

**2025 M. PAKARTOTINĖS SESIJOS MATEMATIKOS IŠPLĖSTINIO KURSO
VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO ANTROS DALIES UŽDUOTIES KANDIDATŲ
DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA**

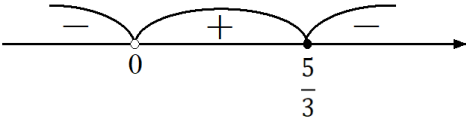
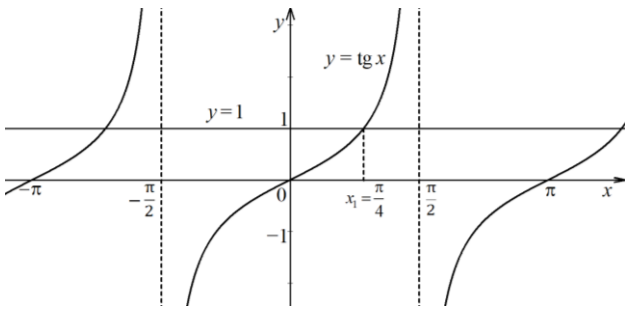
I dalis

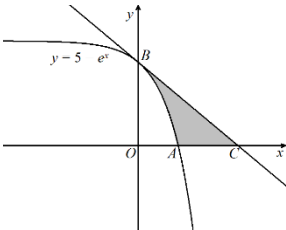
1	$A \cap B = [-4; 4)$ (arba $[-4; 4)$)
2	$\pi - 2$
3	$\sqrt[3]{5}$ (arba $5^{\frac{1}{3}}$)
4	$\frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$ (arba $2,5\sqrt[3]{4}$)
5	5000
6	$a_n = -4n + 13$ (arba $-4n + 13$)
7	$y_A = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (arba $-\frac{\sqrt{3}}{2}$)
8	$F(x) = -\cos x + 2$ (arba $-\cos x + 2$)
9	0,2125 (arba $\frac{17}{80}$)
10	$x \in (-2; 8)$ (arba $(-2; 8)$, arba $-2 < x < 8$)

II dalis

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
11		2	
	$\cos^2(\beta) - \sin^2(\beta) - \cos(-2\beta) =$ $= \cos(2\beta) - \cos(2\beta) =$	1	Už teisingą dvigubo kampo formulės pritaikymą arba teisingą formulės $\cos(-x) = \cos x$ pritaikymą.
	$= 0 \in \mathbb{Z}.$	1	Už teisingą pagrindimą.

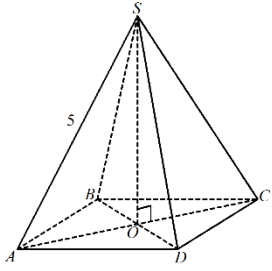
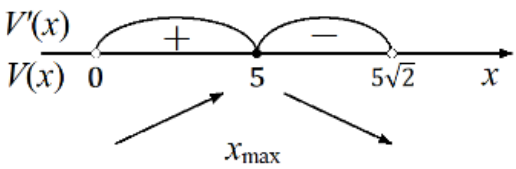
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
12		4	
12.1		2	
	$\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BK} =$	1	Už teisingai pritaikytą trikampio taisyklę
	$= -\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$ <i>Ats.: $\overrightarrow{CK} = -\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.
12.2		2	
	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos(\widehat{\vec{a}; \vec{b}}) = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos 120^\circ =$	1	Už nustatytą teisingą kampą tarp vektorių.
	$= 8 \cdot 8 \cdot \cos 120^\circ = -32.$ <i>Ats.: $-32.$</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

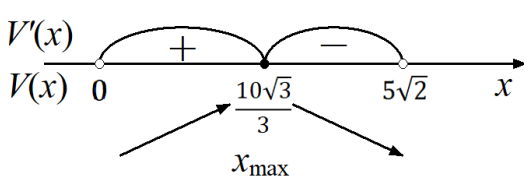
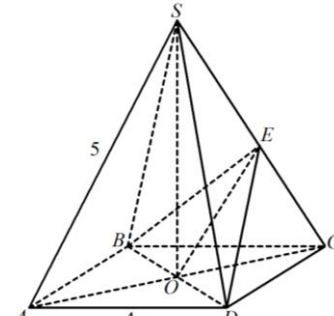
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
13		5	
13.1		3	
	I būdas $\frac{5}{x} \leq 3,$ $\frac{5-3x}{x} \leq 0,$	1	Už teisingai gautą $\frac{f(x)}{g(x)} \leq (\geq) 0$ pavidalo nelygybę.
		1	Už pavaizduotą skaičių tiesę su teisingais intervalų ženklais.
	$x \in (-\infty; 0) \cup [1\frac{2}{3}; +\infty).$ <i>Ats.: $x \in (-\infty; 0) \cup [1\frac{2}{3}; +\infty).$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas Kai $x \in (-\infty; 0)$, duota nelygybė yra teisinga.	1	Už pastebėjimą, kad nelygybė teisinga kai $x \in (-\infty; 0)$.
	Kai $x \in (0; +\infty)$, tai duota nelygybė ekvivalenti nelygybei $5 \leq 3x$.	1	Už teisingą nelygybės pertvarkymą, kai $x \in (0; +\infty)$.
	$x \in (-\infty; 0) \cup [1\frac{2}{3}; +\infty).$ <i>Ats.: $x \in (-\infty; 0) \cup [1\frac{2}{3}; +\infty).$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.2		2	
	$\operatorname{tg} x \leq 1,$ $\operatorname{tg} x = 1,$ $x = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$	1	Už teisingus lygties $\operatorname{tg} x = 1$ sprendinius.
	 $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k\right], k \in \mathbb{Z}.$ <i>Ats.: $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k\right], k \in \mathbb{Z}.$</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.

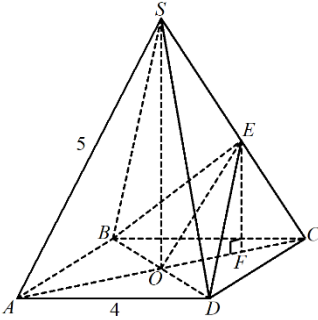
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas	
14		9		
14.1		1		
	$y_B = f(0) = 5 - e^0 = 4.$ <i>Ats.: $y_B = 4.$</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą.	
14.2		2		
	$k = f'(0) = -e^0 = -1,$	1	Už gautą teisingą liestinės krypties koeficientą.	
	$y = -x + b,$ $B(0; 4): 4 = 0 + b \Rightarrow b = 4 \Rightarrow y = -x + 4.$	1	Už teisingą pagrindimą.	
14.3		1		
	I būdas $f(\ln 5) = 5 - e^{\ln 5} = 5 - 5 = 0$, tai $f(x)$ grafikas kerta OX ašį taške, kai $x = \ln 5$.	1	Už teisingą pagrindimą.	
	II būdas $5 - e^x = 0,$ $e^x = 5,$ $x = \ln 5.$	1	Už teisingą pagrindimą.	
14.4		5		
	$S_{BAC} = S_{\Delta BOC} - S_{BOA}$ 	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.	
	$S_{BOA} = \int_0^{\ln 5} (5 - e^x) dx =$	1	Už sudarytą teisingą reiškinių figūros BOA plotui apskaičiuoti.	
	$= \int_0^{\ln 5} (5 - e^x) dx = (5x - e^x) _0^{\ln 5} =$	1	Už gautą teisingą funkcijos $f(x)$ pirmykštę funkciją.	
	$= (5 \cdot \ln 5 - e^{\ln 5}) - (5 \cdot 0 - e^0) =$ $= 5 \cdot \ln 5 - e^{\ln 5} + 1$	1	Už gautą teisingą S_{BOA} reikšmę (reiškinys gali būti nesuprastintas).	
	I būdas $S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2} \cdot BO \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8,$ $S_{BAC} = 8 - (5 \ln 5 - 5 + 1) = 12 - 5 \ln 5 = 12 - \ln 3125.$ <i>Ats.: $S_{BAC} = 12 - \ln 3125.$</i>	II būdas $S_{\Delta BOC} = \int_0^4 (-x + 4) dx =$ $= \left(-\frac{x^2}{2} + 4x \right) \Big _0^4 = 8$ $S_{BAC} = 8 - (5 \ln 5 - 5 + 1) = 12 - 5 \ln 5 = 12 - \ln 3125.$ <i>Ats.: $S_{BAC} = 12 - \ln 3125.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		3	
	$f'(x) = 0,3 - \frac{x}{10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{x} + \frac{3-x}{10},$	1	Už gautą teisingą funkcijos išvestinę.
	$f'(x) = 0$, kai $\frac{1}{x} = \frac{x-3}{10},$ $x^2 - 3x - 10 = 0,$ $x_1 = -2$ arba $x_2 = 5.$	1	Už teisingai gautus lygties $f'(x) = 0$ sprendinius.
	$f(x)$ apibrėžimo sritis yra $x > 0$, tai $x = -2$ – netinka, todėl tik $x = 5$ yra funkcijos $f(x)$ kritinis taškas. <i>Ats.:</i> $x = 5.$	1	Už gautą teisingą atsakymą

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		7	
16.1		2	
	Kad komanda B po 3 rungtynių bus laimėjusi lygiai 2 rungtynes, rezultatas turi būti 2:1. Toks rezultatas gali būti gaunamas $C_3^2 = 3$ būdais.	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz.: teisingą 3 rungtynių atvejų suskaičiavimą ar išrašymą).
	C – „po 3 rungtynių komanda B bus laimėjusi lygiai 2 rungtynes” $P(C) = C_3^2 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^1 = \frac{48}{125}$. <i>Ats.: $P(C) = \frac{48}{125}$ (arba $P(C) = 0,384$).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
16.2		3	
	D – „po 6 rungtynių čempionatą laimės komanda B” E – „po 6 rungtynių čempionatą laimės komanda A” $P(D) = C_5^2 \cdot 0,2^2 \cdot 0,8^4 = \frac{512}{3125}$, $P(E) = C_5^2 \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^4 = \frac{32}{3125}$.	2	Vienas taškas skiriamas už nustatymą, kiek yra galimų atvejų išrikiuoti komandos A dviejų rungtynių laimėjimus ir komandos B trijų rungtynių laimėjimus, kai čempionatą laimi komanda B (arba atvirkščiai), t. y. C_5^2 radimą, arba už sandaugą $0,2^2 \cdot 0,8^4$ (arba $0,8^2 \cdot 0,2^4$).
	$P(X = 6) = P(D) + P(E) = \frac{512}{3125} + \frac{32}{3125} = \frac{544}{3125}$.	1	Du taškai skiriami už gautą $P(D)$ arba/ir $P(E)$. Už teisingą pagrindimą.
16.3		2	
	$p = P(X = 5) =$ $= 1 - (P(X = 4) + P(X = 6) + P(X = 7)) =$ $= 1 - \left(\frac{1285}{3125} + \frac{544}{3125} + \frac{256}{3125} \right) = \frac{208}{625}$,	1	Už teisingai gautą p reikšmę
	$EX = 4 \cdot \frac{1285}{3125} + 5 \cdot \frac{208}{625} + 6 \cdot \frac{544}{3125} + 7 \cdot \frac{256}{3125} =$ $= 4 \frac{2896}{3125}$. <i>Ats.: $EX = 4 \frac{2896}{3125}$ (arba $EX = 4,92672$).</i>	1	Už teisingai gautą atsakymą

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		10	
17.1		3	
	Pažymėkime $AB = BC = CD = AD = x$. $\triangle ACD$ taikome Pitagoro teoremą: $AC = \sqrt{x^2 + x^2} = x\sqrt{2}$, $OC = \frac{AC}{2} = \frac{x\sqrt{2}}{2}$. 	1	Už teisingą piramidės pagrindo pusės įstrižainės išreiškimą per pagrindo kraštinę.
	$\triangle SOC$ taikome Pitagoro teoremą: $SO^2 + OC^2 = SC^2$, $SO^2 + \left(\frac{x\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 5^2$, $SO = \sqrt{25 - \frac{x^2}{2}}$.	1	Už teisingą piramidės aukštinės išreiškimą per piramidės pagrindo kraštinę
	$V(x) = \frac{1}{3} S_{\triangle ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{25 - \frac{x^2}{2}} =$ $= \frac{1}{3} \cdot \sqrt{25x^4 - \frac{x^6}{2}}.$	1	Už teisingą pagrindimą.
	<i>Pastaba:</i> Trečiasis taškas skiriamas, jeigu mokinys užrašo, kad $V(x) = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{25 - \frac{x^2}{2}}$.		
17.2		3	
	Kai $V(x) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{25x^2 - \frac{x^4}{2}}$. $V'(x) = \frac{1}{3} \cdot \left(\sqrt{25x^2 - \frac{x^4}{2}} \right)' =$ $= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2\sqrt{25x^2 - \frac{x^4}{2}}} \cdot (50x - 2x^3) = \frac{25x - x^3}{3\sqrt{25x^2 - \frac{x^4}{2}}}.$	1	Už teisingai rastą funkcijos išvestinę $V'(x)$.
	$V'(x) = 0$, kai $25x - x^3 = 0$, $x(25 - x^2) = 0$, $x = 0$ (netinka), arba $x = -5$ (netinka), arba $x = 5$ (tinka).	1	Už teisingai surastą kritinį tašką.
	 $x_{\max} = 5$. <i>Ats.:</i> $x_{\max} = 5$.	1	Už teisingą pagrindimą, kad kritinis taškas yra maksimumo taškas.

	$\text{Kai } V(x) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{25x^4 - \frac{x^6}{2}}.$ $V'(x) = \frac{1}{3} \left(\sqrt{25x^4 - \frac{x^6}{2}} \right)' =$ $= \frac{1}{6} \cdot \frac{100x^3 - 3x^5}{\sqrt{25x^4 - \frac{x^6}{2}}}.$	1	Už teisingai rastą funkcijos išvestinę $V'(x)$.
	$V'(x) = 0$, kai $100x^3 - 3x^5 = 0$, $x^3(100 - 3x^2) = 0$, $x = 0$ (netinka), arba $x = -\frac{10\sqrt{3}}{3}$ (netinka), arba $x = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ (tinka).	1	Už teisingai surastą kritinį tašką.
	 $x_{\max} = \frac{10\sqrt{3}}{3}.$ $\text{Ats.: } x_{\max} = \frac{10\sqrt{3}}{3}.$	1	Už teisingą pagrindimą, kad kritinis taškas yra maksimumo taškas.
	<i>Pastaba:</i> Jeigu mokinys, sprendamas 17.2, argumentuoja, kad šaknies reikšmė didžiausia, kai pošaknio reikšmė didžiausia, jis gali nagrinėti tik pošaknio išvestinę.		
17.3		2	
	ΔACD taikome Pitagoro teoremą: $AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$, $OC = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.	1	Už teisingai apskaičiuotą piramidės pagrindo įstrižainės pusę
	α – kampas tarp piramidės šoninės briaunos ir pagrindo plokštumos $\cos \alpha = \frac{OC}{SC} = \frac{2\sqrt{2}}{5}$. $\text{Ats.: } \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
17.4		3	
17.4.1		1	
	I būdas E – vidurio taškas, tai $BE = DE$ (lygių trikampių pusiauakraštinės), todėl $\triangle BED$ – lygiašonis. Lygiašonio trikampio pusiauakraštinė OE , išvesta į pagrindą, yra ir aukštinė, todėl $BD \perp OE$. 	1	Už teisingą pagrindimą.

	II būdas Brėžiame $EF \perp OC$. EF – statmuo; OE – pasviroji; OF – pasvirošios projekcija. Kadangi $BD \perp OF$ (kvadrato įstrižainės), tai pagal Trijų statmenų teoremą $BD \perp OE$. 	1	Už teisingą pagrindimą.
17.4.2		1	
	Taškai E ir O yra $\triangle ASC$ kraštinių SC ir AC vidurio taškai, tai OE – $\triangle ASC$ vidurio linija.	1	Už teisingą pagrindimą
17.4.3		1	
	OE yra $\triangle ASC$ vidurio linija, todėl $OE \parallel AS$ ir $OE = \frac{1}{2}AS = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5$. $OE \parallel AS$, tai $\angle(AS, DE) = \angle(OE, DE) = \angle OED$ $\operatorname{tg} \angle OED = \frac{OD}{OE} = \frac{2\sqrt{2}}{2,5} = \frac{4\sqrt{2}}{5}$. Ats.: $\operatorname{tg} \angle OED = \frac{4\sqrt{2}}{5}$.	1	Už teisingai gautą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		4	
	$\log_b \sqrt{a} + \log_b \sqrt[8]{a} + \log_b \sqrt[32]{a} + \dots =$	1	Už teisingą logaritmų pagrindų pakeitimą.
	$= \frac{1}{2} \log_b a + \frac{1}{8} \log_b a + \frac{1}{32} \log_b a + \dots =$	1	Už teisingą logaritmų savybės pritaikymą.
	$= \log_b a \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots \right).$ $q = \frac{1}{4}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą begalinės nykstamosios geometrinės progresijos vardiklį.
	$\log_b a \cdot \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = 2025 \cdot \frac{2}{3} = 1350.$ <i>Ats.: 1350.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		5	
	n – robotų skaičius, x – vieno roboto aikštės išvalymo laikas, 1 – visas atliktas darbas (išvalyta aikštė). $\frac{12n}{x} = 1$.	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (sudarytą teisingą lygtį).
	$t_1, t_2, \dots, t_n$ – laikas, kurį dirbo 1-asis, 2-asis, ..., n -tasis robotas. $\frac{t_1}{x} + \frac{t_2}{x} + \dots + \frac{t_n}{x} = 1$, $\frac{t_1 + t_2 + \dots + t_n}{x} = 1$.	1	Už sudarytą teisingą lygtį.
	$t_1 = 5t_n$, tai $t_1 + t_2 + \dots + t_n = \frac{t_1 + t_n}{2} \cdot n = \frac{5t_n + t_n}{2} \cdot n = \frac{6t_n \cdot n}{2}$,	1	Už teisingą aritmetinės progresijos sumos išraišką per t_n ir n .
	$\frac{12n}{x} = 1$ ir $\frac{6t_n \cdot n}{2} = 1$, tai $12n = \frac{6t_n \cdot n}{2} \mid \cdot \frac{2}{6n}$, nes $n \in N$, $t_n = 4$.	1	Už gautą teisingą t_n reikšmę.
	$t_1 = 5t_n = 5 \cdot 4 = 20$. Pirmasis robotas valė nuo darbo pradžios iki pabaigos, todėl jo darbo laikas lygus viso darbo laikui, t.y. 20 val. <i>Ats.:</i> 20 val.	1	Už gautą teisingą atsakymą.