1 taškas)

Sprendimas:

Briaunos EA statmenoji projekcija plokštumoje $ABCD$ yra atkarpa AO. Jos ilgis

$$AO = \frac{1}{2}AC = 12.$$

Ats.: $AO = 12$. (Arba 12.)

13.3. Apskaičiuokite kampo, kurį sudaro piramidės šoninė briauna su piramidės pagrindo plokštuma, didumo kosinusą.

(2 taškai)

Sprendimas:

1. $\angle(ED; ABCD) = \angle EDO$.
2. Iš stačiojo trikampio EOD:

$$\cos(\angle EDO) = \frac{OD}{ED} = \frac{12}{13}.$$

Ats.: $\cos(\angle EDO) = \frac{12}{13}$. (Arba $\frac{12}{13}$.)

14. Atlikdamas brandos darbą, mokinys tyrė, kaip mažėja bakterijų skaičius mėgintuvėlyje, esant bakterijoms nepalankioms sąlygoms. Tyrimo pradžioje mėgintuvėlyje buvo 20 milijonų bakterijų. Mokinys nustatė, kad mėgintuvėlyje esančių bakterijų skaičių n (milijonais) galima apskaičiuoti pagal formulę $n = 5 + \dfrac{15}{1 + 0{,}2 \cdot \log_2(t+1)}$; čia t – nuo tyrimo pradžios praėjusių parų skaičius. Nustatykite, kiek per pirmąsias 7 tyrimo paras sumažėjo bakterijų skaičius. Atsakymą pagrįskite.

(3 taškai)

Sprendimas:

1. Po $t = 7$ parų mėgintuvėlyje buvusių bakterijų skaičius (milijonais) lygus

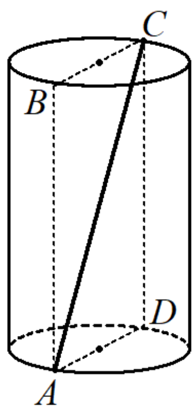
$$5 + \frac{15}{1 + 0{,}2 \cdot \log_2(7+1)} = 5 + \frac{15}{1{,}6} = 5 + 9{,}375 = 14{,}375.$$

2. Per 7 paras mėgintuvėlyje bakterijų skaičius sumažėjo:

$$20 \text{ milijonų} - 14{,}375 \text{ milijonai} = 5{,}625 \text{ milijonai.}$$

Ats.: $5{,}625$ milijonais. (Arba 5625000.)

15. Paveiksle pavaizduoto ritinio ašinio pjūvio $ABCD$ įstrižainės ilgis lygus 37, o ritinio pagrindo spindulio ilgis lygus 6. Apskaičiuokite šio ritinio tūrį. Atsakymą pateikite su π.



(4 taškai)

Sprendimas:

1. Apskaičiuojame ritinio pagrindo skersmens ilgį:

$$AD = 6 \cdot 2 = 12.$$

2. Apskaičiuojame ritinio aukštinės ilgį. Iš stačiojo trikampio CAD:

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{37^2 - 12^2} = \sqrt{(37-12)(37+12)} = \sqrt{25 \cdot 49} = 5 \cdot 7 = 35.$$

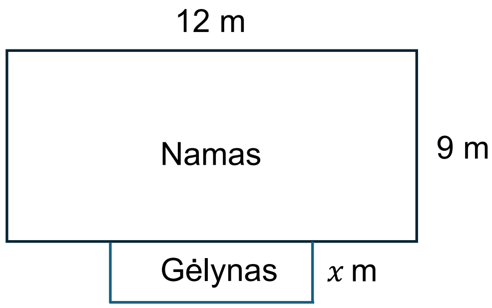
3. Apskaičiuojame ritinio pagrindo plotą:

$$S = \pi \cdot 6^2 = 36\pi.$$

4. Apskaičiuojame ritinio tūrį:

$$V = CD \cdot S = 35 \cdot 36\pi = 1260\pi.$$

Ats.: 1260π.



16. Sodininkas prie namo sienos ketina įsirengti stačiakampio formos gėlyną. Paveiksle pavaizduotą namo ir būsimo gėlyno planą sudaro du stačiakampiai. Pagal planą gėlyną iš vienos pusės ribos namo siena, o iš kitų trijų pusių – dekoratyvinė tvorelė, kurios bendras ilgis 10 metrų. Šio gėlyno vienos kraštinės ilgį (metrais) pažymėkime x, kaip parodyta paveiksle; čia $x \in (0; 5)$.

16.1. Parodykite, kad gėlyno plotą S (kvadratiniais metrais) galima išreikšti funkcija, kurios formulė yra $S(x) = 10x - 2x^2$.

(2 taškai)

Parodymas:

1. Gėlyno matmenys yra x ir $10 - 2x$.
2. Gėlyno plotas yra $S(x) = x \cdot (10 - 2x) = 10x - 2x^2$.

16.2. Raskite funkcijos $S(x) = 10x - 2x^2$ išvestinę $S'(x)$.

(1 taškas)

Sprendimas: $S'(x) = (10x - 2x^2)' = 10 - 4x$.

Ats.: $10 - 4x$.

16.3. Nustatykite, koks turėtų būti gėlyno kraštinės ilgis x (metrais), kad gėlyno plotas S (kvadratiniais metrais) būtų didžiausias; čia $x \in (0; 5)$.

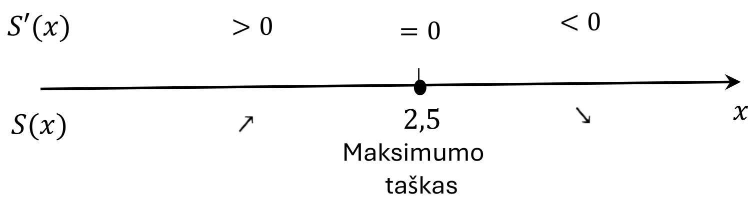
(3 taškai)

Sprendimas:

I būdas. Naudojamės išvestine.

$10 - 4x = 0$,

$x = 2{,}5$, – maksimumo taškas (žr. pav.).



Ats.: 2,5 m. (Arba $x = 2{,}5$, arba 2,5.)

II būdas. Naudojamės $y = S(x)$ grafiku.

Funkcijos $y = 10x - 2x^2$ grafikas yra parabolė, kurios šakos nukreiptos žemyn (nes $-2 < 0$).

Randame parabolės aukščiausio taško (parabolės viršūnės) abscisę: $x = \frac{10}{4} = 2{,}5$.

Ats.: 2,5 m. (Arba $x = 2{,}5$, arba 2,5.)

16.4. Apskaičiuokite didžiausią galimą šio gėlyno plotą S (kvadratiniais metrais).

(1 taškas)

Sprendimas: $S(2{,}5) = 10 \cdot 2{,}5 - 2 \cdot 2{,}5^2 = 12{,}5$ (m^2).

Ats.: 12,5 m^2. (Arba 12,5.)

17. Knygų lentynoje yra tik matematikos ir istorijos knygos: 10 matematikos knygų ir n istorijos knygų. Tikimybė, kad iš šios lentynos atsitiktinai paimta knyga bus istorijos, yra lygi $0{,}6$.

17.1. Pagrįskite šį teiginį: „Tikimybė, kad iš šios lentynos atsitiktinai paimta knyga bus matematikos, yra mažesnė už tikimybę, kad ji bus istorijos.“

(2 taškai)

Pagrindimas:

$$\mathbf{P}(\text{Matematikos}) = 1 - \mathbf{P}(\text{Istorijos}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4;$$

$$\mathbf{P}(\text{Matematikos}) < \mathbf{P}(\text{Istorijos}),\ \ \text{nes } 0{,}4 < 0{,}6.$$

17.2. Apskaičiuokite, kiek iš viso knygų yra šioje lentynoje.

(2 taškai)

Sprendimas:

I būdas. Pažymime: x – visų knygų skaičių. Pagal sąlygą sudarome ir išsprendžiame lygtį:

$$\frac{10}{x} = 0{,}4,\ \ x = 25.$$

Ats.: 25 knygos.

II būdas. Pagal sąlygą istorijos knygų skaičius lygus n, todėl

$$\frac{10}{10+n} = 0{,}4,\ \ \ n = 15;\ \ 10 + 15 = 25.$$

Ats.: 25 knygos. (Arba 25.)

17.3. Iš šios lentynos atsitiktinai paimamos dvi knygos. Apskaičiuokite tikimybę, kad viena iš jų bus matematikos, o kita – istorijos.

(4 taškai)

Sprendimas:

I būdas.
Įvykis MM – abi paimtos knygos yra matematikos.
Įvykis II – abi paimtos knygos yra istorijos.
Įvykis MI arba IM – viena paimta knyga matematikos, kita – istorijos.

$$\mathbf{P}(\text{MI arba IM}) = 1 - \mathbf{P}(\text{MM}) - \mathbf{P}(\text{II}),$$

$$\mathbf{P}(\text{MM}) = \frac{10\cdot 9}{25\cdot 24} = \frac{3}{20},\qquad \mathbf{P}(\text{II}) = \frac{15\cdot 14}{25\cdot 24} = \frac{7}{20},$$

$$\mathbf{P}(\text{MI arba IM}) = 1 - \mathbf{P}(\text{MM}) - \mathbf{P}(\text{II}) = 1 - \frac{3}{20} - \frac{7}{20} = \frac{1}{2}.$$

II būdas.
Įvykis MI – pirma paimta knyga matematikos, antra – istorijos.
Įvykis IM – pirma paimta knyga istorijos, antra – matematikos.

$$\mathbf{P}(\text{MI arba IM}) = \mathbf{P}(\text{MI}) + \mathbf{P}(\text{IM}) = \mathbf{P}(\text{M})\cdot\mathbf{P}(\text{I}) + \mathbf{P}(\text{I})\cdot\mathbf{P}(\text{M}) = \frac{10}{25}\cdot\frac{15}{24} + \frac{15}{25}\cdot\frac{10}{24} = \frac{1}{2}.$$

Ats.: $\mathbf{P}(\text{MI arba IM}) = \frac{1}{2}$. (Arba $0{,}5$.)

18. Yra žinoma, kad $a = 2^m$. Nustatykite, kam lygu $\log_2\left(\frac{1}{a}\right)$.

(3 taškai)

Sprendimas:

$$\log_2\left(\frac{1}{a}\right) = \log_2(1) - \log_2(a) = 0 - \log_2(a) = -\log_2(a) = -\log_2(2^m) = -m.$$

Ats.: $-m.$

19. Funkcijos $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{7}{2}x^2 + 13x - 5$ grafikas eina per tašką $A(x_0; y_0)$. Yra žinoma, kad šios funkcijos grafiko liestinės taške A krypties koeficientas yra teigiamas ir ši liestinė su Ox ašimi sudaro $45°$ kampą. Nustatykite visas galimas x_0 reikšmes.

(3 taškai)

Sprendimas:

1. Randame funkcijos išvestinę:

$$f'(x) = x^2 - 7x + 13.$$

2. Pasinaudojame funkcijos išvestinės ir grafiko liestinės sąryšiu:

$$f'(x_0) = \mathrm{tg}(45°) = 1.$$

3. Randame funkcijos išvestinę taške x_0:

$$f'(x_0) = (x_0)^2 - 7x_0 + 13.$$

4. Sudarome lygtį ir apskaičiuojame jos sprendinius:

$$(x_0)^2 - 7x_0 + 13 = 1,$$

$$(x_0)^2 - 7x_0 + 12 = 0,$$

$$x_0 = 3,\ x_0 = 4.$$

Ats.: $x_0 = 3,\ x_0 = 4.$ (Arba $3; 4.$)