

TURINIO MINIMUMO (SLENKSTINIO LYGIO) APRAŠAS

Matematikos bendrosios programos slenkstinio pasiekimų lygio (mokymosi turinio minimumo) aprašo paskirtis:

- Išskirti būtiną matematikos ugdymo programos turinio dalį, kurią privalo būti įsisavinęs mokinys, pasiekęs slenkstinį pasiekimų lygį (toliau – slenkstinis lygis).
- Padėti mokytojams suprasti, ką kiekvienoje srityje turi mokėti mokinys, pasiekęs slenkstinį lygį, kad galėtų gauti ne mažesnę kaip 4 balų įvertinimą.
- Siekti, kad vertinimas būtų aiškus, objektyvus ir vienodas visose mokyklose.
- Užtikrinti nacionalinių švietimo standartų ir realaus pasiekimų vertinimo mokyklose sąsajas.
- Suteikti galimybes mokytojams kryptingai planuoti ir tobulinti ugdymo procesą, numatyti aukštesnius lūkesčius visiems mokiniams, o ne tik tiems, kurių didelis mokymosi potencialas, taip pat teikti veiksmingą pagalbą pagrindinio lygio nepasiekiantiems mokiniams.
- Pateikti aiškias gaires mokytojams, ką būtina įtvirtinti, kad mokiniui būtų galima mokytis sudėtingesnių temų ir įgyti gebėjimų, prieš pereinant prie sudėtingesnių temų ar aukštesnių gebėjimų.
- Pateikti uždavinių pavyzdžių, kurie padėtų rengti slenkstinio lygio užduotis, skirtas naudoti ir ugdymo procese, ir vertinimui.

Bendrosios nuostatos

1. Mokymosi turinio minimumas apima mokymosi turinio esmines žinias ir pagrindinius gebėjimus, reikalingus mokiniams suprasti ir taikyti pagrindines matematikos sąvokas. Šios žinios yra būtinas pagrindas tolesniam mokymuisi ir (ar) yra orientuotos į realias situacijas ir problemas, su kuriomis mokiniai gali susidurti kasdieniame gyvenime.
2. Slenkstinio lygio uždavinių pavyzdžiai iliustruoja mokymosi turinį. Tai tik iliustracija, siekiant pademonstruoti, kokius uždavinius mokiniai turi gebėti išspręsti. Vertinimo metu, formuluojant slenkstinio lygio užduotis, būtina atsižvelgti į programoje atskiroms turinio sritims keliamus reikalavimus:
 - a) kontekstą;
 - b) informacijos pateikimo būdą;
 - c) klausimo pateikimo būdą;
 - d) savarankiškumo lygį.

Slenkstinio lygio uždaviniuose vyrauja gerai pažįstamas kontekstas, tiesioginis informacijos pateikimo būdas, tiesioginis klausimas, vieno žingsnio atlikimo reikalaujanti užduotis. (*Pastaba.* Vienas žingsnis ne visais atvejais yra vienas veiksmas. Pavyzdžiui, kvadratinės lygties sprendimas 9 klasėje gali būti suprantamas kaip trys žingsniai, tačiau 11–12 klasėse tai bus vienas žingsnis.) Naudojant čia pateiktus pavyzdžius vertinimo užduotyse, jei uždaviniui išspręsti reikia kelių žingsnių, uždavinys turėtų būti skaidomas į dalis (struktūruojamas) ir taškai skaičiuojami už kiekvieną dalį atskirai. Slenkstinio lygio uždaviniuose kiekviena tokia dalis turėtų būti išskirta atskiru klausimu. Atsižvelgiant į programą, sprendžiantiems šiuos uždavinius mokiniams gali būti siūloma pagalba:

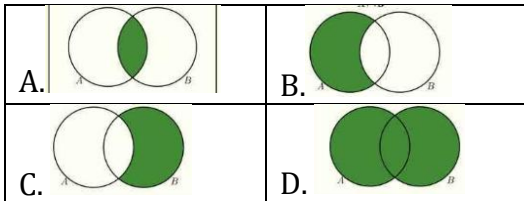
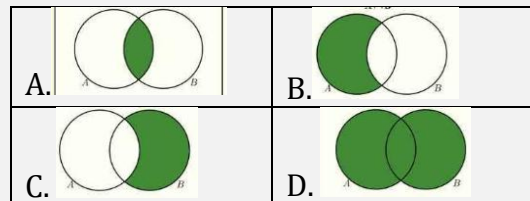
- a) siūlymas naudotis skaičiuotuvu;
 - b) pastaba, užuomina į galimą sprendimo būdą (nukreipianti klausimo formuluotė);
 - c) pateikiama formulė ar taisyklė;
 - d) brėžinys ar piešinys.
3. Žemesniosiose klasėse nustatytas turinio minimumas gali neapimti tam tikrų svarbių žinių ir įgūdžių, kurie bus reikalingi vėlesniame mokymosi etape. Tačiau šios žinios gali būti įtrauktos į aukštesniųjų klasių programą, remiantis prielaida, kad net sudėtingesnės temos, nuolat kartojamos, ilgainiui bus įsisavintos. Tokiu atveju tai bus pažymima atitinkamos klasės apraše. Fragmentiškai tam tikros klasės programoje pasirodantys dalykai, netaikomi ar retai taikomi mokantis aukštesniosiose klasėse ir neįtraukti į turinio minimumą, negali atsirasti mokymosi turinio minimumo apraše aukštesniosiose klasėse.
 4. Apraše pateikiama tik **dalys** turinio minimumą atspindinčių uždavinių. Gali būti ir kitokių uždavinių, kurie atitinka turinio minimumo ir slenkstinio lygmens reikalavimus.
 5. **Slenkstinio lygio geometrijos uždaviniai per kontrolinius darbus ir kitus patikrinimus turi būti pateikiami su brėžiniais, visi sąlygoje minimi ir ieškomi elementai parodyti brėžinyje. Šiame apraše norima tik iliustruoti užduoties pobūdį, todėl ne visi uždaviniai pateikti su brėžiniais. Tačiau per pasiekimų patikrinimus brėžiniai slenkstinio lygio uždaviniams būtini.**

Pastaba. Šiame dokumente naudojamos programoje nenurodytos sąvokos – *paprastoji trupmena* ir *dešimtainė trupmena*. Siekiant aiškiau aprašyti slenkstinį lygį, šios sąvokos pasitelkiamos trupmenos raiškos būdu nusakyti: paprastoji trupmena – $\frac{n}{m}$ pavidalo skaičius, dešimtainė trupmena – skaičius su kableliu. Sąvokos *trupmena* ir *dešimtainis skaičius* naudojamos programoje aprašytu būdu.

11 KLASĖ (A ir B lygiai)

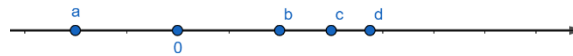
Pastaba. Aprašas parengtas A ir B lygiams. Viskas, kas taikoma **tik** A lygiui, yra pažymėta pilka spalva.

SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI		
Turinio minimumas	A ir B lygių pavyzdžiai	Tik A lygio pavyzdžiai
1. Skaičių aibės		
1.1. Atskiria natūraliuosius, sveikuosius, racionaliuosius, iracionaliuosius, realiuosius skaičius. (Skaičiai gali būti tokie, kad norint atskirti reikia atlikti kokį nors elementarų veiksmą.)	1.1.1. Kuris iš duotųjų skaičių yra racionalus? A. $-2,3$ B. π C. $\sqrt{3}$ D. $-2, (3)$	1.1.1. Kuris iš duotųjų skaičių yra racionalus? A. $-2,3$ B. π C. $\sqrt{9}$ D. $\lg 0,1$
1.2. Moka rasti skaičių aibių (N ; Z ; Q ; I ; R) sąjungą, sankirtą ir skirtumą.	1.2.1. Kurie du teiginiai apie skaičių aibes yra teisingi? A. $N \cap Z = N$ B. $Z \cap Q = Q$ C. $Q \cap R = R$ D. $R \cup Q = I$ E. $N \cap R = N$	1.2.1. Kurie du teiginiai apie skaičių aibes yra teisingi? A. $N / Z = Z$ B. $Z \cap Q = Q$ C. $Q \cap R = Q$ D. $R / Q = I$
1.3. Moka rasti diskrečiųjų baigtinių aibių sąjungą, sankirtą ir skirtumą.	1.3.1. Yra žinoma, kad aibė $A = \{1;2;3;4;5;6\}$, o aibė $B = \{3;4;8;9\}$. Raskite: a) $A \cap B$;	1.3.1. Yra žinoma, kad aibė $A = \{1;2;3;4;5;6\}$; o aibė $B = \{3;4;8;9\}$. Raskite $\frac{A}{B}$.

	b) $A \cup B$.	
1.4. Moka rasti intervalų sąjungą ir sankirtą.	1.4.1. Yra žinoma, kad $A = [2; 8]$, o $B = [6; 10]$. Raskite: a) $A \cap B$; b) $A \cup B$.	
1.5. Moka atpažinti dviejų aibių, kurios pavaizduotos Veno diagramomis, sankirtą, sąjungą ir skirtumą.	1.5.1. Kurioje diagramoje nuspalsvinta aibė $C = A \cap B$? 	1.5.1. Kurioje diagramoje nuspalsvinta aibė $C = \frac{B}{A}$? 
2. Realiojo skaičiaus modulis		
2.1. Moka apskaičiuoti skaičiaus modulį. Supranta jo geometrinę prasmę. Apskaičiuoja paprasčiausių skaitinių reiškinių su moduliu reikšmę. Traukia šaknį iš kvadrato, kai po šaknimi yra vienas skaičius arba skaičių sumos ar skirtumo kvadratas. Žino modulio savybes, paprasčiausiais atvejais geba jas pritaikyti skaitiniams ir raidiniams reiškiniams. Moka suprastinti paprasčiausią	2.1.1. Apskaičiuokite: a) $ -3 \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3}$; b) $\frac{-8}{ -4 }$; c) $-3 \cdot \sqrt{(-2)^2}$; d) $ 1 - \sqrt{3} $; e) $\sqrt{(-1 - \sqrt{3})^2}$; f) $ 1 - \sqrt{3} - \sqrt{3}$.	2.1.1. Kurie teiginiai yra teisingi, jei $a, b \in \mathbb{R}$? A. $ -a = a$ B. $\sqrt{(-a)^2} = a $ C. $\sqrt{(-a)^2} = a$ D. $ -a + b = -b + a $ E. $ -a - b = a + b $ F. $ -a + b = a + b $ 2.1.2. Kai $x < 1$, tai $ 1 - x - x =$

raidingą reiškinį su moduliu, kai yra nurodytas kintamojo reikšmių intervalas.

2.1.2. Skaičių tiesėje pažymėti skaičiai a, b, c, d . Kurios lygybės yra teisingos?



- A. $a = d$
- B. $a < c$
- C. $c < b$
- D. $a = d$

2.1.3. Kurie teiginiai yra teisingi?

- A. $|-3| = 3$
- B. $\sqrt{(-2)^2} = |2|$
- C. $\sqrt{(-2)^2} = 2$
- D. $|-3 + 5| = |-5 + 3|$
- E. $|-3 - 5| = |5 + 3|$
- F. $|-3 + 5| = |3 + 5|$

2.1.3. Suprastinkite reiškinį $|3 - x| + |x|$, kai $x < 0$.

2.2. Išsprendžia lygtį $|x| = a$; $|x| + a = 0$.
Išsprendžia nelygybes $|x| < a$; $|x| > a$; $|x| \leq a$;
 $|x| \geq a$; $|x| + a < 0$; $|x| + a > 0$; $|x| + a \leq 0$;
 $|x| + a \geq 0$.

2.2.1. Kuri lygtis neturi sprendinių?

- A. $|x| + 3 = 0$
- B. $|x| - 3 = 0$
- C. $|x| = \pi$
- D. $|x| = \sqrt{\pi}$

2.2.2. Kuri nelygybė neturi sprendinių?

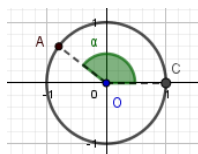
- A. $|x| > 0$
- B. $|x| < 0$

		C. $x \leq 0$ D. $x \geq 0$ 2.2.3. Raskite mažiausią neigiamą sveikąjį nelygybės $x < 3$ sprendinį. 2.2.4. Išspręskite nelygybę $x - 3 \leq 0$.
3. Šaknys		
3.1. Moka ištraukti n-tojo laipsnio ($n = 2; 3; 4$) šaknį ir apskaičiuoti paprasčiausių skaitinių reiškinių su šiomis šaknimis reikšmes. Taiko n-tojo laipsnio šaknų savybes – moka sudauginti, sudėti, atimti, padalyti to paties laipsnio šaknis, pertvarkyti skaitinius ir raidinius reiškinius. Pastaba. Jei šaknis nėra kvadratinė, pošakniai – teigiamieji skaičiai (kintamieji), nenagrinėjami atvejai, kai būtinas modulis.	3.1.1. Apskaičiuokite: a) $\sqrt[3]{27} + 3\sqrt{-8}$; b) $\sqrt{8} + \sqrt{2} + \sqrt{3}$; c) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$; d) $\sqrt{8} + \sqrt{2}$; e) $\sqrt[3]{81} + 5\sqrt[3]{3}$; f) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8} + 2\sqrt[3]{8}$; g) $(-\sqrt[3]{2})^3 - \sqrt{(-2)^2}$.	3.1.1. Apskaičiuokite (čia $a > 0$): a) $\sqrt[3]{a} + 3\sqrt[3]{a}$; b) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a}$; c) $\sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a} + 2\sqrt[4]{a^3}$; d) $\sqrt[3]{8a} + \sqrt[3]{a}$; e) $\sqrt[5]{a} \cdot (\sqrt[5]{a^4} + \sqrt[5]{a^9})$.
3.2. Moka skaitiniuose ir raidiniuose reiškiniuose panaikinti iracionalumą, kai vardiklyje yra vienanaris su kvadratine šaknimi, dvinaris su šaknimi, t. y. reiškinys $a + \sqrt{b}$, vienanaris su kubine šaknimi.	3.2.1. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje. a) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{6}{3\sqrt{3}}$ c) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$	3.2.1. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje. a) $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}$ b) $\frac{a}{a + \sqrt{b}}$ c) $\frac{6}{3\sqrt{a} + 3}$

		d) $\frac{2}{\sqrt[3]{a}}$
3.3. Moka įkelti teigiamųjų skaičių po kvadratine ir kubine šaknimi ir iškelti iš po šaknies (tik jei po šaknimi ne didesnis kaip 100 skaičius).	3.3.1. Palyginkite: a) $\sqrt[3]{4}$ ir $\sqrt{4}$; b) $\sqrt{8}$ ir $2\sqrt{2}$; c) $2\sqrt[3]{4}$ ir $3\sqrt[3]{2}$.	
3.4. Moka išskaidyti reiškinių $a - b$ daugikliais pagal kvadratų skirtumo formulę.		3.4.1. Suprastinkite trupmenas: a) $\frac{a - b}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$; b) $\frac{a - 1}{\sqrt{a} + 1}$.
5. Laipsnis su racionaliuoju rodikliu		
5.1. Moka n -tojo laipsnio šaknį užrašyti laipsniu su racionaliuoju rodikliu ir atvirkščiai, kai yra pošaknyje skaičius ir kintamasis. Paprasčiausiais atvejais taiko laipsnio su racionaliuoju rodikliu savybes, pertvarkydami skaitinius ir raidinius reiškinius.	5.1.1. Kuris skaičius lygus $\sqrt[3]{5}$? A. $\sqrt{5}$ B. $5^{\frac{1}{3}}$ C. $3^{\frac{1}{5}}$ D. 5^3 5.1.2. $(2^{0,25})^2 =$ A. $\sqrt{2}$ B. $2^{2,25}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$ 5.1.3. $9 \cdot (\sqrt{3})^{-1} =$ A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt{27}$ D. $\frac{1}{\sqrt{27}}$ 5.1.4. $(\sqrt[3]{2} \cdot 2^{\frac{1}{3}})^3 =$	5.1.1. Užrašykite laipsniu $\sqrt[7]{a^2}$. A. $a^{\frac{2}{7}}$ B. $a^{\frac{7}{2}}$ C. $\frac{2}{a^7}$ D. $\frac{7}{a^2}$ 5.1.2. $a^{\frac{5}{3}} =$ A. $a^3\sqrt{a}$ B. $\sqrt[5]{a^3}$ C. $a^3\sqrt[3]{a^2}$ D. $a^2\sqrt[3]{a}$ 5.1.3. $2 \cdot 3^{2a} =$ A. 6^a B. 36^a C. 18^a D. $2 \cdot 9^a$ 5.1.4. $(\sqrt[3]{a} \cdot a^{\frac{1}{3}})^3 =$
5.2. Moka dvinarį (sveikieji koeficientai, raidinė dalis – viena raidė) pakelti kubu.		5.2. Dvinarį pakelkite kubu. $(2a + 3)^3 =$

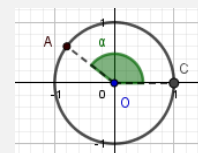
5.3. Moka rasti apytikslę laipsnio reikšmę, palyginti.	5.3.1. Palyginkite $\sqrt[5]{525}$ ir $\sqrt[4]{424}$.	
6. Logaritmai		
6.1. Paprasčiausiais atvejais moka taikyti logaritmo apibrėžimą. Atpažįsta dešimtainį logaritmą. Moka taikyti pagrindinę logaritmų tapatybę.	6.1.1. Nustatykite x reikšmę, su kuria teisinga lygybė $\log_x 2 = 2$. 6.1.2. Apskaičiuokite $2^{\log_2 13}$.	
6.2. Paprasčiausiais atvejais moka taikyti logaritmo savybes skaitiniams ir raidiniams reiškiniams pertvarkyti (į abi puses): a) $\log_a c + \log_a d = \log_a(cd)$; b) $\log_a c - \log_a d = \log_a(\frac{c}{d})$; c) $\log_a c^n = n\log_a(c)$ (n – natūralusis skaičius).	6.2.1. Apskaičiuokite $\log_8 2 + \log_8 4$. 6.2.2. Apskaičiuokite $\lg 2 + \lg 5$. 6.2.3. Suprastinkite $\frac{\lg 3}{\lg \sqrt{3}}$.	6.2.1. Apskaičiuokite $3a$, jei $\log_3 a = 2$. 6.2.2. Yra žinoma, kad $\log_3 a = 5$; $\log_3 b = 10$. Apskaičiuokite $\log_3(ab)$. 6.2.3. Apskaičiuokite $\log_3 2$, jei $\log_3 8 = a$. 6.2.4. Suprastinkite $\frac{\lg x}{\lg \sqrt{x}}$.
7. Sinusas, kosinusas ir tangentas		
7.1. Moka nustatyti, kuriam koordinatinių plokštumos ketvirčiui priklauso posūkio kampas. Kampų dydžius skaičiuoja laipsniais ir radianais. Supranta posūkio kampo sinuso, kosinuso apibrėžimus. Geba nustatyti posūkio	7.1.1. Vienetinio apskritimo taško A koordinatės yra $(-0,8; 0,6)$. Apskaičiuokite $\sin \alpha$.	7.1.1. Jei $\operatorname{tg} \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, tai A. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

kampo sinusą, kosinusą ir tangentą, kai posūkio kampas pavaizduotas vienetiniame apskritime, ir žinoma taško, atitinkančio posūkio kampą koordinatės (bent viena koordinatė). Tangentą supranta kaip sinuso ir kosinuso santykį.



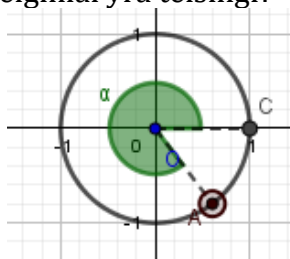
- C. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$
D. $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

7.1.2. Vienetinio apskritimo taško A koordinatės yra $(-0,8; a)$. Apskaičiuokite $\sin \alpha$.



7.2. Geba nustatyti posūkio kampo sinuso, kosinuso ir tangentą ženklus visuose koordinačių plokštumos ketvirčiuose.

7.2.1. Vienetiniame apskritime atidėtas taškas A ir pažymėtas kampas α . Pagal brėžinio duomenis nustatykite šio kampo trigonometrinių reikšmių ženklus. Kurie teiginiai yra teisingi?



- A. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$
B. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha > 0$
C. $\sin \alpha > 0; \cos \alpha > 0$
D. $\sin \alpha < 0; \cos \alpha < 0$

7.3. Apskaičiuoja skaitinių reiškinių su sinusais, kosinusais, tangентаis reikšmes, kai kampai duoti laipsniais iradianais. Moka tai atlikti ir realaus turinio situacijoje.	7.3.1. Apskaičiuokite: a) $2\sin 45^\circ \cos 45^\circ$; b) $2\operatorname{tg} 30^\circ \cos 30^\circ$; c) $\sin^2(30^\circ) + \cos^2(60^\circ)$. 7.3.2. Palyginkite $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$ ir $2\operatorname{tg} 0^\circ$. 7.3.3. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę. 7.3.4. Vertikalaus stulpo metamo šešėlio ilgį l galima apskaičiuoti pagal formulę: $l = h \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$, kai h – stulpo aukštis, α – kampo, kurį jis sudaro su saulės spindulys sudaro su žemės paviršiumi didumas. Apskaičiuokite 2 m stulpo šešėlio ilgį, kai kampas $\alpha = 60^\circ$. Pastaba. Toks uždavinys turėtų būti su brėžiniu.	7.3.1. Apskaičiuokite: a) $2\sin \frac{3\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4}$; b) $2\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6}$. 7.3.2. Palyginkite $\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}$ ir $2\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$. 7.3.3. Duota funkcija $f(x) = \sin x - \cos(2x)$. Apskaičiuokite $f(\frac{\pi}{2})$.
7.4. Taiko pagrindinę trigonometrines tapatybes apskaičiuodami $\sin \alpha$ ($\cos \alpha$), $\operatorname{tg} \alpha$ reikšmę, kai duotas $\cos \alpha$ ($\sin \alpha$), $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$; $0 \leq \alpha \leq 2\pi$.	7.4.1. Apskaičiuokite $\sin \alpha$ reikšmę, kai $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ir $270^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$.	7.4.1. Apskaičiuokite $\sin \alpha$ reikšmę, kai $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ ir $\pi \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2}$.
7.5. Žino savybes: a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; b) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;	7.5.1. Suprastinkite reiškinius: a) $\cos(370^\circ) - \cos(10^\circ)$; b) $\cos(360^\circ + \alpha) - \cos(\alpha)$; c) $\sin(360^\circ + \alpha) + \sin(\alpha)$;	7.5.1. Suprastinkite pateiktą reiškinį. $\operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{6}\right) - \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$ 7.5.2. Kuris teiginys yra teisingas?

c) $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin(\alpha)$; d) $\cos(360^\circ + \alpha) = \cos(\alpha)$; e) $\operatorname{tg}(180^\circ + \alpha) = \operatorname{tg}(\alpha)$; f) $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$; g) $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$; h) $\operatorname{tg}(-\alpha) = \operatorname{tg}(\alpha)$; i) $\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$; j) $\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$.	d) $\sin(-\alpha) + \cos(-\alpha) + \sin(\alpha)$; e) $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) - 1$.	A. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = 2\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ B. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = 4\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ C. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$ D. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} = -\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$
7.6. Supranta skaičių $\arcsin x$, $\arccos x$, $\operatorname{arctg} x$ apibrėžimus, moka patikrinti, ar su duotąja x reikšme šie skaičiai turi prasmę.	7.6.1. Apskaičiuokite: a) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$; b) $\operatorname{arctg}(-1) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$. 7.6.2. Patikrinkite, kurie reiškiniai neturi prasmės. A. $\arcsin 2$ B. $\arccos 3$ C. $\arcsin 0,3$	7.6.1. Apskaičiuokite pateikto reiškinio reikšmę. $\operatorname{arctg}(-1) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$
7.7. Skaičiuotuvu apskaičiuoja apytiksles sinuso, kosinuso, tangento, $\arcsin a$, $\arccos a$, $\operatorname{arctg} a$ reikšmes, palygina skaičius.	7.7.1. Kurios nelygybės teisingos? A. $\cos 135^\circ < 0$ B. $\cos 270^\circ < 0$ C. $\sin 225^\circ < 0$ D. $\cos 315^\circ < 0$	7.7.1. Kurios nelygybės teisingos? A. $\operatorname{tg} \frac{4\pi}{3} < 0$ B. $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} < 0$ C. $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6} < 0$ D. $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} < 0$

MODELIAI IR SĄRYŠIAI

8. Progresijos

8.1. Supranta aritmetinės ir geometrinės progresijų apibrėžimus, atskiria šias sekas. Sekos nariai gali būti laipsniai, šaknys.

8.1.1. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?

- A. 3; 6; 9; 12.
- B. 3; 6; 12; 24.
- C. 3; 6; 18.
- D. 3; 9; 27; 81.

8.1.2. Kuri iš šių sekų nėra baigtinė geometrinė progresija?

- A. 5; 10; 20; 40.
- B. -2; 4; -8; 16.
- C. -2; -4; -6; -8.
- D. -2; -4; -8; -16.

8.1.1. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?

- A. $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$.
- B. $\sqrt{2}$; $2\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$; $8\sqrt{2}$.
- C. $\sqrt{2}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{8}$.
- D. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{4}$; $\sqrt{5}$.

8.1.2. Kuri iš šių sekų yra baigtinė geometrinė progresija?

- A. 2^{101} ; 2^{102} ; 2^{103} ; 2^{104} .
- D. 2^{101} ; 4^{101} ; 8^{101} ; 16^{101} .
- C. 2^{101} ; 2^{202} ; 2^{404} ; 2^{808} .
- D. 2^{101} ; 4^{202} ; 8^{404} ; 16^{808} .

8.1.3. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?

- A. $\sqrt{2}$; -2; $2\sqrt{2}$; -4.
- B. $\sqrt{2}$; 0; $-\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$.
- C. $\sqrt{2}$; $-2\sqrt{2}$; $4\sqrt{2}$; $-6\sqrt{2}$.
- D. $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{4}$; $-\sqrt{5}$.

8.2. Moka apskaičiuoti bet kurį aritmetinės ar geometrinės progresijos narį, narių sumą, kai yra žinoma:

- a) n -tojo nario formulė;
- b) pirmasis narys ir skirtumas ar vardiklis;

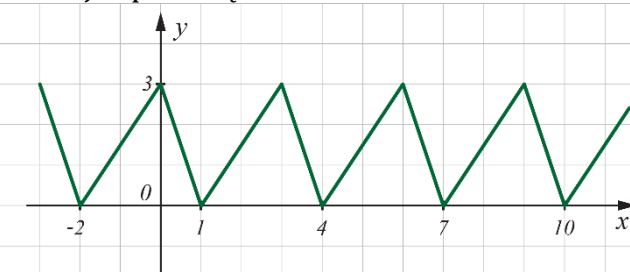
8.2.1. Sekos bendrasis narys užrašomas formule $a_n = 3 + 6n$. Apskaičiuokite šios sekos 5-ąjį narį.

8.2.2. Sekos n -tasis narys $b_n = 2^n$. Apskaičiuokite b_4 .

8.2.1. Užrašykite 4-ąjį geometrinės progresijos 3 ; $\sqrt{3}$; 1 ; ... narį.

8.2.2. Geometrinės progresijos pirmasis narys lygus a^2 , o jos vardiklis lygus a^3 . Koks šios progresijos 5-asis narys?

c) pirmasis narys, o skirtumas ar vardiklis apibūdinti žodžiais ir progresija neįvardyta; d) keli pirmieji nariai. Sekos nariai gali būti laipsniai, šaknys. Geba tai padaryti ir realiame kontekste.	8.2.3. Užrašykite ketvirtąją geometrinės progresijos 3; 9; 27; ... narį. 8.2.4. Apskaičiuokite geometrinės progresijos –5; 10; –20 pirmųjų dešimties narių sumą. 8.2.5. Sekos pirmasis narys $a_1 = -18$, o kiekvienas narys, pradedant antruoju, yra 8 vienetais didesnis už prieš tai buvusįjį. Apskaičiuokite 156-ąją sekos narį. 8.2.6. Sekos pirmasis narys $b_1 = 665526$, o kiekvienas narys, pradedant antruoju, yra 2 kartus mažesnis už prieš tai buvusįjį. Apskaičiuokite 10-ąją sekos narį. 8.2.7. Tomas pradėjo taupyti: pirmą mėnesį jis sutaupė 150 eurų, o kiekvieną tolesnį mėnesį sutaupė 26 eurai daugiau negu praėjusįjį. Kiek Tomui pavyko sutaupyti per 12 mėnesių? 8.2.8. Tomas už 1000 eurų nusipirko akcijų – jų vertė kas mėnesį kilo po 5 %. Kokia Tomo akcijų vertė buvo po metų? Atsakymą suapvalinkite iki šimtųjų.	A. a^2 B. a^{24} C. a^{14} D. a^{12} E. a^{17}
8.3. Moka, tiesiogiai taikydami aritmetinės progresijos n-tojo nario formulę, apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą. Geba patikrinti, ar skaičius yra aritmetinės progresijos narys. Moka, tiesiogiai taikydami aritmetinės progresijos n narių sumos formulę, apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą.	8.3.1. Apskaičiuokite aritmetinės progresijos pirmąjį narį, jeigu jos 10-asis narys yra 20, o skirtumas lygus 2. 8.3.2. Kuris skaičius yra sekos, kurios bendrojo nario formulė $a_n = 3 + 2n$, narys? A. 3 B. 15	8.3.1. Aritmetinės progresijos dešimties narių suma lygi 60, o šios progresijos skirtumas lygus 2. Apskaičiuokite progresijos 1-ąją narį.

	C. 18 D. 22	
8.4. Moka, tiesiogiai taikydami geometrinės progresijos n-tojo nario formulę, apskaičiuoti bet kuri nežinomą komponentą. Geba patikrinti, ar skaičius yra geometrinės progresijos narys. Moka, tiesiogiai taikydami geometrinės progresijos n narių sumos formulę, apskaičiuoti narių sumą arba pirmąjį sekos narį. Gali tai padaryti ir realaus turinio kontekste.	8.4.1. Tomas nusipirko akcijų. Kasmet Tomo akcijų vertė kito 10 %. Už kokią sumą Tomas pirko akcijas, jei po 5 metų pardavė jas už 3221,02 euro? 8.4.2. Geometrinės progresijos n-tojo nario formulė $b_n = b_1 \cdot 2^{n-1}$. Apskaičiuokite progresijos 1-ąjį narį, jei $b_7 = 160$.	8.4.1. Tomas per 7 dienas perskaitė įdomią knygą, kurioje yra 381 puslapis. Kiekvieną dieną jis perskaitydavo 2 kartus daugiau puslapių negu praėjusią dieną. Kiek puslapių Tomas perskaitė pirmąją dieną?
9. Funkcijos		
9.1. Supranta sąvokas ir pagal pateiktą funkcijos grafiką gali nustatyti: a) funkcijos lyginumą; b) periodą. Pastaba. Funkcijos apibrėžimo sritis, reikšmių sritis, didėjimo ir mažėjimo intervalai yra 9 klasės kurse, tačiau, plėtojant funkcijos sąvoką 11 klasėje, šios sąvokos labai svarbios, todėl įvairiuose kontekstuose gali būti sutinkamos ir 11 klasės kurse.	9.1.1. Nustatykite mažiausią teigiamą funkcijos periodą. 	
9.2. Moka iš analizinės išraiškos nustatyti paprasčiausių funkcijų $y = \sqrt{f(x)}$; $y = \frac{g(x)}{f(x)}$;	9.2.1. Nustatykite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo sritį: a) $f(x) = \sqrt{x-2}$;	9.2.1. Nustatykite funkcijos $f(x)$ apibrėžimo sritį: a) $f(x) = \sqrt{x^2-4}$;

$y = \log_a f(x)$ apibrėžimo sritis, kai $f(x)$ yra pirmojo laipsnio daugianaris.

Moka rasti funkcijų $f(x) = \sqrt{g(x)}$, $y = \frac{f(x)}{g(x)}$; $f(x) = \log_a g(x)$ apibrėžimo sritis, kai $g(x) = a^2 - x^2$ arba $g(x) = x^2 - a^2$.

9.3. Supranta, atpažįsta ir moka atlikti šias grafiko transformacijas: $y = f(x) + a$; $y = f(x + a)$; $y = -f(x)$.

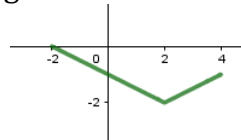
Pastaba. Tik viena transformacija.

Gali nustatyti transformuotų funkcijų apibrėžimo ir (ar) reikšmių sritį.

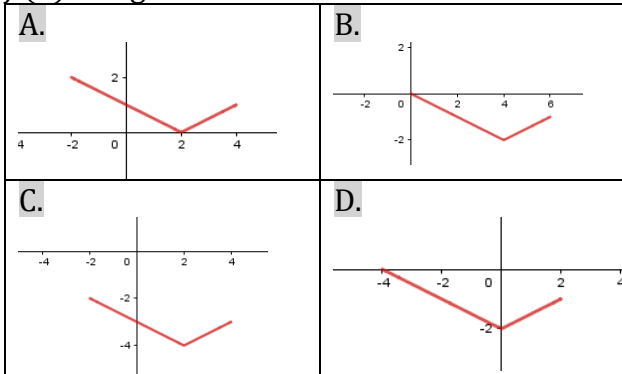
b) $f(x) = \frac{2x - 3}{3x - 2}$;
c) $f(x) = \log_2(4 - x)$.

b) $f(x) = \frac{2x - 3}{4 - x^2}$;
c) $f(x) = \log_2(4 - x^2)$.

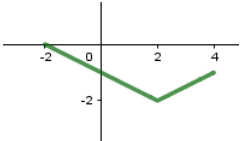
9.3.1. Paveiksle pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Kuriame paveiksle pateiktas funkcijos $y = f(x) + 2$ grafikas?

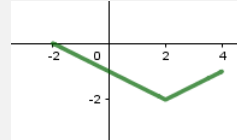


9.3.2. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



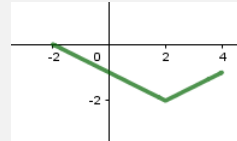
Raskite funkcijos $y = f(x) + 2$ reikšmių sritį.

9.3.1. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



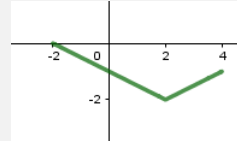
Nubrėžkite funkcijos $y = f(x - 2)$ grafiką.

9.3.2. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Raskite funkcijos $y = -f(x)$ reikšmių sritį.

9.3.3. Pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Raskite funkcijos $y = f(x - 3)$ apibrėžimo sritį.

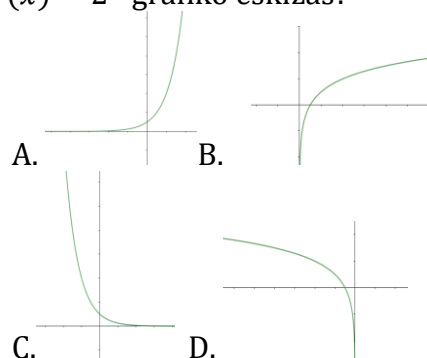
9.4. Moka nustatyti funkcijos reikšmę, kai yra žinoma argumento reikšmė ir atvirkščiai – tiek iš grafiko, tiek iš analizinės išraiškos. Žino šių funkcijų grafikus, savybes:

- a) $y = x^2$;
- b) $y = x^3$;
- c) $y = \sqrt{x}$;
- d) $y = \frac{1}{x}$;
- e) $y = a^x$;
- f) $y = \log_a x$;
- g) $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$.

Atpažįsta šių grafikų transformacijas: $y = f(x) + a$; $y = f(x + a)$; $y = -f(x)$. Geba iš grafiko rasti transformuotų funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis.

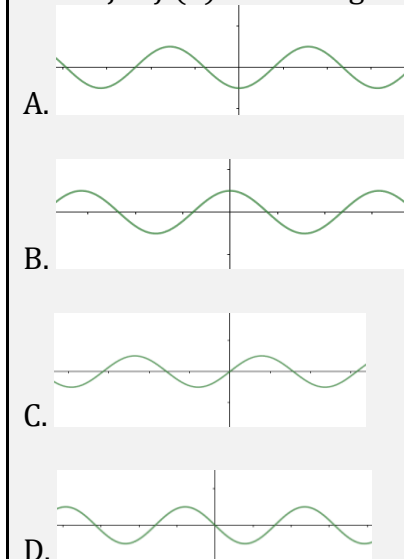
9.4.1. Apskaičiuokite funkcijos $\log_2(4 - x)$ reikšmę taške $x = -12$.

9.4.2. Kuriame paveiksle nubrėžtas funkcijos $f(x) = 2^x$ grafiko eskizas?

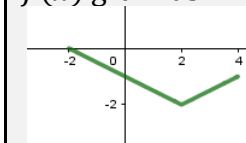


9.4.3. Funkcijos $f(x) = \log_2 x + a$ grafikas gautas, funkcijos $f(x) = \log_2 x$ grafiką perkėlus 3 vienetais aukštin. Apskaičiuokite skaičiaus a reikšmę.

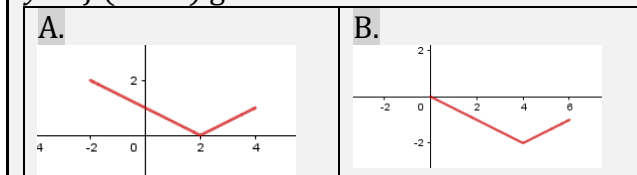
9.4.1. Kuriame paveiksle gali būti nubrėžtas funkcijos $f(x) = -\sin x$ grafiko eskizas?

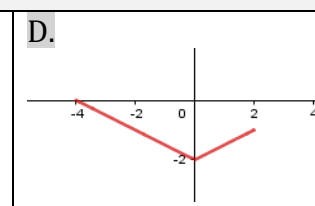
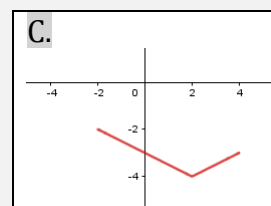
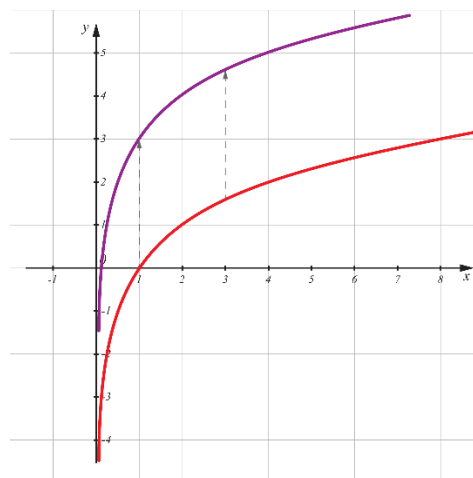


9.4.2. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.

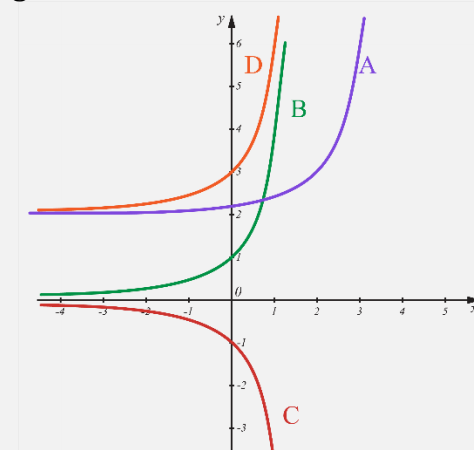


Kuriame paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x - 2)$ grafikas?





9.4.3. Paveiksle skirtingomis spalvomis pavaizduoti keturių funkcijų grafikai (A–D). Kuris grafikas gali būti funkcijos $y = 2^x + 2$ grafikas?

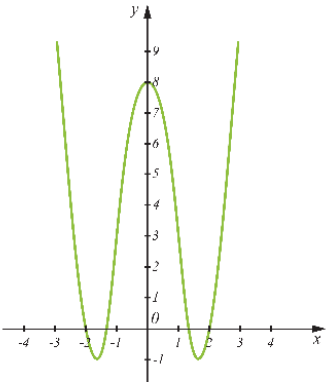
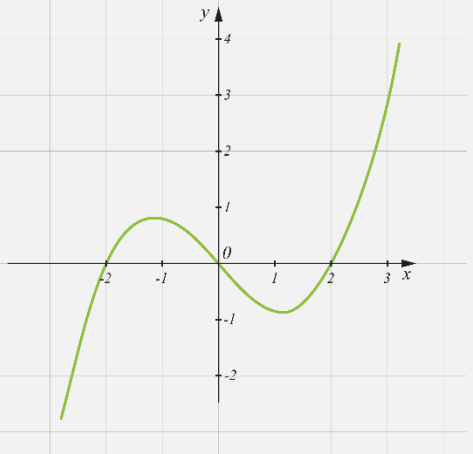


9.5. Pagal grafiką nustato lygties $f(x) = g(x)$ sprendinius arba sprendinių skaičių; nelygybių $f(x) > a$; $f(x) < a$ sprendinių intervalus. (Trigonometrinių lygčių ir nelygybių sprendinius nustato nurodytame intervale.)

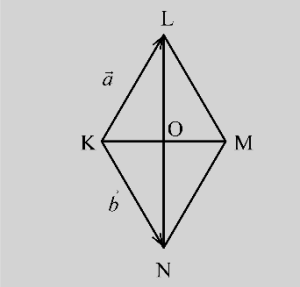
9.5.1. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Remdamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, atsakykite į klausimus.

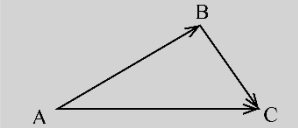
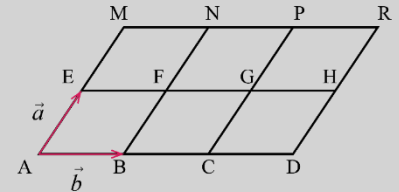
- Kiek sprendinių turi lygtis $f(x) = 2$?
- Su kokia a reikšme lygtis $f(x) = a$ turi tris sprendinius?

9.5.1. Nubrėžtas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Užrašykite nelygybės $f(x) < 0$ sprendinių intervalą (-us).

Gali rasti parametro a reikšmę, jei nubrėžtas funkcijos $y = f(x)$ grafikas ir yra žinomas lygties $f(x) = a$ sprendinių skaičius.		
9.6. Apskaičiuoja funkcijų reikšmes realaus turinio situacijose, kai visi kintamieji duoti, situacija yra artimo mokiniui konteksto ir aprašyta paprasčiausiu būdu.	9.6.1. Normalų vaiko kraujospūdį galima apskaičiuoti pagal formulę $p(x) = 25 \cdot \lg(2,5x) + 18$, kai x – vaiko svoris kilogramais. Apskaičiuokite vaiko, sveriančio 20 kg, kraujospūdį.	
9.7. Pagal grafiką arba be jo, kai duotas grafikui priklausantis taškas, randa anksčiau aprašytų funkcijų nežinomą koeficientą.	9.7.1. Funkcijos $y = a^x$ grafikas eina per tašką $(2; 8)$. Apskaičiuokite koeficiento a reikšmę.	
10. Lygtys		
10.1. Moka išspręsti lygtis: a) paprasčiausias racionaliąsias, pvz.: $\frac{kx + b}{cx + d} = 0; \frac{x + b}{x + d} = a; \frac{x^2 - a^2}{x - a} = 0;$	10.1.1. Išspręskite lygtis: a) $\frac{2x - 4}{x + 3} = 0;$ b) $\sqrt{2x - 1} = 4;$ c) $x^4 = 4;$	10.1.1. Išspręskite lygtis: a) $\frac{x}{x - 2} = 2;$ b) $\sqrt{x - 3} - 2 = 0;$ c) $(2x + 3)^3 = 8;$

b) paprasčiausias iracionaliausias, pvz.: $\sqrt{f(x)} = a$, $\sqrt[3]{f(x)} = a$, kai $f(x)$ – dvinaris $kx + b$, a – sveikasis skaičius (gali atsirasti paprasčiausias papildomas žingsnis); moka išspręsti lygtis $\sqrt{f(x)} =$ $\sqrt{g(x)}$, kai $f(x)$ ir $g(x)$ pirmojo laipsnio daugianariai; c) paprasčiausias laipsnines, pvz.: $x^n = a$; $ax^n + b = c$; d) $a^{kx+b} = c$, kai c yra a laipsnis; lygtį $a^{kx} = c$, kai c nebūtinai a laipsnis; e) $\log_a(kx + b) = c$; $\log_a(kx + b) =$ $\log_a(mx + n)$; nustato šios lygties apibrėžimo sritį; f) $f(x) = a$, kai a yra racionalusis skaičius.	d) $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0$; e) $2x^5 - 12 = 42$; f) $\log_2(2x - 1) = 2$; g) $\log_{0,2}(x - 1) = 1$; h) $25^{2x} = \frac{1}{5}$; i) $5^{2x} = \frac{1}{5}$; j) $3^{x-1} = \sqrt{3}$.	d) $2\sqrt{x-1} = 6$; e) $2^{2x+1} = \sqrt{8}$; f) $\sqrt[3]{x-2} = 3$; g) $\sqrt{x-2} = \sqrt{3x-14}$; h) $2^x = 3$; i) $x+3 = 3$.
11. Nelygybės		
11. Moka išspręsti nelygybes intervalų metodu: a) $\frac{x-a}{x-b} > 0$; b) $(x-a)(x-b) < 0$; c) $x^2 < a$; d) $x^2 - a^2 < 0$; e) $a^2 - x^2 < 0$.	11.1.1. Išspręskite nelygybes: a) $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x} < 2$; b) $\log_2(x) < \log_2(3)$; c) $\lg(x) < \lg(2)$; d) $\frac{x-2}{x+3} > 0$;	11.1.1. Išspręskite nelygybes: a) $\log_2(2x+1) < \log_2 3$; b) $2^{2x+1} < 0,5$.

Išsprendžia nelygybes: a) $a^{kx+b} < c$ (c – skaičiaus a sveikasis laipsnis); b) $\log_a(x) < \log_a(c)$; c) $\log_a(kx+b) < \log_a c$; d) $a^{kx+b} < c$; Pastaba. Gali būti bet kokie ženklai: $<$; $>$; $\leq$; $\geq$.	e) $\frac{1}{x} > 0$; f) $(x-3)(x+5) < 0$; g) $x^2 < 9$.	
12. Vektoriai (tik A lygis)		
12.1. Geba pagal brėžinį (nubrėžta geometrinė figūra su žinomais kampais) nustatyti kampo tarp vektorių didumą, kai vektoriai išeina iš vieno taško. Supranta lygių, priešingų, kolinearinių vektorių sąvokas.	12.1.1. $KLMN$ – rombas, vienas jo kampas lygus 120 laipsnių.  Apskaičiuokite kampą tarp vektorių nurodytų didumus: a) $\overrightarrow{KL}$ ir $\overrightarrow{KN}$; b) $\overrightarrow{KL}$ ir $\overrightarrow{KM}$.	
12.2. Moka apskaičiuoti vektorių skaliarinę sandaugą, kai yra žinomi jų ilgiai ir kampas tarp jų arba koordinatės. Geba rasti vektoriaus	12.2.1. Yra žinomi vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ ilgiai: $\vec{a} = 3$; $\vec{b} = 5$. Kampas tarp šių vektorių lygus 60°. Apskaičiuokite šių vektorių skaliarinę sandaugą. 12.2.2. Yra žinomos vektoriaus $\vec{a} = (2; 3)$ ir taškų $A(0; 1)$ ir $B(-1; 0)$ koordinatės. Apskaičiuokite:	

koordinatės, vektoriaus ilgį, kai yra žinomos jo pradžios ir pabaigos taškų koordinatės.	a) vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ koordinatės; b) vektorių $\vec{a}$ ir $\overrightarrow{AB}$ skaliarinę sandaugą; c) vektoriaus $\overrightarrow{AB}$ ilgį; d) kampo tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\overrightarrow{AB}$ didumą.
12.3. Randa dviejų vektorių sumą, skirtumą, sandaugą iš skaičiaus, brėžinyje (nubrėžtas lygiagretainis, trikampis ir ant kraštinių pažymėti vektoriai) ir kai žinomos šių vektorių koordinatės.	12.3.1. Nustatykite, kurios lygybės teisingos.  A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ 12.3.2. Nustatykite, kuris vektorius lygus vektoriui $-2\vec{a}$.  A. $\overrightarrow{AM}$ B. $\overrightarrow{PC}$ C. $\overrightarrow{AP}$ D. $\overrightarrow{AF}$
12.4. Kai yra žinomos vektorių koordinatės, gali rasti skaliarinę sandaugą, nustatyti, ar vektoriai kolinearūs, ar statmeni. Gali rasti parametro reikšmę, su kuria vektoriai kolinearūs ar statmeni.	12.4.1. Yra žinoma, kad $\vec{a} = (2; 3)$, $\vec{b} = (2; 3)$. Remdamiesi šia informacija, atlikite užduotis. a) Apskaičiuokite $\vec{a} - 2\vec{b}$. b) Nustatykite, su kuria m reikšme vektoriai $\vec{a} = (2; 3)$ ir $\vec{b} = (a; 3)$ yra statmeni. c) Su kuria m reikšme vektoriai $\vec{a} = (2; 5)$ ir $\vec{b} = (3; m)$ yra kolinearūs?

12 KLASĖ (A ir B lygiai)

Pastaba. Aprašas parengtas A ir B lygiams. Viskas, kas taikoma **tik** A lygiui, yra pažymėta pilka spalva.

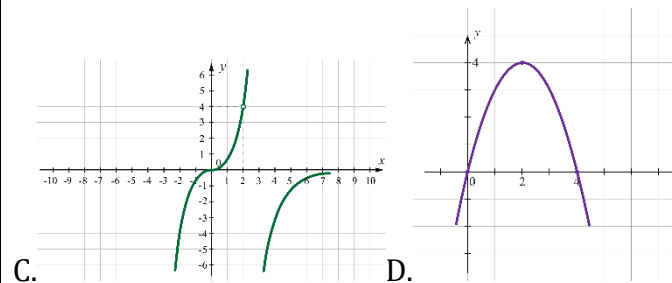
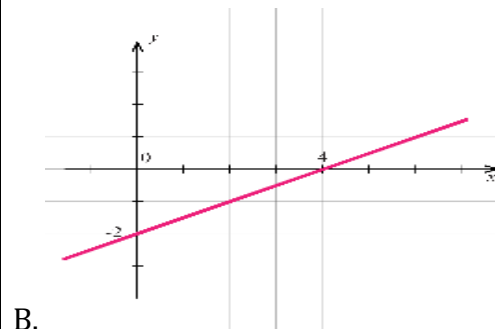
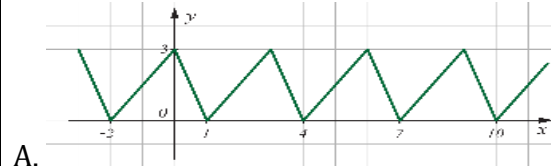
Turinio minimumas	A ir B lygių pavyzdžiai	Tik A lygio pavyzdžiai
MODELIAI IR SĄRYŠIAI		
1. Trigonometrinės lygtys ir nelygybės		
1.1. Moka pertvarkyti paprasčiausius trigonometrinius reiškinius, taikydami formules: a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; b) $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; c) $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$; d) $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin(\alpha)$; $\cos(360^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; e) $\sin(2\pi + \alpha) = \sin \alpha$; f) $\cos(2\pi + \alpha) = \cos \alpha$; Pastaba. Išvardytos savybės priklauso 11 (III gimnazijos) klasės kursui, tačiau jos įtvirtinamos kiek sudėtingesniuose kontekstuose. g) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$; h) $\cos(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \mp \sin \beta \cos \alpha$; i) $2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha =$; j) $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha =$. Pastaba. Vienaame uždavinyje ar jo dalyje taikomas ribotas formulių skaičius – gali būti dvi iš skirtingose eilutėse pateiktų formulių.	1.1.1. Suprastinkite reiškinius: a) $\frac{\sin(-2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$; b) $\sin^2(3\alpha) + \cos^2(3\alpha) - 1$; c) $\sin(360^\circ + \alpha) - \sin(-\alpha)$; d) $\sin(380^\circ + \alpha) - \sin(\alpha + 20^\circ)$.	1.1.1. Suprastinkite reiškinius: a) $\frac{\sin(-2\alpha)}{\cos(\alpha)}$; b) $\frac{\sin(-2\alpha)}{\sin(\alpha)}$; c) $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \cdot \cos \beta$. 1.1.2. Apskaičiuokite pateikto reiškinio reikšmę. $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{12} =$

1.2. Moka nustatyti, kuri lygtis $f(x) = a$ (kai $f(x) = \sin x$ arba $f(x) = \cos x$) turi, o kuri neturi sprendinių. Moka spręsti lygtis $\sin x = a$; $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, taikant sprendinių formulę ir sprendinius, užrašant laipsniais ir radianais. Moka nustatyti lygties sprendinių skaičių, rasti sprendinius, rasti didžiausią ir mažiausią sprendinius intervale, ne platesniame kaip $[-360^\circ; 360^\circ]$ ($[-2\pi; 2\pi]$).	1.2.1. Duota lygtis $\sin x = 0,5$. - Išspręskite šią lygtį. - Kiek sprendinių turi ši lygtis intervale $[-360^\circ; 0]$? - Raskite mažiausią šios lygties sprendinį intervale $[-360^\circ; 0]$. 1.2.2. Kurios lygtys neturi sprendinių? $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sin x = \sqrt{3}$ $\sin x = -\sqrt{\frac{3}{7}}$ $\sin x = -3$ $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$	1.2.1. Duota lygtis $\sin x = 0,5$. - Išspręskite šią lygtį. - Kiek sprendinių turi ši lygtis intervale $[-2\pi; 0]$. - Raskite mažiausią šios lygties sprendinį intervale $[-2\pi; 0]$.
1.3. Moka nustatyti, kuri lygtis iš, pvz., $af(x) + b = c$ (kai $f(x) = \sin(kx)$ arba $f(x) = \cos(kx)$), turi, o kuri neturi sprendinių. Moka išspręsti lygtis $a \cdot (kx) + c = d$; $a \cdot f(kx) + c = d$, taikydami sprendinių formulę (čia $f(x) = \sin(kx), \cos(kx)$). Sprendinius užrašo laipsniais ir radianais. Tokios lygties sprendinių skaičiaus nurodytame intervale nustatyti nereikia, taip pat nereikia sprendinį rasti intervale.		1.3.1. Išspręskite lygtis: $2\sin(2x) = 1$; $2\sin \frac{x}{2} = 1$. 4.2. Kurios lygtys neturi sprendinių? $2\sin(3x) = \sqrt{3}$ $\sin(3x) + 5 = \sqrt{3}$ $1 + \sin(3x) = \sqrt{\frac{3}{7}}$ $\sin(3x) = -3$

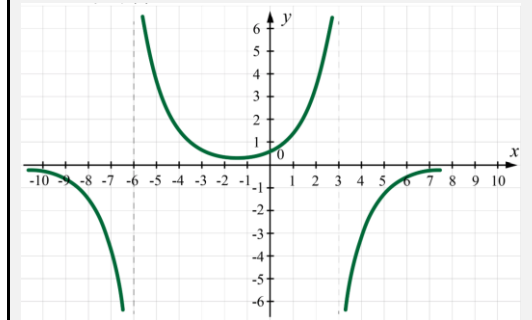
2. Funkcijos išvestinė

2.1. Atpažįsta tolydžiąsias ir netolydžiąsias funkcijas.

2.1.1. Kuri funkcija nėra tolydžioji intervale $(0; 4)$?



2.1.1. Paveiksle pateiktas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Užrašykite šios funkcijos tolydumo intervalus.



2.2. Moka rasti daugianario išvestinę. Moka apskaičiuoti išvestinės reikšmę duotajame taške. Moka išspręsti lygtį $f'(x) = a$, kai $f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris.

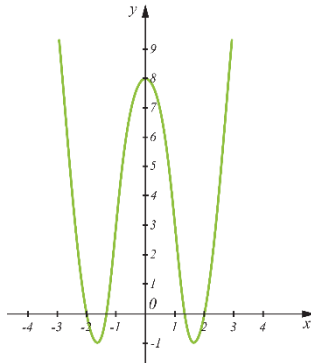
2.2.1. Apskaičiuokite $f'(x)$, kai $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 6$.

2.2.2. Yra žinoma, kad $f(x) = 3x^3 - x$.
a) Raskite $f'(x)$.

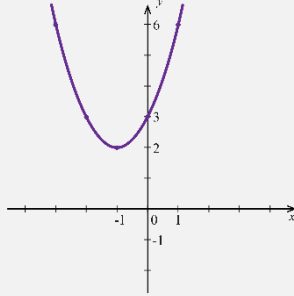
2.2.1. Apskaičiuokite $f'(x)$, kai:

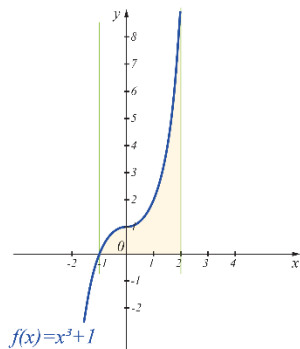
- a) $f(x) = 3\sin(2x)$;
- b) $f(x) = 3e^x + 2x$;
- c) $f(x) = x \cdot \sin(x)$;
- d) $f(x) = \ln(2x) + 3$;

Moka rasti funkcijų sandaugos išvestinę, kai abi funkcijos yra elementariosios. Moka rasti funkcijų $f(x) = \sin x$; $f(x) = \cos x$; $f(x) = \ln x$; $f(x) = e^x$ išvestines ir išspręsti lygtį $f'(x) = a$. Geba rasti šių funkcijų ir laipsninės funkcijos sumos išvestines. Moka rasti sudėtinių funkcijų $f(x) = \sin(kx)$; $f(x) = \cos(kx)$; $f(x) = \ln(kx)$; $f(x) = ae^{kx}$ išvestines, kai k – sveikasis skaičius.	b) Išspręskite lygtį $f'(x) = 0$. 2.2.3. Apskaičiuokite $f'(1)$, kai $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 6$.	e) $f(x) = 3e^{2x} + 2$.
2.3. Moka rasti kreivės (išreikštos daugianariu) liestinės duotajame taške krypties koeficientą. Moka užrašyti funkcijos grafiko liestinės nurodytame taške lygtį.	2.3.1. Raskite funkcijos $f(x) = 3x^3 - x$ grafiko liestinės taške $x = 2$ krypties koeficientą.	2.3.1. Duota funkcija $f(x) = e^x + 3$. a) Apskaičiuokite $f'(x)$. b) Užrašykite šios funkcijos grafiko liestinės taške $x = 0$ lygtį.
2.4. Pagal funkcijos grafiką gali nustatyti minimumo ir maksimumo taškus, minimumus ir maksimumus.	2.4.1. Nubrėžtas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Remdamiesi grafiku, atlikite užduotis.	

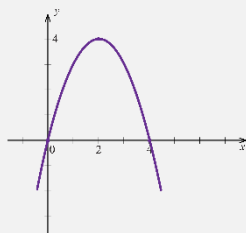
	 a) Nustatykite šios funkcijos minimumo tašką. b) Nustatykite šios funkcijos minimumą.																			
2.5. Moka nustatyti funkcijos reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalus, minimumo ir maksimumo taškus, minimumus ir maksimumus, kai duota funkcijos tyrimo lentelė.	2.5.1. Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes. <table><tr><td>x</td><td>$(-\infty; 0)$</td><td>0</td><td>$(0; 6)$</td><td>6</td><td>$(6; \infty)$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$f'(x) > 0$</td><td>0</td><td>$f'(x) < 0$</td><td>0</td><td>$f'(x) > 0$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td></td><td>8</td><td></td><td>3</td><td></td></tr></table> a) Nustatykite funkcijos mažėjimo intervalą (-us). b) Raskite minimumo tašką (-us) $x_{\min}$. c) Raskite funkcijos minimumą (-us) $y_{\min}$.	x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 6)$	6	$(6; \infty)$	$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$	$f(x)$		8		3		
x	$(-\infty; 0)$	0	$(0; 6)$	6	$(6; \infty)$															
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$															
$f(x)$		8		3																
2.6. Moka rasti funkcijos reikšmių didėjimo mažėjimo intervalus ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris).	2.6.1. Duota funkcija $f(x) = x^3 - 3x + 1$. a) Raskite šios funkcijos išvestinę. b) Raskite šios funkcijos didėjimo intervalą.																			

Moka rasti funkcijos $f(x)$ kritinius taškus, ekstremumo taškus ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris). Apskaičiuoja funkcijos didžiausią ir mažiausią reikšmes uždareame intervale ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris).	c) Apskaičiuokite šios funkcijos minimumą. d) Apskaičiuokite šios funkcijos didžiausią reikšmę intervale $[0; 2]$.	
2.7. Išsprendžia paprasčiausius realaus turinio optimizavimo uždavinius, kai funkcija ir jos apibrėžimo sritis duota ir yra ne aukštesnio kaip antrojo laipsnio daugianaris.		2.7.1. Stačiakampio plotas apskaičiuojamas pagal formulę $S = 10x - x^2$, kai x – stačiakampio vienos kraštinės ilgis. Yra žinoma, kad $0 < x < 10$. Kokios turi būti stačiakampio kraštinės, kad jo plotas būtų didžiausias?
3. Pirmykštė funkcija ir integralas		
3.1. Moka nustatyti, kurios funkcijos yra duotosios funkcijos pirmykštės funkcijos. Moka rasti šių funkcijų pirmykštes funkcijas, apskaičiuoti neapibrėžtinį integralą: a) funkcijos $f(x)$ ($f(x)$ – ne aukštesnio kaip trečiojo laipsnio daugianaris); b) $f(x) = k \cdot \sin x$; c) $f(x) = k \cdot \cos x$; d) $f(x) = k \cdot a^x$; e) $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$;	3.1.1. Kurios funkcijos yra funkcijos $f(x) = 4x^3 - e^x + 3$ pirmykštės funkcijos? A. $F(x) = x^4 - e^x + 3x + 2$ B. $F(x) = 12x^3 - e^x + 3$ C. $F(x) = 12x^3 - e^x + 3x + 5$ D. $F(x) = x^4 - e^x + 3x - 12$ 3.1.2. Apskaičiuokite: a) $\int 3\sin x dx$; b) $\int \frac{1}{2} e^x dx$.	

f) $f(x) = \frac{k}{x}$.	
3.2. Moka rasti funkcijų pirmąsias funkcijas, einančias per nurodytą tašką.	3.2.1. Duota funkcija $f(x) = x^2 + 1$. a) Raskite šios funkcijos kurią nors pirmąsias funkciją. b) Raskite šios funkcijos pirmąsias funkciją, kurios grafikas eina per tašką (0; 2).
3.3. Moka apskaičiuoti apibrėžtinį integralą $\int_a^b f(x)dx$, kai $f(x)$ yra daugianaris arba $f(x) = a\sin x$; $f(x) = a\cos x$; $f(x) = ae^x$; $f(x) = \frac{a}{x}$.	3.3.1. Apskaičiuokite. a) $\int_1^5 (x^2 + 1)dx =$ b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2\sin x dx =$
3.4. Pagal grafiką geba užrašyti apibrėžtinį integralą kreivinės trapecijos (apribotos iš viršaus kreive $f(x)$, taip pat tiesėmis $x = a$; $x = b$; $y = 0$) plotui apskaičiuoti. Apskaičiuoja šį plotą.	3.4.1. Nubrėžtas funkcijos $f(x) = x^2 + 2x + 3$ grafikas. Kuris reiškinyje tinkamas šios kreivės, abscisų ašies ir tiesių $x = -1$; $x = 2$ apribotam plotui apskaičiuoti?  A. $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 3)dx$ B. $\int_0^3 (x^2 + 2x + 3)dx$ C. $\int_2^3 (x^2 + 2x + 3)dx$ D. $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 3)dx$ 3.4.2. Nuspaldinta figūra apribota funkcijos $f(x) = x^3 + 1$ grafiku ir abscisų ašimi. Užrašykite šios nuspaldintos figūros plotą integralu.



3.4.3. Paveiksle pateiktas funkcijos $f(x) = x^2 - 4x$ grafikas. Apskaičiuokite figūros, apribotos šios funkcijos grafiku ir Ox ašimi, plotą.



GEOMETRIJA IR MATAVIMAI

4. Tiesės, plokštumos, kampai erdvėje

4.1. Brėžinyje atpažįsta susikertančias, lygiagrečias, persilenkiančias tieses, lygiagrečias ir susikertančias plokštumas. Pagal brėžinį atpažįsta dvisienį kampą ir paprasčiausiais atvejais geba nustatyti jo didumą. Moka rasti atstumą tarp taško ir tiesės, tarp lygiagrečių

4.1.1. Paveiksle pavaizduotas kubas $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ir jo pjūvio plokštuma $C_1 DB$. Kubo kraštinė lygi 2 cm. Remdamiesi paveikslu ir pateikta informacija, atlikite užduotis.

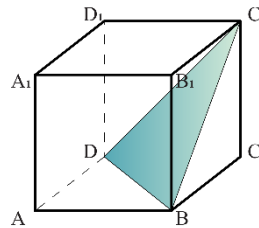
4.1.1. Brėžinyje pavaizduota taisyklingoji trikampė piramidė $ABCS$. Jos aukštinė yra SO , apotema – SM .

tiesių, tarp taško ir plokštumos.

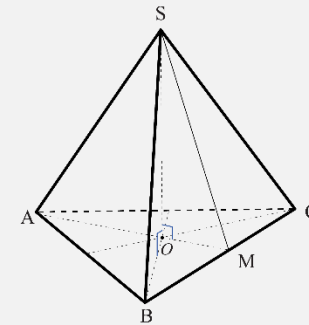
4.2. Geba rasti ir nustatyti kampo tarp susikertančių tiesių, kampo tarp tiesės ir plokštumos didumą, taikydami:

- stačiojo trikampio kampų ir kraštinių sąryšius;
- Pitagoro teoremą;
- lygiašonio, lygiakraščio trikampio, kvadrato, stačiakampio savybes.

4.3. Supranta projekcijos sąvoką, randa projekciją brėžinyje, paprasčiausiais atvejais apskaičiuoja jos ilgį.



- Kurios tiesės yra lygiagrečios?
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir CD
 - AB ir B_1D_1
 - AB ir A_1D_1
- Kurios tiesės yra prasilenkiančios?
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir C_1D_1
 - AB ir C_1D_1
- Kokio didumo kampą tiesė C_1B sudaro su plokštuma ABC ?
- Nustatykite atstumą tarp taško C_1 ir plokštumos ABC .
- Kuri atkarpa yra atkarpos BC_1 projekcija plokštumoje ABC ?
- Nustatykite atkarpos BC_1 projekcijos plokštumoje ABC ilgį.



Kuris kampas lygus dvisienio kampo tarp plokštumų BCS ir ABC tiesiniam kampui?

- $\angle AMS$
- $\angle CMS$
- $\angle BMS$
- $\angle MSO$

5. Briaunainiai, sukiniai

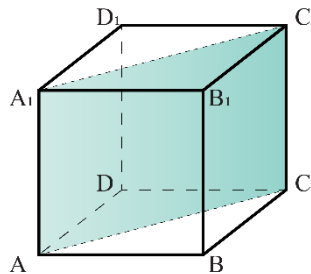
5.1. Moka rasti stačiakampio gretasienio, taisyklingosios trikampės prizmės, taisyklingosios keturkampės piramidės, ritinio, kūgio ir rutulio paviršiaus (šoninio ir viso) plotą ir tūrį, kai duoti reikiami dydžiai.

Moka, žinodami tūrį ar paviršiaus plotą, rasti nežinomą dydį, tiesiogiai išreiškiamą iš tūrio ar paviršiaus ploto formulės.

Moka apskaičiuoti stačiakampio gretasienio įstrižinio pjūvio plotą.

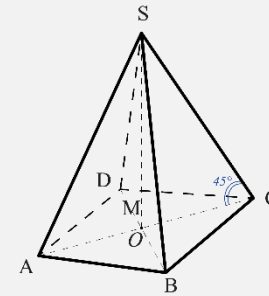
Moka apskaičiuoti taisyklingos keturkampės piramidės įstrižinio pjūvio plotą.

5.1.1. Stačiakampio gretasienio $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ pagrindas yra kvadratas (žr. pav.), kurio kraštinė lygi 3 cm. Šio stačiakampio gretasienio aukštinė lygi 4 cm. Remdamiesi brėžiniu ir pateikta informacija, atlikite užduotis.



- Apskaičiuokite šio stačiakampio gretasienio pjūvio $AA_1 C_1 C$ plotą.
- Apskaičiuokite šio stačiakampio gretasienio šoninio paviršiaus plotą.
- Apskaičiuokite šio stačiakampio gretasienio tūrį.

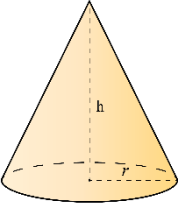
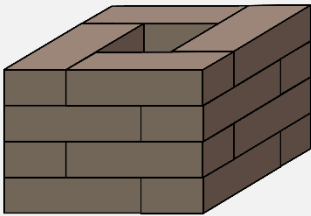
5.1.1. Taisyklingosios keturkampės piramidės $ABCD$ aukštinės ilgis 10 cm, o briauna SC su pagrindo plokštuma sudaro 45° kampą.



- Apskaičiuokite piramidės pagrindo įstrižainės ilgį.
- Apskaičiuokite piramidės pagrindo plotą.
- Apskaičiuokite piramidės tūrį.
- Apskaičiuokite piramidės pjūvio ACS plotą.

5.2. Moka apskaičiuoti ritinio, kūgio ir rutulio ašinių pjūvių plotus, kai yra žinomi reikiami dydžiai.

5.2.1. Kūgio tūris lygus 12π , o aukštinė lygi 4. Remdamiesi brėžiniu ir pateikta informacija, atlikite užduotis.

	 a) Apskaičiuokite kūgio pagrindo spindulio ilgį. b) Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą. c) Apskaičiuokite kūgio ašinio pjūvio plotą.	
5.3. Moka tūrio, paviršiaus ploto skaičiavimo uždavinius spręsti ir realaus turinio kontekstuose. Pastaba. Tokiems uždaviniams spręsti turi būti duoti brėžiniai.		5.3.1. Kaminas sumūrytas iš vienodų plytų taip, kaip parodyta paveiksle. Vienos plytos ilgis 30 cm, plotis 10 cm, o aukštis 6 cm. Remdamiesi šia informacija, atlikite užduotis. 

		a) Koks kamino viduje esančios tuščios ertmės tūris? b) Apskaičiuokite kamino šoninio paviršiaus plotą.
DUOMENYS IR TIKIMYBĖS		
6. Rinkiniai: kėliniai, gretiniai, deriniai		
6.1. Moka nustatyti rinkinių skaičių, taikydami kombinatorines sudėties ir daugybos taisykles (rinkinių skaičius nedidelis, nesunku apskaičiuoti).	6.1.1. Duoti skaitmenys 1; 2; 3; 4; 5; 6. a) Kiek dviženklių skaičių, kurių skaitmenys nesikartoja, galima sudaryti iš duotųjų skaitmenų? b) Kiek dviženklių skaičių galima sudaryti iš duotųjų skaitmenų, jei skaitmenys gali kartotis? c) Kiek dviženklių skaičių su vienodais skaitmenimis galima sudaryti iš duotųjų skaitmenų?	6.1.1. Kiek dviženklių skaičių, kurių skaitmenys nesikartoja, galima sudaryti iš skaitmenų 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6? Kiek tokių skaičių galime sudaryti, jei skaitmenys gali kartotis?
6.2. Atpažįsta paprasčiausias realaus turinio situacijas, kai rinkinių skaičiui nustatyti taikomos kėlinių, gretinių ir derinių formulės, ir moka jas pritaikyti (be pasikartojimų, tiesioginis formulės taikymas).		6.2.1. Ansamblyje dainuoja 10 mokinių – 4 merginos ir 6 vaikinai. a) Kiek yra galimybių jiems visiems sustoti eilėje? b) Kiek yra galimybių pasirinkti 5 mokinius atlikti dainą? c) Kiek yra galimybių pasirinkti 3 vaikus?

		6.2.2. Turime 9 korteles, ant kurių surašyta po vieną raidę: A; B; E; D; F; T; N; U; K. Reikia pasirinkti 6 korteles. Kiek yra galimybių taip pasirinkti korteles, kad tarp jų būtų trys balsės?
6.3. Apskaičiuoja įvykio tikimybę pagal klasikinę tikimybės apibrėžimą, kai rinkinių skaičius nustatomas pagal kombinatorines sudėties ir daugybos taisykles.	6.3.1. Iš skaitmenų 2; 3; 5; 6; 7; 8 sudaromas dviženklis skaičius, kurio skaitmenys nesikartoja. a) Kiek tokių skaičių galima sudaryti? b) Kokia tikimybė, kad sudarytas skaičius lyginis? c) Kokia tikimybė, kad sudarytas skaičius yra 67?	
6.4. Apskaičiuoja įvykio tikimybę pagal klasikinę tikimybės apibrėžimą, kai rinkinių skaičius nustatomas pagal kėlinių, gretinių derinių formules.		6.4.1. Ansamblyje dainuoja 10 mokinių – 4 merginos ir 6 vaikinai. Kūriniui atlikti atsitiktinai pasirinkti du solistai. Kokia tikimybė, kad pasirinktos dvi merginos? 6.4.2. Turime 9 korteles, ant kurių surašyta po vieną raidę: A; B; E; D; F; T; N; U; K. Atsitiktinai paimamos trys kortelės. a) Kokia tikimybė, kad tarp paimtų kortelių yra trys balsės? b) Kokia tikimybė, kad paimtos kortelės su raidėmis A, B ir E?

6.5. Moka suformuluoti priešingą įvykį ir apskaičiuoti jo tikimybę, kai įvykio A tikimybė yra žinoma.	6.5.1. Iš visų dviženklių skaičių išsirinkome du. Įvykis A – abu išsirinkti skaičiai yra lyginiai. Kuris įvykis yra priešingas įvykiui A? B – abu išsirinkti skaičiai yra nelyginiai; C – vienas išsirinktas skaičius yra lyginis, kitas – nelyginis; D – nors vienas išsirinktas skaičius yra nelyginis; E – išsirinkome ne du skaičius.	
6.6. Moka taikyti nepriklausomų įvykių sankirtos tikimybių formulę. Atpažįsta situacijas, kai ją reikia taikyti. Moka apskaičiuoti dviejų nesutaikomų įvykių sumos tikimybę.	6.6.1. Kambaryje dega dvi elektros lemputės. Tikimybė kad perdegs viena lemputė, lygi 0,3, kad perdegs antra – lygi 0,4. a) Kokia tikimybė, kad perdegs abi lemputės? b) Kokia tikimybė, kad perdegs pirma lemputė, o antra neperdegs? c) Kokia tikimybė, kad neperdegs abi lemputės? 6.6.2. Tikimybė, kad šiandien snigs arba bus kruša, lygi 0,3, tikimybė, kad lis, lygi 0,5. Kokia tikimybė, kad šiandien kritulių nebus?	6.6.1. Šaulio tikimybė pataikyti į taikinį lygi 0,8. Kokia tikimybė, kad pirmieji trys jo šūviai bus sėkmingi?
7. Atsitiktiniai dydžiai		
7.1. Paprasčiausiais atvejais nustato, kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis. Paprasčiausiais atvejais moka papildyti atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę, kai tikimybės skaičiuojamos anksčiau aprašytais būdais. Žino, kad skirstinio lentelėje tikimybių suma lygi 1.	7.1.1. Metamos dvi 10 ir 50 centų monetos. Jei iškrinta herbas, manome, kad ši baigtis lygi 0. Atsitiktinis dydis X – iškritusių akučių suma. a) Kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis? b) Apskaičiuokite tikimybę $P(X = 60)$. c) Užpildykite atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę.	7.1.1. Metamos dvi 10 ir 50 centų monetos. Jei iškrinta herbas, manome, kad ši baigtis lygi 0. Atsitiktinis dydis X – iškritusių akučių suma. a) Kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis? b) Apskaičiuokite tikimybę $P(X = 60)$.

Moka apskaičiuoti atsitiktinio dydžio matematinę viltį, tikimybę, kad $X > a, X < a, X \leq a, X \geq a$, kai žinoma skirstinio lentelė.

m				
$P(X = m)$				

d) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį.

7.1.2. Pateikta atsitiktinio dydžio skirstinio lentelė.

m	2	3	4	5
$P(X = m)$	0,2	a	a	0,4

- Apskaičiuokite parametro a reikšmę.
- Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio matematinę viltį.

c) Užpildykite atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę.

m				
$P(X = m)$				

d) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį.

7.1.2. Pateikta atsitiktinio dydžio skirstinio lentelė.

m	2	3	4	5
$P(X = m)$	0,2	a	a	0,4

- Apskaičiuokite parametro a reikšmę.
- Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio matematinę viltį.

7.1.3. Ansamblyje dainuoja 2 merginos ir 6 vaikinai. Atsitiktinai parinkti 3 dainininkai dainai atlikti. Atsitiktinis dydis – pasirinktų merginų skaičius.

- Kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis?
- Apskaičiuokite tikimybę $P(X = 2)$.
- Pabaikite pildyti atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę.

m	0	1	2
$P(X = m)$	5/14		

d) Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X

		matematinę viltį. e) Apskaičiuokite $\mathbf{P}(X > 2)$.
--	--	--