

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Išplėstinis kursas

Pagrindinė sesija

2026 m. birželio 5 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo identifikavimo kodą, grupę ir vietą (eilės numerį protokole) ir pasirašykite.**
3. Per egzaminą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu rašikliu, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei esate tikri dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai arba mėlynai** rašančiu rašikliu tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (ar) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
9. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
10. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.
Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Duotos aibės¹: $A = \{2; 4; 6; 8\}$ ir $B = \{2; 4; 5; 6; 7\}$.

Raskite šių aibių skirtumą² $A \setminus B$.

Juodraštis

2. Suprastinkite reiškinį $m^{\sqrt{2}} : m^{1 - \sqrt{2}}$.

Juodraštis

3. Atsitiktinio dydžio X skirstinys³ pateiktas lentelė. Apskaičiuokite a reikšmę.

m	1	2	3
$\mathbf{P}(X = m)$	$\frac{1}{a}$	$\frac{2}{a}$	$\frac{3}{a}$

Juodraštis

¹ aibė – zbiór – множество – множина

² aibių skirtumas – różnica zbiorów – різниця мноств – різниця множин

³ atsitiktinio dydžio skirstinys – rozkład zmiennej losowej – распределение случайной величины – розподіл випадкової величини

4. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{2}{4 - \sqrt{a}}$ vardiklyje.

Juodraštis

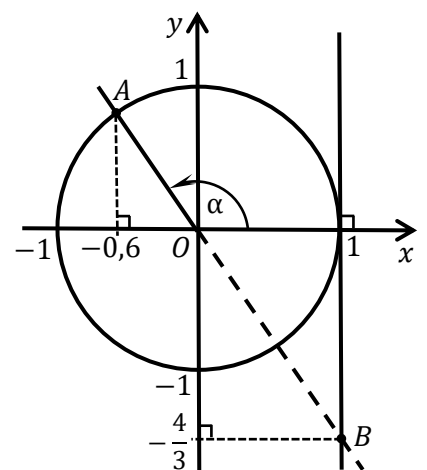
5. Parduotuvėje prekės žymimos triženkliais kodais nuo 100 iki 999 imtinai. Apskaičiuokite, kiek yra tokių triženklių kodų, kurių visi trys skaitmenys skirtingi.

Juodraštis

6. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas⁴, kurio centras yra taškas $O(0; 0)$, tangentų tiesė⁵ ($x = 1$) ir posūkio kampas⁶, kurio didumas lygus α .

Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite $\operatorname{tg} \alpha$ reikšmę.

Juodraštis



⁴ vienetinis apskritimas – okrąg jednostkowy – единичная окружность – одиничне коло

⁵ tangentų tiesė – prosta styczna – линия тангенсов – лінія тангенсів

⁶ posūkio kampas – kąt obrotu – угол поворота – кут повороту

7. Ritinio šoninio paviršiaus išsklotinė⁷ yra kvadratas, kurio plotas lygus $36\pi^2$. Apskaičiuokite šio ritinio pagrindo plotą. Atsakymą pateikite su π .

Juodraštis

8. Yra žinoma, kad $a = \ln 2$, $b = \ln 3$ ir $\log_4 18 = m + p \cdot \frac{b}{a}$; čia m, p – racionali skaičiai.

Nustatykite sumos $m + p$ reikšmę.

Juodraštis

⁷ šoninio paviršiaus išsklotinė – siatka powierzchni bocznej – развёртка боковой поверхности – розгортка бічної поверхні

9. Raskite funkcijos $y = f(x) = 4x^3$ pirmykštę funkciją⁸ $y = F(x)$, jeigu yra žinoma, kad šios pirmykštės funkcijos grafikui priklauso taškas $(0; 1)$.

Juodraštis

10. Nustatykite x reikšmę, su kuria lygybė $4 \cdot \arccos(x + 2) = 3\pi$ yra teisinga.

Juodraštis

⁸ pirmykštė funkcija – funkcja pierwotna – первообразная функция – первісна функція

II dalis

Išspręskite 11–20 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

11. Išspręskite nelygybes:

11.1. $|x - 5| > 2;$

(3 taškai)

Juodraštis

11.2. $10 \cdot \lg(100^x) - 1000 < 0.$

(3 taškai)

Juodraštis

12. Mokinys, ruošdamasis konkursui „Taip nebūna“, aprašė savo sukurtą situaciją:

„Mokslininkas, atlikdamas tyrimą, šių metų birželio 1 dienos 8 val. (ryte) į pirmą terpę įdėjo 10 bakterijų, o į antrą terpę įdėjo 10^{100} bakterijų. Yra žinoma, kad pirmoje terpėje esančių bakterijų skaičius kas 24 valandas padidėja 4 kartus, o antroje terpėje kas valandą sunyksta $\frac{9}{10}$ visų toje terpėje tuo metu esančių bakterijų.“

12.1. Remdamiesi mokinio sukurta situacija, apskaičiuokite, kiek bakterijų bus pirmoje terpėje šių metų birželio 11 dienos 8 val. (ryte). Atsakymą parašykite $a \cdot 2^b$ pavidalu ($a, b \in \mathbb{N}$ ir a – nelyginis skaičius⁹).

(3 taškai)

Juodraštis

12.2. Remdamiesi mokinio sukurta situacija, apskaičiuokite, po kelių valandų antroje terpėje bus likusi 1 bakterija.

(3 taškai)

Juodraštis

⁹ nelyginis skaičius – liczba nieparzysta – нечётное число – непарне число

13. Skaičiai a , b ir c yra teigiamieji. Yra žinoma, kad $a^2 \cdot b^3 \cdot c^4 = 5^{10}$ ir $a^2 \cdot b = 5^6$.

Apskaičiuokite sandaugos $a \cdot b \cdot c$ reikšmę.

(2 taškai)

Juodraštis

14. Transporto priemonė 3 valandas buvo testuojama specialia įranga. Testavimo metu transporto priemonės greitis nuolat tolygiai didėjo.

Buvo nustatyta, kad šios transporto priemonės nuvažiuoto kelio s (km) priklausomybę nuo važiavimo laiko t (h) nusako funkcija $s(t) = 5t^2 + 40t$.

Apskaičiuokite, koks buvo šios transporto priemonės momentinis greitis v (km/h) po 2 valandų nuo testavimo pradžios ($t = 2$).

(2 taškai)

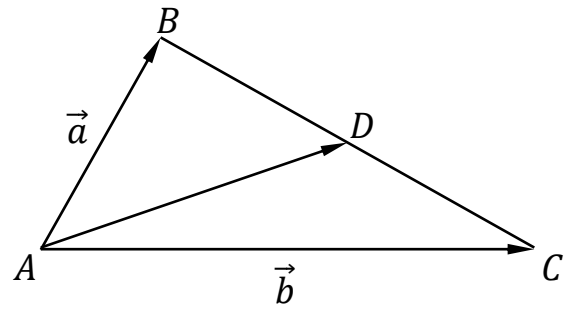
Juodraštis

15. Taškas D yra trikampio ABC kraštinės BC vidurio taškas. Trikampio kraštinėse AB ir AC pavaizduoti vektoriai $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ (žr. pav.).

15.1. Vektorių \overrightarrow{AD} išreikškite vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

(2 taškai)

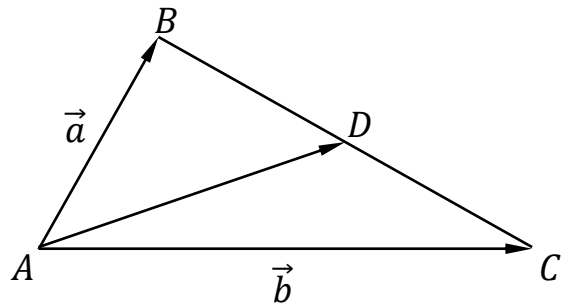
Juodraštis



15.2. Apskaičiuokite vektorių \overrightarrow{AD} ir \overrightarrow{BC} skaliarinę sandaugą¹⁰, jeigu $AB = 5$ ir $AC = 9$.

(3 taškai)

Juodraštis



¹⁰ skaliarinė sandauga – iloczyn skalarny – скалярное произведение – скалярный добуток

16. Paveiksle pavaizduotos kreivė $y = \sqrt{x+1}$ ir tiesė $y = 2$.

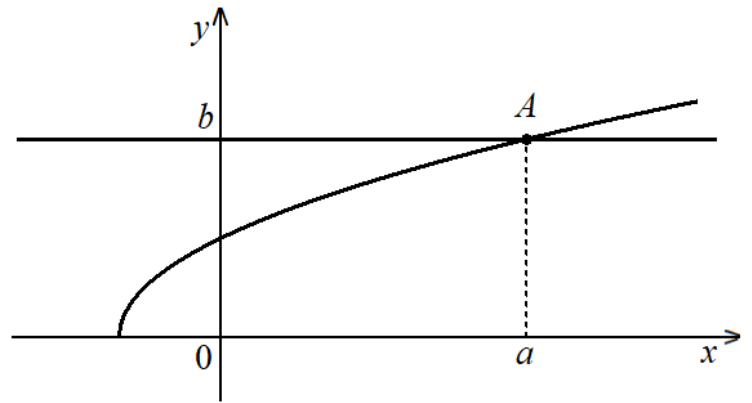
Taškas $A(a; b)$ – jų susikirtimo taškas.

16.1. Apskaičiuokite taško $A(a; b)$ koordinates,

parodykite, kad tiesė $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{4}$ yra

kreivės $y = \sqrt{x+1}$ liestinė¹¹ taške A .

(4 taškai)



Juodraštis

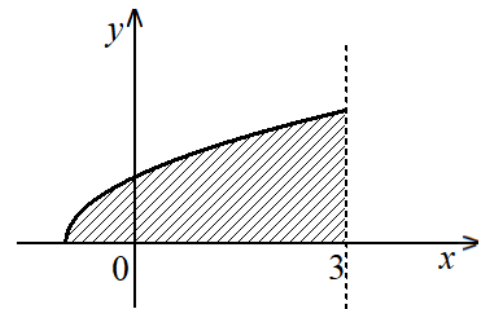
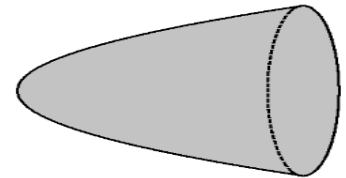
16.2. Paveiksle pavaizduotas sukiny¹², gautas apie abscisių ašį

sukant kreivinę trapeciją, apribotą kreive $y = \sqrt{x+1}$,

tiese $x = 3$ ir abscisių ašimi.

Apskaičiuokite šio sukinio tūrį. Atsakymą pateikite su π .

(3 taškai)



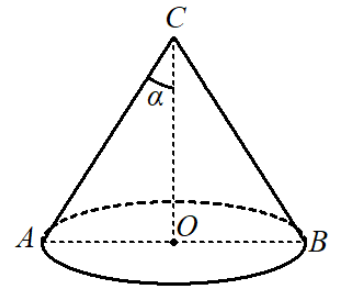
Juodraštis

¹¹ liestinė – styczná – касательная – дотична

¹² sukiny – bryła obrotowa – тело вращения – тіло обертання

17. Paveiksle pavaizduotas kūgis, kurio pagrindo centras yra taškas O , sudaromosios ilgis lygus 6, o kampo, kurį sudaro šio kūgio aukštinė ir sudaromoji, didumas lygus α .

17.1. Parodykite, kad šio kūgio tūrio V priklausomybę nuo kampo α nusako funkcija $V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.



(2 taškai)

Juodraštis

17.2. Nustatykite duotos kūgio tūrio funkcijos $V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$ išvestinę $V'(\alpha)$.

(2 taškai)

Juodraštis

17.3. Parodykite, kad funkcija $V(\alpha) = 72\pi \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$ nusakytas kūgio tūris yra didžiausias, kai $\alpha = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$; čia $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

(3 taškai)

Juodraštis

18. Bibliotekos lentynoje yra matematikos, fizikos ir istorijos mokomųjų dalykų knygos: keturios matematikos knygos, trys fizikos knygos ir viena istorijos knyga.

18.1. Agota iš šios lentynos atsitiktinai paėmė dvi knygas ir pavarčiusi grąžino jas atgal.

Apskaičiuokite tikimybę, kad šios abi Agotos paimtos knygos buvo matematikos.

(2 taškai)

Juodraštis

18.2. Jokūbas iš šios lentynos atsitiktinai paėmė vieną knygą ir pavartęs grąžino ją atgal.

Paskui Gabrielius taip pat iš šios lentynos atsitiktinai paėmė vieną knygą ir pavartęs

grąžino ją atgal. Apskaičiuokite tikimybę, kad abiejų vaikinų paimtos knygos buvo to paties mokomojo dalyko.

(2 taškai)

Juodraštis

18.3. Urtė iš šios lentynos atsitiktinai paėmė tris knygas. Apskaičiuokite tikimybę, kad tarp šių jos paimtų knygų bent viena knyga buvo matematikos.

(2 taškai)

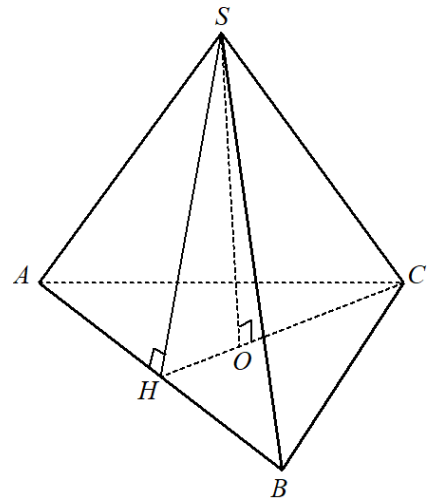
Juodraštis

19. Paveiksle pavaizduota piramidė $SABC$, kurios visos sienos – lygiakraščiai trikampiai. Piramidės briaunos ilgis lygus a .

19.1. Raskite piramidės apotemos SH ilgį (žr. pav.).

(2 taškai)

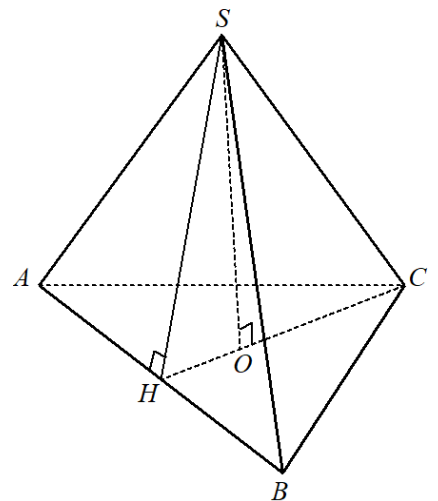
Juodraštis



19.2. Nustatykite atstumą tarp prasilenkiančių tiesių AB ir SC .

(2 taškai)

Juodraštis



20. Dėžėje yra a geltonų ir b mėlynų vienodo dydžio kamuoliukų. Yra žinoma, kad $b \geq 2$.

Iš dėžės atsitiktinai traukiami du kamuoliukai. Tikimybė, kad šie abu atsitiktinai ištraukti kamuoliukai bus geltoni, yra lygi $\frac{1}{2}$.

20.1. Remdamiesi pateikta informacija, pagrįskite, kad geltonų ir mėlynų kamuoliukų skaičių sieja lygybė $2a(a - 1) = (a + b)(a + b - 1)$.

(2 taškai)

Juodraštis

20.2. Tarkime, kad dėžėje esančių mėlynų kamuoliukų skaičius yra lyginis¹³.

Remdamiesi lygybe $2a(a - 1) = (a + b)(a + b - 1)$, nustatykite, kiek mažiausiai mėlynų kamuoliukų gali būti šioje dėžėje.

(3 taškai)

Juodraštis

¹³ lyginis skaičius – liczba parzysta – чётное число – парне число

Juodraštis

Juodraštis