

NŠA konsultacija 2026-03-05

MATEMATIKA



Valstybinio brandos egzamino II dalies

bandomojo patikrinimo užduoties sprendimai

Išplėstinis kursas

2026 m. kovo 4 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite patikrinimo vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo klasę, vardą ir pavardę.**
3. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
4. Per patikrinimą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **juodai arba mėlynai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (arba) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
8. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
9. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
10. Pasibaigus patikrinimui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.
Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**.
Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

01. Raskite aibių $A = [-5; 3)$ ir $B = [0; 2]$ sąjungą.

Sprendimas.

$$A \cup B = [-5; 3) \cup [0; 2] = [-5; 3).$$

Atsakymas. $A \cup B = [-5; 3)$

02. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{m}{\sqrt{5}-2}$ vardiklyje.

Sprendimas.

$$\begin{aligned} \frac{m}{\sqrt{5}-2} &= \frac{m}{\sqrt{5}-2} \cdot \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{m \cdot (\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2) \cdot (\sqrt{5}+2)} = \frac{m \cdot (\sqrt{5}+2)}{\sqrt{5}^2 - 2^2} = \frac{m \cdot (\sqrt{5}+2)}{5-4} = \\ &= \frac{m \cdot (\sqrt{5}+2)}{1} = m \cdot (\sqrt{5}+2). \end{aligned}$$

Atsakymas. $\frac{m}{\sqrt{5}-2} = m \cdot (\sqrt{5}+2)$

03. Atsitiktinio dydžio X skirstinys pateiktas lentelė. Apskaičiuokite šio atsitiktinio dydžio matematinę viltį EX .

m	-4	1	6	2
$P(X = m)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{32}{125}$	$\frac{8}{25}$	$\frac{28}{125}$

Sprendimas.

$$EX = -4 \cdot \frac{1}{5} + 1 \cdot \frac{32}{125} + 6 \cdot \frac{8}{25} + 2 \cdot \frac{28}{125} = \frac{-100 + 32 + 240 + 56}{125} = \frac{228}{125} = 1 \frac{103}{125}.$$

Atsakymas. $EX = 1 \frac{103}{125}$

04. Apskaičiuokite funkcijų $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ ir $y = 5^{x+2}$ grafikų susikirtimo taško koordinates.

Sprendimas.

Apskaičiuojame grafikų susikirtimo taško abscisę:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 5^{x+2}, \Rightarrow (5^{-1})^x = 5^{x+2}, \Rightarrow 5^{-1 \cdot x} = 5^{x+2}, \Rightarrow 5^{-x} = 5^{x+2}, \Rightarrow -x = x+2, \Rightarrow -2x = 2, x = -1.$$

Apskaičiuojame grafikų susikirtimo taško ordinatę:

$$y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = \left(\frac{5}{1}\right)^1 = 5^1 = 5. \text{ (Arba } y = 5^{-1+2} = 5^1 = 5.)$$

Atsakymas. $(-1; 5)$

05. Agnė sugalvojo triženklį natūralųjį skaičių. Kokia tikimybė, kad Agnės sugalvoto skaičiaus visi trys skaitmenys yra skirtingi?

Sprendimas.

Triženklį skaičių iš viso yra $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

Triženklį skaičių, kurių visi trys skaitmenys yra skirtingi yra $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$.

Tikimybė, kad Agnės sugalvoto triženklio skaičiaus visi trys skaitmenys yra skirtingi yra lygi

$$P = \frac{648}{900} = \frac{324}{450} = \frac{162}{225} = \frac{54}{75} = \frac{18}{25}.$$

Atsakymas. $P = \frac{18}{25}$

06. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas ir per šio grafiko tašką $A(3; 4)$ nubrėžta liestinė. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, nustatykite funkcijos $y = f(x)$ išvestinės reikšmę taške $x = 3$.

Sprendimas.

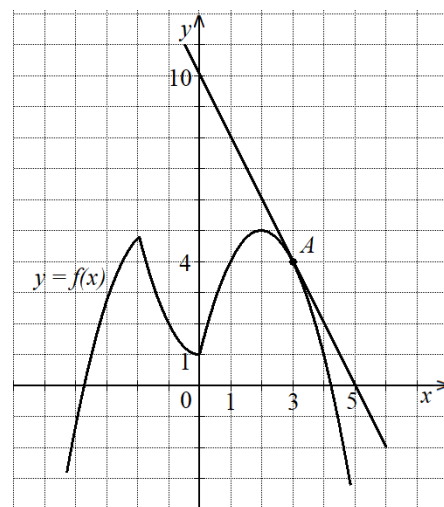
Liestinė – tiesė $y = k \cdot x + b$ – eina per taškus $(0; 10)$, $(3; 4)$, $(5; 0)$.

Apskaičiuojame liestinės krypties koeficientą: $0 = k \cdot 5 + 10$,

$$k = -2.$$

Vadinasi, $f'(3) = -2$.

Atsakymas. $f'(3) = -2$



07. Žinoma, kad $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8$. Apskaičiuokite $\sin(2\alpha)$ reikšmę.

Sprendimas.

Lygybę $\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8$ pakeliame antruoju laipsniu:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = 0,8, \quad \uparrow^2 \Rightarrow$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 0,8^2, \Rightarrow \sin^2 \alpha + 2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 0,64, \Rightarrow 1 + \sin(2\alpha) = 0,64, \\ \Rightarrow \sin(2\alpha) = -0,36.$$

Atsakymas. $\sin(2\alpha) = -0,36$

08. Žinoma, kad vektoriai $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ ir $\vec{b} = (x; y)$ yra priešpriešiniai. Vektoriaus $\vec{b}$ ilgis lygus $2\sqrt{13}$. Nustatykite vektoriaus $\vec{b}$ koordinates x ir y .

Sprendimas.

$$\vec{a}(-3; 2) \uparrow \downarrow \vec{b}(x; y), \Rightarrow \vec{b} = k \cdot \vec{a}, \quad k < 0;$$

$$\vec{b}(x; y) = k \cdot \vec{a}(-3; 2) = \vec{a}(-3k; 2k).$$

Vadinasi, $x = -3k, y = 2k$, čia $k < 0$.

$$|\vec{b}(-3k; 2k)| = \sqrt{(-3k)^2 + (2k)^2} = \sqrt{9k^2 + 4k^2} = \sqrt{13k^2} = -k\sqrt{13}.$$

Vadinasi, $-k\sqrt{13} = 2\sqrt{13}, \Rightarrow -k = 2, k = -2; x = -3 \cdot (-2) = 6, y = 2 \cdot (-2) = -4$.

Atsakymas. $x = 6, y = -4$

09. Žinoma, kad kūno greitis v metrais per sekundę (m/s) yra judėjimo laiko t funkcija $v(t) = 2t$, kur t – judėjimo laikas sekundėmis (s). Nustatykite kūno nueitą kelią metrais (m) per pirmąsias 5 judėjimo sekundes.

Sprendimas.

Kūno nueitas kelias $s(t) = \int v(t) dt = \int 2t dt = t^2 + C, C \in \mathbb{R}$.

Per pirmąsias 5 sekundes kūnas nueis kelią lygų $\int_0^5 2t dt = (t^2)|_0^5 = 5^2 - 0^2 = 25$ (m).

Atsakymas. 25 m

10. Žinoma, kad $2^x = 15$ ir $15^y = 32$. Nustatykite sandaugos $x \cdot y$ reikšmę.

Sprendimas.

$$2^x = 15, \quad x = \log_2 15;$$

$$15^y = 32, \quad y = \log_{15} 32.$$

Randame sandaugą:

$$x \cdot y = \log_2 15 \cdot \log_{15} 32 = \log_2 15 \cdot \frac{\log_2 32}{\log_2 15} = \log_2 32 = 5.$$

Atsakymas. $x \cdot y = 5$

II dalis

Išspręskite 11–20 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

11. Išspręskite nelygybes:

11.1. $\frac{1}{x-3} \leq 1$;

(3 taškai)

Sprendimas.

Randame nelygybės $\frac{1}{x-3} \leq 1$ apibrėžimo sritį: $x - 3 = 0, x = 3, x \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Pertvarkome nelygybę:

$$\frac{1}{x-3} \leq 1, \Rightarrow \frac{1}{x-3} - 1 \leq 0, \Rightarrow \frac{1}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} \leq 0, \Rightarrow \frac{1-(x-3)}{x-3} \leq 0, \Rightarrow \frac{1-x+3}{x-3} \leq 0, \Rightarrow \frac{4-x}{x-3} \leq 0.$$

Sprendžiame gautą trupmeninę racionaliąją nelygybę.

I būdas. Algebrinis būdas.

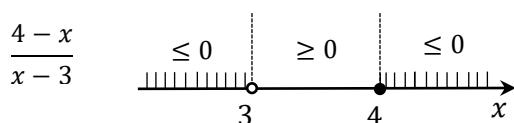
$$\frac{4-x}{x-3} \leq 0, \Rightarrow \begin{cases} 4-x \leq 0, \\ x-3 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 4, \\ x > 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 4, \\ x < 3; \end{cases} \Rightarrow x \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty).$$

II būdas. Intervalų metodas.

Apskaičiuojame x reikšmes su kuriomis trupmenos $\frac{4-x}{x-3}$ skaitiklio ir vardiklio reikšmės lygios 0:

$$x - 3 = 0, x = 3; \quad 4 - x = 0, x = 4.$$

Gautas x reikšmes pažymime skaičių tiesėje ir gautuose skaičių tiesės intervaluose nustatome trupmenos reikšmių ženklus (randame intervalus, kuriuose trupmenos reikšmės yra mažesnės už 0 arba trupmenos reikšmė lygi 0):



Atsakymas. $x \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty)$

11.2. $\log_2(x + 3) > 3;$

(2 taškai)

Sprendimas.

Randame nelygybės $\log_2(x + 3) > 3$ apibrėžimo sritį: $x + 3 > 0, x > -3, x \in (-3; +\infty)$.

Sprendžiame nelygybę:

$$\log_2(x + 3) > 3, \Rightarrow \log_2(x + 3) > \log_2 8, \Rightarrow \begin{cases} x + 3 > 0, \\ x + 3 > 8; \end{cases} \Rightarrow x + 3 > 8, \Rightarrow x > 5, \Rightarrow x \in (5; +\infty).$$

Atsakymas. $x \in (5; +\infty)$

11.3. $\cos x < -\frac{1}{2}.$

(3 taškai)

Sprendimas.

Randame nelygybės $\cos x < -\frac{1}{2}$ apibrėžimo sritį: $x \in (-\infty; +\infty)$.

Randame lygties $\cos x = -\frac{1}{2}$ sprendinius:

$$\begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Randame nelygybės $\cos x < -\frac{1}{2}$ sprendinius:

I būdas. Naudojamės vienetiniu apskritimu.

$$x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), \quad k \in \mathbb{Z}.$$

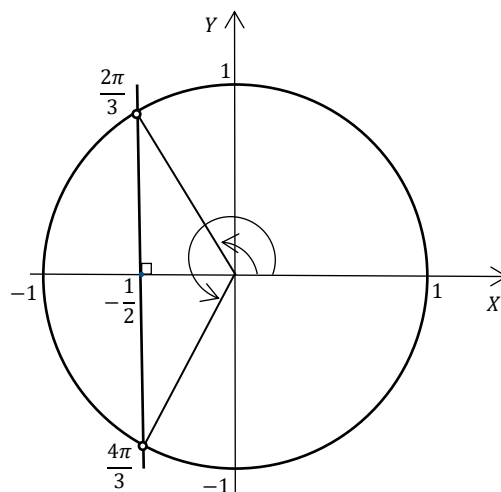
Atsakymas. $x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), \quad k \in \mathbb{Z}$

II būdas. Naudojamės $y = \cos x$ ir $y = -\frac{1}{2}$ grafikais.

Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižome kosinusoidę $y = \cos x$ ir tiesę $y = -\frac{1}{2}$.

Naudodamiesi paveikslu, nustatome x reikšmių intervalus, kuriuose kosinusoidė yra žemiau už tiesę.

Atsakymas. $x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), \quad k \in \mathbb{Z}$



12. Suprastinkite reiškinį $\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi)$.

(2 taškai)

Sprendimas.

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi) &= \sin((\alpha + \pi) + 2\pi) + \cos((\alpha - \pi) - 2\pi) = \sin(\alpha + \pi) + \cos(\alpha - \pi) = \\ &= -\sin(\alpha) - \cos(\alpha).\end{aligned}$$

Atsakymas. $-\sin(\alpha) - \cos(\alpha)$

13. Bendrovė „Gražiagirė“ planuoja sutvarkyti 2000 hektarų miško plotą. Pirmaisiais metais bendrovė sutvarkė 12 hektarų miško. Kiekvienais kitais metais bendrovė planuoja sutvarkyti 1,5 karto didesnę plotą negu ji sutvarkė praėjusiais metais.

13.1. Apskaičiuokite, kiek hektarų miško bendrovė planuoja sutvarkyti 7-taisiais metais.

Atsakymą parašykite hektarais vienetų tikslumu.

(2 taškai)

Sprendimas.

Bendrovė 7-taisiais metais planuoja sutvarkyti $12 \cdot 1,5^6 = \frac{2167}{16} = 136,6875 \approx 137$ (ha).

Atsakymas. 137 ha

13.2. Kiek iš viso hektarų miško bendrovė planuoja sutvarkyti per pirmus 8 metus?

Atsakymą parašykite hektarais dešimčių tikslumu.

(2 taškai)

Sprendimas.

$$S_8 = \frac{12 \cdot (1,5^8 - 1)}{1,5 - 1} = 24 \cdot (1,5^8 - 1) = 24 \cdot \left(\frac{6561}{256} - 1\right) = 24 \cdot \frac{6305}{256} = \frac{1895}{32} = 59,53125 \approx 59$$

Atsakymas. 590 ha

13.3. Per kiek metų bendrovė planuoja sutvarkyti visą 2000 hektarų plotą?

(2 taškai)

Sprendimas.

$$S_n = \frac{12 \cdot (1,5^n - 1)}{1,5 - 1} = 2000, \quad 24 \cdot (1,5^n - 1) = 2000, \quad 1,5^n = \frac{2000}{24} + 1, \quad 1,5^n = \frac{2024}{24} = \frac{253}{3},$$

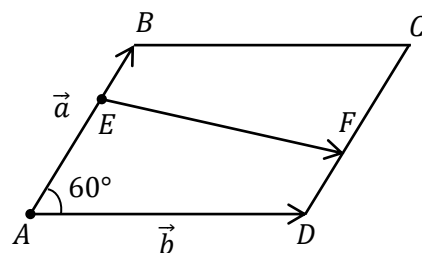
$$n = \log_{1,5} \left(\frac{253}{3} \right) = 10,937 \dots$$

Atsakymas. 11 metų

14. Paveiksle pavaizduotas lygiagretainis $ABCD$, kurio $AB = 3$, $AD = 4$, o $\angle A = 60^\circ$.

Lygiagretainio kraštinėse AB ir DC yra pažymėti taškai E ir F taip, kad $AE:EB = CF:FD = 2:1$.

Žinoma, kad $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.



14.1. Vektorių $\overrightarrow{EF}$ išreikškite vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.

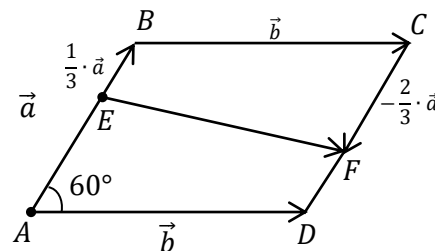
(2 taškai)

Sprendimas.

$$1) \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF}.$$

$$2) \overrightarrow{EB} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{1}{3} \cdot \vec{a}, \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD} = \vec{b}, \quad \overrightarrow{CF} = -\overrightarrow{FD} = -\frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{CD} = -\frac{2}{3} \cdot (-\vec{a}) = \frac{2}{3} \cdot \vec{a}.$$

$$3) \overrightarrow{EF} = \frac{1}{3} \cdot \vec{a} + \vec{b} + \left(-\frac{2}{3} \cdot \vec{a}\right) = \vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}.$$



Atsakymas. $\vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}$

14.2. Apskaičiuokite vektorių $\overrightarrow{EF}$ ir $\overrightarrow{CF}$ skaliarinę sandaugą.

(3 taškai)

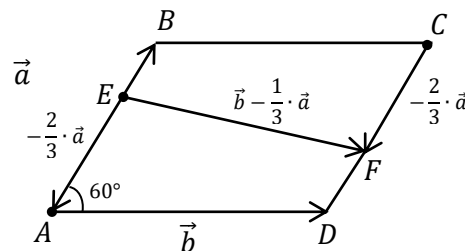
Sprendimas. I būdas.

$$1) \overrightarrow{EF} = \vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}, \quad \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EA} = -\frac{2}{3} \cdot \vec{a}.$$

$$2) \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = \left(\vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \cdot \vec{a}\right) = -\frac{2}{3} \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{2}{9} \cdot (\vec{a})^2 =$$

$$= -\frac{2}{3} \cdot |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\angle(\vec{a}; \vec{b})) + \frac{2}{9} \cdot |\vec{a}|^2 =$$

$$= -\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ) + \frac{2}{9} \cdot 3^2 = -8 \cdot \frac{1}{2} + 2 = -2.$$



II būdas. Reikia apskaičiuoti

$$\vec{EF} \cdot \vec{CF} = |\vec{EF}| \cdot |\vec{CF}| \cdot \cos(\angle(\vec{EF}; \vec{CF})).$$

$$1) \vec{CF} = \vec{EA}, |\vec{CF}| = |\vec{EA}| = 2, \angle(\vec{EF}; \vec{CF}) = \angle(\vec{EF}; \vec{EA}) = \angle AEF.$$

2) Apskaičiuojame $|\vec{EF}|$. Nubrėžiame GF lygiagrečią su AD . Nagrinėjame $\triangle GEF$:

$GE = 1, GF = 4, \angle EGF = 60^\circ$. Apskaičiuojame EF ilgį:

$$EF^2 = EG^2 + GF^2 - 2 \cdot EG \cdot GF \cdot \cos(\angle EGF),$$

$$EF^2 = 1^2 + 4^2 - 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ), \quad EF^2 = 17 - 8 \cdot \frac{1}{2}, \quad EF^2 = 13, \quad EF = \sqrt{13}.$$

3) Apskaičiuojame $\cos(\angle GEF)$:

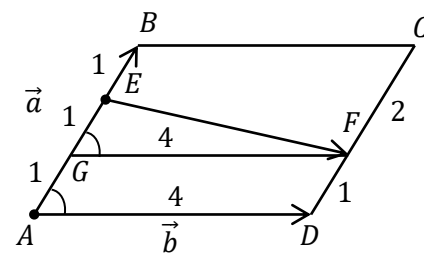
$$GF^2 = EG^2 + EF^2 - 2 \cdot EG \cdot EF \cdot \cos(\angle GEF),$$

$$4^2 = 1^2 + \sqrt{13}^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{13} \cdot \cos(\angle GEF), \quad \cos(\angle GEF) = -\frac{\sqrt{13}}{13}.$$

4) Vadinas,

$$\vec{EF} \cdot \vec{CF} = |\vec{EF}| \cdot |\vec{CF}| \cdot \cos(\angle(\vec{EF}; \vec{CF})) = \sqrt{13} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{13}}{13}\right) = -2.$$

Atsakymas. $\vec{EF} \cdot \vec{CF} = -2$



15. Ritinio formos uždarnos skardinės viso paviršiaus plotas lygus 50 cm^2 .

15.1. Ritinio pagrindo spindulio ilgį pažymėję r (cm), parodykite, kad šios ritinio formos skardinės tūrį V (cm^3) galima išreikšti funkcija $V(r) = 25r - \pi r^3$.

(3 taškai)

Sprendimas.

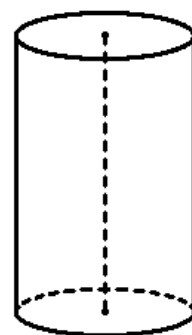
1. Pažymėkime ritinio pagrindo spindulio ilgį r (cm), o ritinio aukštinės ilgį pažymėkime H (cm).

2. Ritinio viso paviršiaus plotas:

$$S_{\text{pav.}} = 2 \cdot S_{\text{pagr.}} + S_{\text{šon.}} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot H = 50.$$

3. Iš gautos lygybės išsireiškiame H :

$$2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot H = 50, \quad \pi r^2 + \pi r \cdot H = 25, \quad H = \frac{25 - \pi r^2}{\pi r}.$$



4. Ritinio tūris V :

$$V = S_{\text{pagr.}} \cdot H = \pi r^2 \cdot H = \pi r^2 \cdot \frac{25 - \pi r^2}{\pi r} = r \cdot (25 - \pi r^2) = 25r - \pi r^3.$$

Vadinasi, $V(r) = 25r - \pi r^3$.

15.2. Raskite $V'(r)$.

(2 taškai)

Sprendimas.

$$V'(r) = (25r - \pi r^3)' = (25r)' - (\pi r^3)' = 25 - 3\pi r^2.$$

Atsakymas. $V'(r) = 25 - 3\pi r^2$

15.3. Apskaičiuokite didžiausią galimą šios skardinės tūrį. Skaičiuodami vietoje π imkite 3.

Atsakymą pateikite vienetų tikslumu.

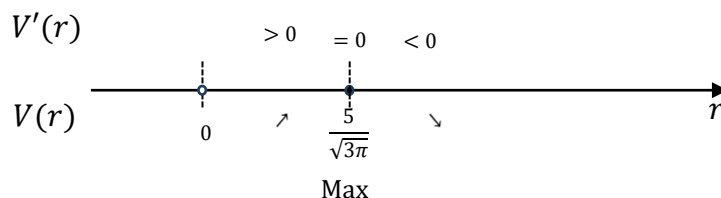
(4 taškai)

Sprendimas.

1. Randame funkcijos $V(r) = 25r - \pi r^3$ ($r > 0$) ekstremumo tašką:

$$V'(r) = 25 - 3\pi r^2,$$

$25 - 3\pi r^2 = 0$, $r^2 = \frac{25}{3\pi}$, $\Rightarrow r = -\frac{5}{\sqrt{3\pi}}$ (netinka), $r = \frac{5}{\sqrt{3\pi}}$ – maksimumo taškas, nes pereidama šį tašką funkcijos išvestinė keičia pliuso ženklą į minuso ženklą (iš didėjančiosios pereina į mažėjančiąją):



2. Kai $r = \frac{5}{\sqrt{3\pi}}$, tai

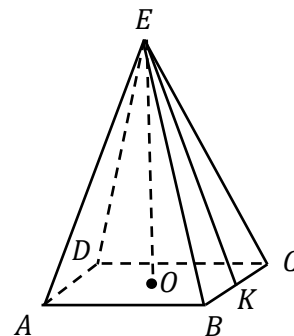
$$V\left(\frac{5}{\sqrt{3\pi}}\right) = 25 \cdot \frac{5}{\sqrt{3\pi}} - \pi \cdot \left(\frac{5}{\sqrt{3\pi}}\right)^3 = \frac{125}{\sqrt{3\pi}} - \frac{125\pi}{3\pi\sqrt{3\pi}} = \frac{125}{\sqrt{3\pi}} - \frac{125}{3\sqrt{3\pi}} = \frac{375-125}{3\sqrt{3\pi}} = \frac{250}{3\sqrt{3\pi}} = \frac{250\sqrt{3\pi}}{9\pi}.$$

3. Vietoje π imame 3:

$$V\left(\frac{5}{\sqrt{3 \cdot 3}}\right) = V\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{250\sqrt{3 \cdot 3}}{9 \cdot 3} = \frac{250}{9} = 27\frac{7}{9} = 27, (7) \approx 28.$$

Atsakymas. 28 cm³

16. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė $EABCD$, jos aukštinė EO ir piramidės šoninės sienos EBC aukštinė EK . Žinoma, kad piramidės pagrindo kraštinės AB ilgis lygus 8 cm, o piramidės šoninės briaunos EB ilgis lygus 10 cm.



16.1. Apskaičiuokite piramidės aukštinės EO ilgį.

(2 taškai)

Sprendimas.

Iš stačiojo trikampio EKB ($EB = 10, BK = \frac{8}{2} = 4$) apskaičiuojame EK ilgį:

$$EK = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84} \text{ (cm)}.$$

Iš stačiojo trikampio EOK ($EK = \sqrt{84}, OK = \frac{8}{2} = 4$) apskaičiuojame EO ilgį:

$$EO = \sqrt{84 - 16} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \text{ (cm)}.$$

Atsakymas. $EO = 2\sqrt{17}$ cm

16.2. Apskaičiuokite kampo, kurį sudaro šios piramidės šoninė siena EBC su piramidės pagrindu $ABCD$, didumą laipsniais. Atsakymą pateikite dešimtuųjų tikslumu.

(2 taškai)

Sprendimas.

$$\angle(ABCD; EBC) = \angle EKO.$$

Iš stačiojo trikampio EOK ($EK = \sqrt{84}, OK = \frac{8}{2} = 4, EO = \sqrt{68}$) apskaičiuojame $\angle EKO$ didumą:

$$\frac{OK}{EK} = \cos(\angle EKO), \quad \cos(\angle EKO) = \frac{4}{\sqrt{84}} = \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21},$$

$$\angle EKO = \arccos\left(\frac{2\sqrt{21}}{21}\right) = 64,123 \dots^\circ \approx 64,1^\circ.$$

Atsakymas. $64,1^\circ$

17. Kavinėje vyksta reklamos akcija: kiekvienas lankytojas, nusipirkęs kakavos puodelį, iš dėžės atsitiktinai traukia vieną lipduką, kuriame yra nurodyta nuolaida kitam apsilankymui. Dėžėje yra 10 lipdukų su 5 % nuolaida, 6 lipdukai su 10 % nuolaida ir 4 lipdukai, rodantys nemokamą bandelę. Reklamos akcija vyks tol, kol lankytojas ištrauks paskutinį dėžėje esantį lipduką.

17.1. Apskaičiuokite tikimybę, kad pirmasis kavinės lankytojas ištrauks 10 % nuolaidos lipduką.

(1 taškas)

Sprendimas.

$$P(\text{Pirmasis lankytojas ištrauks 10 \%}) = \frac{6}{10 + 6 + 4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$$

Atsakymas. $\frac{3}{10}$

17.2. Pirmasis lankytojas ištraukė lipduką su 5 % nuolaida (lipdukai į dėžę negrąžinami). Kokia tikimybė, kad antrasis lankytojas ištrauks nemokamos bandelės lipduką?

(2 taškai)

Sprendimas.

$$P(\text{Antrasis lankytojas ištrauks bandelės lipduką, jei pirmasis ištraukė 5 \%}) = \frac{4}{9 + 6 + 4} = \frac{4}{19}.$$

Atsakymas. $\frac{4}{19}$

17.3. Du draugai vienu metu nusiperka po puodelį kakavos ir abu traukia iš dėžės po vieną nuolaidos lipduką. Kokia tikimybė, kad abu draugai ištrauks lipdukus su vienoda nuolaida, t. y. abu ištrauks lipdukus su užrašyta 5 % nuolaida arba abu ištrauks lipdukus su užrašyta 10 % nuolaida, arba abu ištrauks lipdukus, rodančius nemokamą bandelę?

(3 taškai)

Sprendimas.

$$\begin{aligned} &P(\text{Abu ištrauks arba 5 \% , arba 10 \% , arba bandelės lipdukus}) = \\ &= P((\text{Abu ištrauks 5 \%}) + P(\text{Abu ištrauks 10 \%}) + P(\text{Abu ištrauks bandelės lipdukus})) = \\ &= \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{10 \cdot 9 + 6 \cdot 5 + 4 \cdot 3}{20 \cdot 19} = \frac{132}{380} = \frac{66}{190} = \frac{33}{95}. \end{aligned}$$

Atsakymas. $\frac{33}{95}$

18. Žinoma, kad $a = \log_2 m$ ir $b = \log_m 7$ ($m > 0, m \neq 1$). Pagrįskite, kad $\log_{14} m = \frac{a}{1+ab}$.
(3 taškai)

Sprendimas.

$$1) \log_{14} m = \frac{\log_2 m}{\log_2 14} = \frac{a}{\log_2(2 \cdot 7)} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + \log_2 7}.$$

$$2) a \cdot b = \log_2 m \cdot \log_m 7 = \log_2 m \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 m} = \log_2 7.$$

$$3) \log_{14} m = \frac{a}{1 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + ab}.$$

19. Įmonėje dirba penki darbuotojai: Lina, Ignas, Vilija, Martynas ir Ona. Žinoma, kad kiekvieno iš jų sudaryto ketverto amžių suma (metais) yra lygi 132, 138, 113, 131 ir 126. Nustatykite, kiek metų yra vyriausiam šios įmonės darbuotojui.

(4 taškai)

Sprendimas.

I būdas.

Visų penkių darbuotojų amžių sumą pažymėkime raide A .

Tada $132 + 138 + 113 + 131 + 126 = 4A$, nes sumą $132 + 138 + 113 + 131 + 126$ sudaro kiekvieno darbuotojo amžius paimtas 4 kartus.

Iš čia:

$$4A = 640, \quad A = 160.$$

Vadinasi, visų darbuotojų amžių suma lygi 160 metų, o vyriausio darbuotojo amžius lygus $160 - 113 = 47$ metai.

II būdas.

Nurodytų darbuotojų amžių pažymėkime a, b, c, d, e .

Pagal sąlygą sudarome lygčių sistemą:

$$\begin{cases} a + b + c + d = 132, \\ a + b + c + e = 138, \\ a + b + d + e = 113, \\ a + c + d + e = 131, \\ b + c + d + e = 126. \end{cases}$$

Sudedame sistemos lygtis:

$$4a + 4b + 4c + 4d + 4e = 640,$$

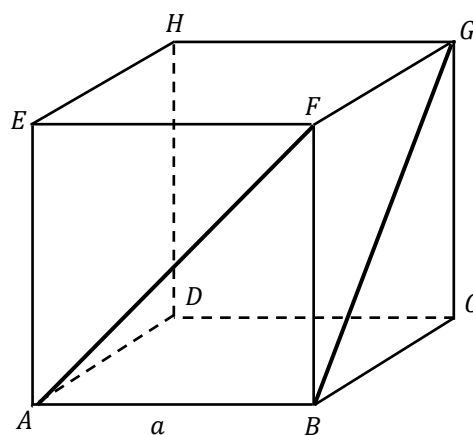
$$a + b + c + d + e = 160.$$

Apskaičiuojame vyriausio darbuotojo amžių: $160 - 113 = 47$ (metai).

Atsakymas. 47 m.

20. Paveiksle pavaizduotas kubas $ABCDEFGH$, kurio briaunos ilgis lygus a . Nubrėžtos šio kubo dviejų gretimų sienų įstrižainės AF ir BG . Apskaičiuokite atstumą tarp tiesių AF ir BG .

(3 taškai)

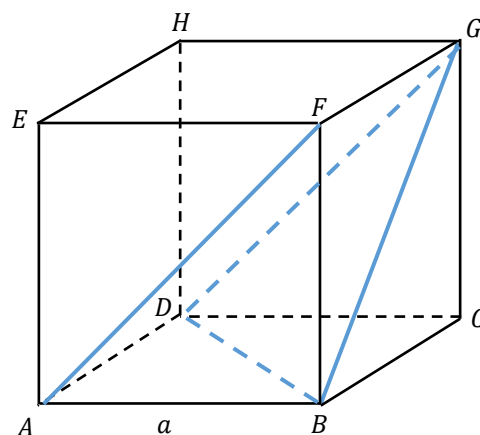


Sprendimas.

1. Pavaizduojame kubo pjūvį BGD .

Tiesė AF yra lygiagreti su plokštuma BGD , nes $AF \parallel DG$ ir AF nėra plokštumoje BGD (tiesės ir plokštumos lygiagretumo požymis).

2. Atstumas tarp tiesės ir su ja lygiagrečios plokštumos yra lygus statmens nuo bet kurio tos tiesės taško iki plokštumos ilgiui. Tiesėje AF pasirinkime tašką F ir apskaičiuokime atstumą nuo taško F iki plokštumos BGD . Tas atstumas lygus piramidės $FBGD$ aukštinės, nubrėžtos iš viršūnės F į pagrindą BGD ilgiui h .



3. Randame piramidės $FBGD$ tūrį dviem būdais:

$$1) V_{FBGD} = \frac{1}{3} \cdot S_{BGD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{2}a)^2 \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a^2 \cdot h;$$

2) DC yra piramidės $FBDG$ aukštinė, nubrėžta iš viršūnės D į pagrindą BGF , nes $DC \perp BC, DC \perp CG$ (tiesės ir plokštumos statmenumo požymis), o piramidės tūris

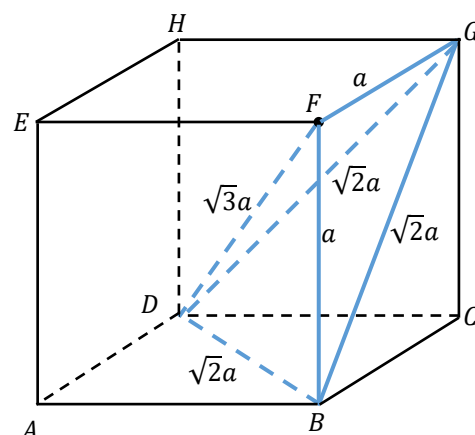
$$V_{DFBG} = \frac{1}{3} \cdot S_{FBG} \cdot DC = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}.$$

4. Sulyginę gautas tūrio išraiškas, apskaičiuojame h :

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a^2 \cdot h = \frac{a^3}{6}, \quad h = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a.$$

Vadinasi, atstumas tarp tiesių AF ir BG yra lygus $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Atsakymas. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$

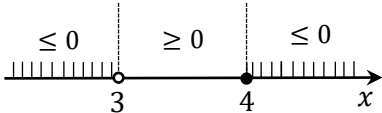


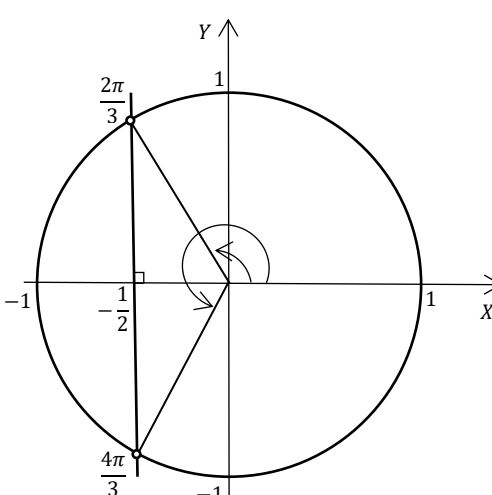
Juodraštis

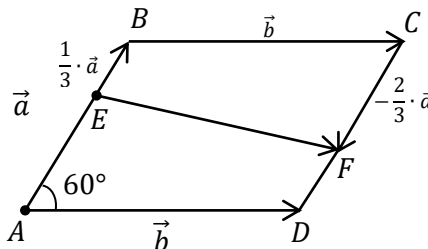
2026 m. MATEMATIKOS IŠPLĖSTINIO KURSO BANDOMOSIOS UŽDUOTIES ANTROS DALIES VERTINIMO INSTRUKCIJA
I dalis

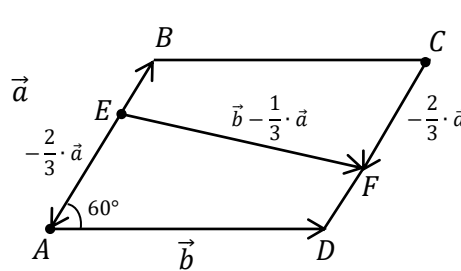
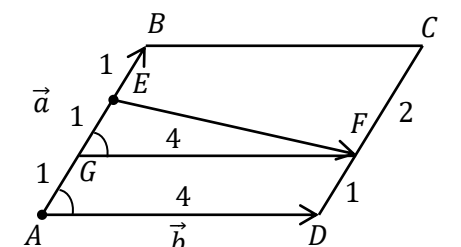
Užd. Nr.	Atsakymas
01	$[-5; 3) \cup [0; 2] = [-5; 3)$ (arba $[-5; 3)$)
02	$\frac{m}{\sqrt{5}-2} = m \cdot (\sqrt{5} + 2)$ (arba $\sqrt{5}m + 2m$)
03	$EX = \frac{228}{125}$ (arba $1\frac{103}{125}$, arba 1,824)
04	$(-1; 5)$ (arba $x = -1, y = 5$)
05	$P = \frac{18}{25}$ (arba $\frac{54}{75}$, arba $\frac{648}{900}$, arba 0,72)
06	$f'(3) = -2$ (arba -2)
07	$\sin(2\alpha) = -0,36$ (arba $-\frac{36}{100}$, arba $-\frac{9}{25}$)
08	$x = 6, y = -4$ (arba $\vec{b}(6; -4)$, arba $\vec{b} = (6; -4)$, arba $(6; -4)$)
09	25 metrus (arba 25, arba 25 m)
10	$x \cdot y = 5$ (arba 5)

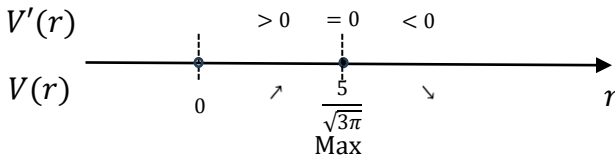
II dalis

Užd. Nr.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
11		8	
11.1		3	
	$\frac{1}{x-3} \leq 1, \Rightarrow \frac{4-x}{x-3} \leq 0;$	1	Už teisingai pertvarkytą nelygybę, suteikiant jai pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$.
	I būdas. Algebrinis būdas. $\frac{4-x}{x-3} \leq 0, \Rightarrow \begin{cases} 4-x \leq 0, \\ x-3 > 0, \end{cases}$ arba $\begin{cases} 4-x \geq 0, \\ x-3 < 0; \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytas dvi nelygybių sistemas.
	$x \geq 4, \quad x < 3.$ Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty)$ (arba $(-\infty; 3), [4; +\infty)$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	Pastaba Jei teisingai pertvarkyta nelygybė, suteikiant jai pavidalą $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$, ir suklysta sudarant kurią nors vieną nelygybių sistemą, bet teisingai sudaryta sistema išspręsta teisingai ir atsakyme nurodytas vienas teisingas sprendinių intervalas, tai iš viso skiriami 2 taškai.		
	II būdas. Intervalų metodas. $x-3=0, x=3; \quad 4-x=0, x=4;$	1	Už teisingai nustatytas reikšmes, su kuriomis trupmenos $\frac{4-x}{x-3}$ skaitiklis ir vardiklis lygus 0.
	$\frac{4-x}{x-3}$ 	1	Už teisingai gautą atsakymą, naudojantis skaičių tiesę.
	Ats.: $x \in (-\infty; 3) \cup [4; +\infty)$ (arba $(-\infty; 3), [4; +\infty)$)		
	Pastabos 1. Jei suklysta neteisingai priskiriant skaičius 3 ir 4 intervalų galams, pvz., pateikiant vieną iš atsakymų: $x \in (-\infty; 3] \cup [4; +\infty), x \in (-\infty; 3) \cup (4; +\infty), x \in (-\infty; 3] \cup (4; +\infty),$ tai iš viso skiriami 2 taškai. 2. Jei suklysta nustatant tinkamus intervalus ir parašant atsakymą $x \in (3; 4]$, tai iš viso skiriami 2 taškai.		
11.2		2	
	$\log_2(x+3) > 3, \Rightarrow \begin{cases} x+3 > 0, \\ x+3 > 8; \end{cases}$	1	Už teisingą logaritminės nelygybės pakeitimą nelygybių sistema arba tiesine nelygybe.
	$\begin{cases} x > -3, \\ x > 5; \end{cases} \Rightarrow x > 5, x \in (5; +\infty).$ Ats.: $x \in (5; +\infty)$ (arba $(5; +\infty),$ arba $x > 5$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

11.3		3	
	$\cos x = -\frac{1}{2}, \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z}, \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$ (Arba $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.)	1	Už lygties $\cos x = -\frac{1}{2}$ sprendinių radimą.
	I būdas. Naudojantis vienetiniu apskritimu. 	1	Už teisingai pažymėtus vienetinio apskritimo taškus, atitinkančius lygties $\cos x = -\frac{1}{2} (x \in (0; 2\pi))$ sprendinius.
	<i>Ats.:</i> $x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$ (arba $\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. Naudojantis kosinusoide ir tiese $y = -\frac{1}{2}$. Nelygybės sprendiniai yra x reikšmių intervalai, kuriuose kosinusoide išsidėsčiusi žemiau tiesės.	1	Už teisingai pavaizduotą kosinusoide ir tiesę $y = -\frac{1}{2}$ bei jų sankirtos taškų abscisių, kai $x \in (0; 2\pi)$, pažymėjimą.
	<i>Ats.:</i> $x \in \left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$ (arba $\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
12		2	
	$\sin(\alpha + 3\pi) + \cos(\alpha - 3\pi) = \sin(\alpha + \pi) + \cos(\alpha - \pi) = -\sin(\alpha) - \cos(\alpha).$	1	Už teisingai pertvarkytą $\sin(\alpha + 3\pi)$ arba $\cos(\alpha - 3\pi)$.
	<i>Ats.:</i> $-\sin(\alpha) - \cos(\alpha)$	1	Už teisingai gautą atsakymą.
13		6	
13.1		2	
	$12 \cdot 1,5^6 =$	1	Už teisingai sudarytą reiškinių ar formulės panaudojimą.
	$= \frac{2167}{16} = 136,6875 \approx 137 \text{ (ha).}$ <i>Ats.:</i> 137 ha (arba 137)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

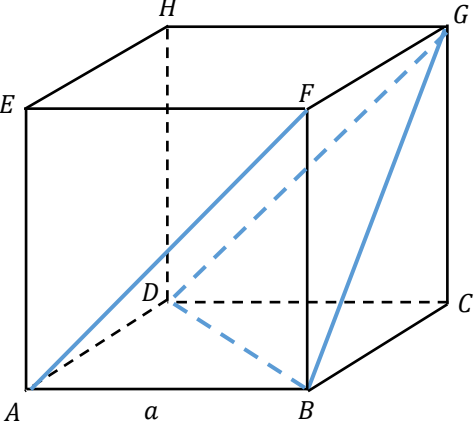
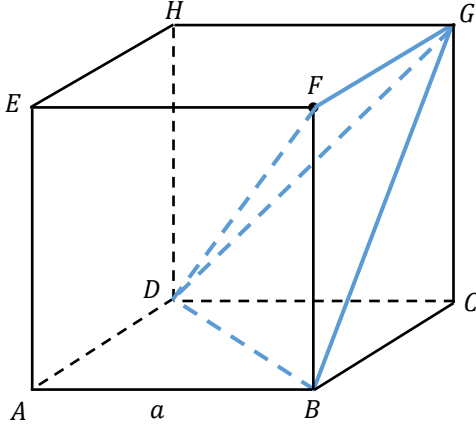
13.2		2	
	$S_8 = \frac{12 \cdot (1,5^8 - 1)}{1,5 - 1} =$	1	Už teisingą formulės panaudojimą.
	$= 24 \cdot (1,5^8 - 1) = 24 \cdot \left(\frac{6561}{256} - 1\right) = 24 \cdot \frac{6305}{256} = \frac{1895}{32} =$ $= 591,09375 \approx 590 \text{ (ha)}.$ <i>Ats.: 590 ha (arba 590)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
13.3		2	
	$S_n = \frac{12 \cdot (1,5^n - 1)}{1,5 - 1} = 2000,$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$24 \cdot (1,5^n - 1) = 2000, \quad 1,5^n = \frac{2024}{24} = \frac{253}{3},$ $n = \log_{1,5} \left(\frac{253}{3}\right) = 10,937 \dots$ <i>Ats.: 11 metų (arba 11 m., arba 11)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
14.		5	
14.1		2	
	$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF};$	1	Už teisingą $\overrightarrow{EF}$ išraišką vektoriais, esančiais lygiagretainio kraštinėse.
	 $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CF} = \frac{1}{3} \cdot \vec{a} + \vec{b} + (-\frac{2}{3} \cdot \vec{a}) = \vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}.$ <i>Ats.: $\vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}$</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

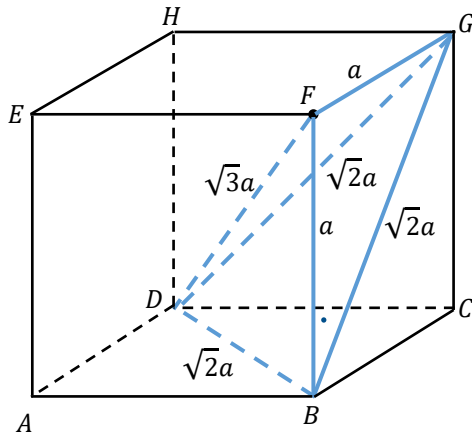
14.2		3	
I būdas  $\overrightarrow{EF} = \vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}, \quad \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EA} = -\frac{2}{3} \cdot \vec{a};$ $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = \left(\vec{b} - \frac{1}{3} \cdot \vec{a}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \cdot \vec{a}\right) =$ $= -\frac{2}{3} \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{2}{9} \cdot (\vec{a})^2 =$ $= -\frac{2}{3} \cdot \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\angle(\vec{a}; \vec{b})) + \frac{2}{9} \cdot \vec{a} ^2 =$ $= -\frac{2}{3} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ) + \frac{2}{9} \cdot 3^2 = -8 \cdot \frac{1}{2} + 2 =$ $= -2.$ Ats.: $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = -2$ (arba -2)		1	Už teisingai gautą vektorių $\overrightarrow{EF}$ ir $\overrightarrow{CF}$ skaliarinės sandaugos išraišką vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.
		1	Už teisingą vektorių skaliarinės sandaugos bent vienos formulės pritaikymą.
		1	Už teisingai gautą atsakymą.
II būdas  $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} \cdot \cos(\angle(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{CF})) =$ $= \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EA} \cdot \cos(\angle(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{EA}));$ $EF^2 = EG^2 + GF^2 - 2 \cdot EG \cdot GF \cdot \cos(\angle EGF),$ $EF^2 = 1^2 + 4^2 - 2 \cdot 1 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ),$ $EF = \sqrt{13};$ $GF^2 = EG^2 + EF^2 - 2 \cdot EG \cdot EF \cdot \cos(\angle GEF),$ $4^2 = 1^2 + \sqrt{13}^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{13} \cdot \cos(\angle GEF),$ $\cos(\angle GEF) = -\frac{\sqrt{13}}{13};$ $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} \cdot \cos(\angle(\overrightarrow{EF}; \overrightarrow{CF})) =$ $= \sqrt{13} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{13}}{13}\right) = -2.$ Ats.: $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{CF} = -2$ (arba -2)		1	Už teisingą vektorių skaliarinės sandaugos formulės pritaikymą.
		1	Už teisingai apskaičiuotas EF ir $\cos(\angle GEF)$ reikšmes.
		1	Už teisingai gautą atsakymą.

15		9	
15.1		3	
	$2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot H = 50,$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$H = \frac{25 - \pi r^2}{\pi r};$	1	Už teisingą ritinio aukštinės ilgio išraišką.
	$V = \pi r^2 \cdot H = \pi r^2 \cdot \frac{25 - \pi r^2}{\pi r} =$ $= r \cdot (25 - \pi r^2) = 25r - \pi r^3.$	1	Už teisingai gautą ritinio tūrio funkciją.
15.2		2	
	$V'(r) = (25r - \pi r^3)' = (25r)' - (\pi r^3)' =$ $= 25 - 3\pi r^2.$	1	Už teisingą $25r$ išvestinės radimą arba πr^3 išvestinės radimą.
	Ats.: $V'(r) = 25 - 3\pi r^2$ (arba $25 - 3\pi r^2$)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
15.3		4	
	I būdas. Naudojamasi ritinio tūrio išvestine: $25 - 3\pi r^2 = 0, r^2 = \frac{25}{3\pi}, \Rightarrow r = -\frac{5}{\sqrt{3\pi}}$ (netinka), $r = \frac{5}{\sqrt{3\pi}};$	1	Už lygties $V'(r) = 0$ teigiamo sprendinio apskaičiavimą.
		1	Už teisingą tūrio funkcijos maksimumo taško radimą.
	$V\left(\frac{5}{\sqrt{3\pi}}\right) = \frac{250\sqrt{3\pi}}{9\pi}.$	1	Už teisingą tūrio funkcijos maksimumo apskaičiavimą.
	$V\left(\frac{5}{\sqrt{3\pi}}\right) = V\left(\frac{5}{\sqrt{3\pi}}\right) = \frac{250\sqrt{3\pi}}{9\pi} = \frac{250}{9} = 27\frac{7}{9} = 27, (7) \approx 28.$ Ats.: 28 cm^3 (arba 28)	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas. Naudojamasi ritinio tūrio funkcijos formule: $V = 25 - 3\pi r^2;$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	parabolės $V = 25 - 3\pi r^2$ viršūnės abscisė $r = \frac{5}{\sqrt{3\pi}};$	1	Už teisingą tūrio funkcijos maksimumo taško apskaičiavimą.
	parabolės $V = 25 - 3\pi r^2$ viršūnės ordinatė $V = \frac{250}{9} = 27\frac{7}{9} = 27, (7) \approx$	1	Už teisingą tūrio funkcijos maksimumo apskaičiavimą.
	$\approx 28.$ Ats.: 28 cm^3 (arba 28)	1	Už teisingai gautą atsakymą.

16		4	
16.1		2	
	Iš stačiojo trikampio EKB ($EB = 10, BK = \frac{8}{2} = 4$): $EK = \sqrt{100 - 16} = \sqrt{84}$ (cm).	1	Už teisingai apskaičiuotą EK ilgį.
	Iš stačiojo trikampio EOK ($EK = \sqrt{84}, OK = \frac{8}{2} = 4$): $EO = \sqrt{84 - 16} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ (cm). <i>Ats.: $EO = 2\sqrt{17}$ cm (arba $\sqrt{68}$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
16.2		2	
	$\angle(ABCD; EBC) = \angle EKO$. Iš stačiojo trikampio EOK ($EK = \sqrt{84}, OK = 4, EO = \sqrt{68}$): $\frac{OK}{EK} = \cos(\angle EKO)$,	1	Už teisingai nurodytą ieškomą kampą arba teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$\cos(\angle EKO) = \frac{4}{\sqrt{84}} = \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21}$, $\angle EKO = \arccos\left(\frac{2\sqrt{21}}{21}\right) = 64,123 \dots^\circ \approx 64,1^\circ$. <i>Ats.: $64,1^\circ$ (arba $64,1$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17		6	
17.1		1	
	$P = \frac{6}{10+6+4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. <i>Ats.: $P = \frac{3}{10}$ (arba $0,3$, arba $\frac{6}{20}$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.2		2	
	$P = \frac{4}{9+6+4} = \frac{4}{19}$.	1	Už teisingą trupmenos $\frac{4}{19}$ skaitiklio arba vardiklio nustatymą.
	<i>Ats.: $\frac{4}{19}$ (arba $P = \frac{4}{19}$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
17.3		3	
	$P = P(10\%) + P(5\%) + P(\text{bandelės})$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$= \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} = \frac{10 \cdot 9 + 6 \cdot 5 + 4 \cdot 3}{20 \cdot 19} =$	1	Už teisingai apskaičiuotą bent vieną dėmenį.
	$= \frac{132}{380} = \frac{66}{190} = \frac{33}{95}$. <i>Ats.: $\frac{33}{95}$ (arba $P = \frac{33}{95}$)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

18		3	
	$\log_{14} m = \frac{\log_2 m}{\log_2 14} = \frac{a}{\log_2(2 \cdot 7)} = \frac{a}{\log_2 2 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + \log_2 7},$	1	Už teisingą logaritmo pertvarkymą.
	$a \cdot b = \log_2 m \cdot \log_m 7 = \log_2 m \cdot \frac{\log_2 7}{\log_2 m} = \log_2 7,$	1	Už teisingą sandaugos $a \cdot b$ radimą.
	$\log_{14} m = \frac{a}{1 + \log_2 7} = \frac{a}{1 + ab}.$	1	Už teisingą įrodymą.
19		4	
	I būdas $132 + 138 + 113 + 131 + 126 = 4A,$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$A = 160;$	1	Už teisingą visų darbuotojų amžiaus sumos apskaičiavimą.
	$160 - 113 = 47.$	1	Už teisingą vyriausio darbuotojo amžiaus apskaičiavimą.
	<i>Ats.: 47 metai (arba 47)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
	II būdas $\begin{cases} a + b + c + d = 132, \\ a + b + c + e = 138, \\ a + b + d + e = 113, \\ a + c + d + e = 131, \\ b + c + d + e = 126, \end{cases}$	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$a + b + c + d + e = 160;$	1	Už teisingą visų darbuotojų amžiaus sumos apskaičiavimą.
	$160 - 113 = 47.$	1	Už teisingą vyriausio darbuotojo amžiaus apskaičiavimą.
	<i>Ats.: 47 metai (arba 47)</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

20		3	
	$AF \parallel BGD$, nes $AF \parallel DG$ ir AF nėra plokštumoje BGD (tiesės ir plokštumos lygiagretumo požymis).  Atstumas tarp AF ir BG yra lygus atstumui tarp AF ir BGD ir yra lygus atstumui tarp F ir BGD ir yra lygus piramidės $FBGD$ aukštinės, nubrėžtos iš viršūnės F į pagrindą BGD ilgiui h. 	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.

$$\begin{aligned} V_{FBGD} &= \frac{1}{3} \cdot S_{BGD} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (\sqrt{2}a)^2 \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a^2 \cdot h; \\ V_{DFBG} &= \frac{1}{3} \cdot S_{FBG} \cdot DC = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}. \end{aligned}$$


$$\frac{\sqrt{3}}{6} \cdot a^2 \cdot h = \frac{a^3}{6}, \quad h = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a.$$

Ats.: $\frac{\sqrt{3}a}{3}$ (arba $\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a$, arba $\frac{a}{\sqrt{3}}$)

Matematikos išplėstinio (A) kurso VBE antros (II) dalies užduoties matrica

45.8. Matematikos išplėstinio kurso VBE antros dalies, vykdomos baigiamąjoje vidurinio ugdymo programos klasėje, užduoties struktūra:

45.8.1. mokymo(si) turinio ir pasiekimų sritys procentais matematikos išplėstinio kurso VBE antros dalies užduotyje:

Mokymo(si) turinio sritys	Pasiekimų sritys			Užduoties taškai procentais
	Žinios, supratimas ir argumentavimas	Matematinis komunikavimas	Problemų sprendimas	
Skaičiai ir skaičiavimai				15
Modeliai ir sąryšiai				50
Geometrija ir matavimai				20
Duomenys ir tikimybės				15
Iš viso taškų procentais	30	45	25	100

Pastaba. Lentelėje pateikti skaičiai yra orientaciniai, užduotyje galima iki 5 procentų paklaida.

45.8.2. užduotis rengiama ir vertinama centralizuotai. Užduotis rengiama remiantis Programos išplėstinio kurso III–IV gimnazijos klasių mokymo(si) turiniu ir pasiekimų lygių požymiais. Užduotį sudaro trumpojo atsakymo ir pilnojo sprendimo uždaviniai ir (ar) klausimai.

Matematikos išplėstinio (A) kurso VBE antros (II) dalies užduoties specifikacija

7.2. Matematikos (A) ir matematikos (B) valstybinių brandos egzaminų antroji dalis.	
7.2.1. Užduoties pobūdis	Užduotį sudaro dvi dalys. I dalis – 10 trumpojo atsakymo uždavinių, kurių teisingas atsakymas vertinamas 1 tašku. Trumpojo atsakymo uždaviniuose reikia įrašyti uždavinio atsakymą (skaičių, kelis skaičius, raidę žodį ir pan.). I dalies taškų suma – 10. II dalis – 7–10 pilno sprendimo uždavinių, iš kurių 5–8 struktūruoti uždaviniai (iš viso 12–18 struktūrinių dalių) ir 2–5 nestruktūruoti uždaviniai. II dalies taškų suma – 50. Uždavinio vertė taškais pateikiama prie kiekvieno uždavinio.
7.2.2. Iš viso taškų	60
7.2.3. Trukmė	240 min.
7.2.4. Užduoties pateikimas	Užduoties sąsiuvinis ir atsakymų lapas.
7.2.5. Priemonės ir priedai	Skaičiuotuvas, matematikos valstybinių brandos egzaminų formulių rinkinys (Aprašo 1 priedas). Reikalavimai skaičiuotuvui nustatyti matematikos (A) ir matematikos (B) valstybinių brandos egzaminų antrosios dalies vykdymo instrukcijose.
7.2.6. Kandidatų atliktų užduočių vertinimas	Centralizuotas. Vertina vertintojai elektroninio vertinimo informacinėje sistemoje.
7.3. Taškų pasiskirstymas procentais pagal kognityvinių gebėjimų sritis	Žinios ir supratimas – 30 proc., taikymas – 55 proc., aukštesnieji mąstymo gebėjimai – 15 proc.
7.4. Taškų pasiskirstymas procentais pagal pasiekimų lygius	Slenkstinis – 35 proc., patenkinamas – 15 proc., pagrindinis – 35 proc., aukštesnysis – 15 proc.

Pastaba. Lentelėje pateikti procentų skaičiai yra orientaciniai, užduotyje galima iki 5 procentų paklaida.

Matematikos išplėstinio (A) kurso VBE formulų rinkinys

1. Greitoji daugyba: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$.

2. Logaritmai: $a^{\log_a b} = b$, $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$, $\log_a b - \log_a c = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$,

$k \log_a b = \log_a(b^k)$, $\frac{1}{k} \log_a b = \log_{a^k} b$, $\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$.

3. Trigonometrija:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha,$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

$\alpha =$	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha =$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha =$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha =$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Jei $\sin x = a$, $a \in [-1; 1]$, tai: $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.	Jei $\cos x = a$, $a \in [-1; 1]$, tai: $x = \pm \arccos a + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.	Jei $\operatorname{tg} x = a$, $a \in \mathbb{R}$, tai: $x = \operatorname{arctg} a + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
---	---	---

4. Aritmetinė progresija: $a_n = a_1 + d(n-1)$, $d = a_{n+1} - a_n$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;

čia a_n – n -tasis narys, d – skirtumas, n – nario eilės numeris, S_n – pirmųjų n narių suma.

5. Geometrinė progresija: $b_n = b_1 q^{n-1}$, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$, $S_n = \frac{b_1 - q b_n}{1 - q} = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $S = \frac{b_1}{1 - q}$;

čia b_n – n -tasis narys, q – vardiklis ($q \neq 0$), n – nario eilės numeris, S_n – pirmųjų n narių suma, S – nykstantiosios geometrinės progresijos suma.

6. Vektoriai: $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$;

čia $|\vec{a}|$ – vektorių ilgis, $\vec{a} = (x_1; y_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2)$ – vektorių koordinatės, α – kampas tarp vektorių didumas.

7. Trikampis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \angle A$, $\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$,

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \angle C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R};$$

čia a , b ir c – trikampio kraštinių ilgiai, $\angle A$, $\angle B$ ir $\angle C$ – prieš jas esančių atitinkamų trikampio kampų didumai, p – trikampio pusperimetris, r – į trikampį įbrėžto apskritimo spindulio ilgis, R – apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulio ilgis.

8. Ritinys: $S_{\text{son.pav.}} = 2\pi RH$, $V = \pi R^2 H$;

čia R – pagrindo spindulio ilgis, H – aukštinės ilgis.

9. Kūgis: $S_{\text{son.pav.}} = \pi Rl$, $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$;

čia R – pagrindo spindulio ilgis, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

10. Nupjautinis kūgis: $S_{\text{son.pav.}} = \pi(R+r)l$, $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$;

čia R ir r – pagrindų spindulių ilgiai, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

11. Rutulys: $S_{\text{pav.}} = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3} \pi R^3$;

12. Rutulio nuopjova: $S_{\text{son.pav.}} = 2\pi RH$, $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$;

čia R – rutulio spindulio ilgis, H – nuopjovos aukštinės ilgis.

13. Piramidės tūris: $V = \frac{1}{3}SH$;

čia S – pagrindo plotas, H – aukštinės ilgis.

14. Nupjautinės piramidės tūris: $V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$;

čia S_1 ir S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinės ilgis.

15. Išvestinės: $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$, $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$,

$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$;

$(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(a^x)' = a^x \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$.

16. Funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės, liečiančios funkcijos grafiką taške $(x_0; f(x_0))$, lygtis:

$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$;

čia $f'(x_0)$ – liestinės krypties koeficientas.

17. Integralai: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \neq -1$), $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$, $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$,

$\int \sin x dx = -\cos x + C$, $\int \cos x dx = \sin x + C$, $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$;

čia C – realusis skaičius.

18. Sukinio tūris: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

19. Kombinatorika: $C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$;

čia C_n^k – derinių skaičius, A_n^k – gretinių skaičius.

20. Atsitiktinis dydis: $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$,

$DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$;

čia $x_1, x_2, \dots, x_n$ – atsitiktinio dydžio X reikšmės, $p_1, p_2, \dots, p_n$ – tų reikšmių tikimybės, EX – matematinė viltis (vidurkis), DX – dispersija.

21. Binominiai bandymai: $P_n(k) = P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;

čia X – atsitiktinis dydis, n – bandymų skaičius, k – sėkmių skaičius, p – sėkmės tikimybė, $q = 1 - p$ – nesėkmės tikimybė.

22. Niutono binomo formulė: $(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + b^n$.