

MATEMATIKOS PUPP VERTINIMO GAIRĖS

1. Matematikos pagrindinio ugdymo pasiekimų patikrinimo (PUPP) vertinimo gairių tikslas – užtikrinti objektyvų ir informatyvų vertinimą.

- Pritaikyti vienodus vertinimo kriterijus, siekiant objektyviai įvertinti mokinių pasiekimus. Vertinimas turi eliminuoti subjektyvumo riziką.
- Užtikrinti, kad vertinant būtų remiamasi vienodomis standartizuotomis normomis. Tai leistų analizuoti rezultatų tendencijas, siekiant nustatyti ugdymo proceso efektyvumą.
- Užtikrinti, kad vertinimas būtų nešališkas, suprantamas, objektyvus ir patikimas.

2. Vertinimo gairių bendrosios nuostatos.

- Kartu su patikrinimo užduotimi, remiantis šiomis vertinimo gairėmis, yra rengiama pirminė vertinimo instrukcija. Ši instrukcija po patikrinimo, remiantis kontrolinės grupės mokinių darbų analize, gali būti koreguojama ir taip parengiama galutinė vertinimo instrukcija.
- Kiekvienas uždavinys vertinamas taškais. Taškai skiriami, atsižvelgiant į uždavinio tipą ir jį sprendžiant atliekamų žingsnių skaičių.
- Dėl šiose vertinimo gairėse neaprašytų atvejų vertinimo sprendimą priima matematikos PUPP vertinimo komisijos pirmininkas.

3. Toliau pateikiami uždavinių tipai, vertinimo kriterijai ir jų paaiškinimai.

Uždavinio tipas	Vertinimo kriterijus	Vertinimo kriterijaus paaiškinimas	Vertinimas
Pasirenkamojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Taškas skiriamas už teisingą atsakymą. Jei uždavinys vertinamas 1–3 taškais, jis turi turėti atitinkamą skaičių teisingų pasirinkimų: 1 teisingas pasirinkimas už 1 tašką, 2 teisingi pasirinkimai už 2 taškus, 3 teisingi pasirinkimai už 3 taškus (už kiekvieną teisingai pasirinktą atsakymą skiriamas vienas taškas).	1–3 taškai
Trumpojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Taškas skiriamas už teisingą atsakymą. Jei pagal uždavinio sąlygą reikia rasti daugiau negu vieną nežinomą dydį, tai taškas skiriamas už kiekvieną iš jų.	1–3 taškai
Pilnojo sprendimo	Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas	Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas atskiru tašku vertinamas tuo atveju, jei numanoma, kad uždavinys gali turėti ne vieną, bet kelias sprendimo strategijas. Šiuo atveju tokia formuluotė naudojama pirmam, esminiam, sprendimo žingsniui įvardyti ir vertinti. Laikoma, kad mokinys pasirinko teisingą uždavinio sprendimo strategiją dviem toliau pateikiamais atvejais.	0–1 taškas Nebūtina

	1. Mokinys užrašė pritaikytą konkrečiam atvejui teisingą formulę, teoremą, taisyklę ir (ar) ją taiko. Nebūtina formuluoti apibendrintos taisyklės, užtenka užrašyti simboliais, tinkančiais konkrečiam atvejui. Taisyklės tinkamumo pagrindimas laikomas jau kitu žingsniu. Tokiu atveju sąlygoje turi būti naudojama formuluotė <i>Sprendimo žingsnius argumentuokite</i> ar pan. Pastaba. Jei taikoma formulė ar taisyklė yra nurodyta formulių lape arba ji yra Matematikos pagrindinio ugdymo bendrojoje programoje, mokinys gali taikyti ją iš karto, įrašydamas skaičius (rašyti simboliais nebūtina). Tačiau jei formulės ar taisyklės nėra Matematikos pagrindinio ugdymo bendrojoje programoje, ją užrašyti simboliais būtina. 2) Mokinys žodiniame uždavinyje teisingai įvardija visus nežinomuosius ir nustato jų tiesiogiai sąlygoje nenurodytus tarpusavio ryšius (juos aprašo žodžiais arba naudoja toliau sprendamas uždavinį). (Pavyzdžiai pateikti 6 punkte.) Patikslinimas <table border="1"> <tr> <td>Taško skyrimo pagrindas</td><td>Kintamieji neįvardyti tiksliai</td><td>Kintamieji tiksliai įvardyti arba užrašyti matavimo vienetai</td></tr> <tr> <td>Nenustatyti arba nustatyti sąlygoje tiesiogiai paminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai</td><td>Taškas neskiriamas</td><td>Taškas neskiriamas</td></tr> <tr> <td>Nustatyti sąlygoje tiesiogiai nepaminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai</td><td>Taškas neskiriamas</td><td>Taškas skiriamas</td></tr> </table>	Taško skyrimo pagrindas	Kintamieji neįvardyti tiksliai	Kintamieji tiksliai įvardyti arba užrašyti matavimo vienetai	Nenustatyti arba nustatyti sąlygoje tiesiogiai paminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas neskiriamas	Nustatyti sąlygoje tiesiogiai nepaminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas	
Taško skyrimo pagrindas	Kintamieji neįvardyti tiksliai	Kintamieji tiksliai įvardyti arba užrašyti matavimo vienetai									
Nenustatyti arba nustatyti sąlygoje tiesiogiai paminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas neskiriamas									
Nustatyti sąlygoje tiesiogiai nepaminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas									
Teisingai atliktas vienas žingsnis	Kiekvienas žingsnis, už kurį numatomas taškas, turi būti aprašytas vertinimo instrukcijoje. Už kiekvieną teisingai atliktą žingsnį skiriamas taškas. Pastaba. Sąlygos perrašymas nėra laikomas žingsniu. Laikoma, kad žingsnis atliktas teisingai, jei: - žingsnio atlikimas tikslingai veda prie uždavinio išsprendimo; - sprendime nėra toliau aprašytų klaidų.	1 taškas									
Gautas teisingas atsakymas	Laikoma, kad gautas teisingas atsakymas, jei mokinys atsakymą pagrindė skaičiais ar tekstu ir nepadarė toliau aprašytų klaidų. 1 pastaba. Jei mokinys į atsakymo langelį neparašė atsakymo, jo atsakymu laikomas paskutinėje sprendimo eilutėje pateiktas skaičius, reiškinys, funkcija ir pan. 2 pastaba. Jei uždavinys (ar jo dalis) vieno žingsnio, tai vertinamas tik gautas teisingas atsakymas.										

	Pagrindimas arba argumentavimas	- Uždaviniuose, kurių sąlygoje nenurodyta „parodykite“, „pagrįskite“, „argumentuokite“, pakanka parodyti sprendimo žingsnius. - Uždaviniuose, kurių sąlygoje nurodyta „parodykite“, „pagrįskite“ arba „argumentuokite“, užtenka paaiškinti, kodėl pasirenkamas tam tikras sprendimo būdas. Pavyzdžiui, „pagal Pitagoro teoremą“, „$AB \perp KL$“, „trikampiai ABC ir KMN yra panašieji“ ir pan. Įrodyti faktų nebūtina. Už pagrindimą skiriamas 1 taškas. Įrodymo uždaviniuose reikia pagrįsti kiekvieną sąlygoje nenurodytą teiginį ar faktą. Pavyzdžiui, „Trikampiai yra panašieji, nes $\angle M = \angle N$; $\angle B = \angle C$“. Pats požymio užrašymas, jei išvardyti visi reikiami sąryšiai, nėra būtinas. Jei įrodymas išbaigtas, išvada padaryta, žodis „įrodyta“ nėra būtinas. Kiekvieno tokio teiginio pagrindimas vertinamas atskiru tašku. (Pavyzdžiai pateikti 7 punkte)	
--	--	--	--

4. Klaidų sąrašas

4.1. Taškas neskiriamas, jei padarytos šios toliau išvardytos klaidos.

- Aritmetinė klaida.
- Algebrinė klaida.
- Loginė / situacijos klaida.

Pastaba. Jeigu padaryta loginė klaida pirmame sprendimo žingsnyje, dėl kurios sprendimo eiga pasikeičia iš esmės, už teisingai atliktus žingsnius, kurie numatyti vertinimo instrukcijoje, taškai skiriami. Esant sudėtingesnėms situacijoms dėl tokio uždavinio (ar jo dalies) vertinimo sprendimą priima matematikos PUPP vertinimo komisijos pirmininkas.

- Šiurkšti neatidumo-komunikavimo klaida.
- Šiurkšti skaitmeninio neatidumo-komunikavimo klaida.
- Nešiurkšti neatidumo-komunikavimo klaida.

4.2. Taškas skiriamas, jei padarytos šios toliau išvardytos klaidos.

- Nešiurkšti neatidumo-komunikavimo klaida (A, C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose (ar jų dalyse)).
- Nešiurkšti skaitmeninio neatidumo-komunikavimo klaida.

5. Klaidų tipų aprašymai

5.1. Aritmetinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.1 punkte](#))

- Skaičiavimo klaidos.
- Apvalinimo klaidos.
- Matavimo vienetų klaidos.

5.2. Algebrinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.2 punkte](#))

- Neteisingai pritaikyta formulė ar taisyklė.
- Neteisingai atlikti algebriniai pertvarkymai.

5.3. Loginė ir situacijos klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.3 punkte](#))

- Sprendimas pradamas nuo neteisingų prielaidų, pasirenkama netinkama strategija (pagal kontekstą pritaikyta ne ta teorema ar taisyklė).
- Uždavinio (ar jo dalies) sąlygų nepaisymas.
- Pateikti keli uždavinio (ar jo dalies) sprendimai, iš kurių bent vienas yra neteisingas. **Pastaba.** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- **Teiginio įrodymas** apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu. **Pastaba.** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- Mokinys, perrašydamas sąlygą, padaro klaidą ir palengvina ar pasunkina uždavinį. **Pastaba.** Palengvinus uždavinį, taškas neskiriamas už pirmą žingsnį. Likę taškai skiriami, jei atlikti žingsniai yra aprašyti vertinimo instrukcijoje. Pasunkinus uždavinį, taškas neskiriamas už pirmą žingsnį. Kiti taškai skiriami už žingsnius, kurie yra tokie patys, analogiški arba sunkesni nei vertinimo instrukcijoje aprašyti žingsniai.
- Padarius klaidą, gautas atsakymas nėra įvertinamas pradinės sąlygos kontekste (prieštarauja sąlygai, apibrėžimui, teoremai ar pan.).

5.4. Neatidumo-komunikavimo klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.4.1–8.4.4 punktuose](#))

Neatidumo ir komunikavimo klaidos dažnai yra panašios. Skiriasi jų atsiradimo priežastis. Neatidumo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl nepakankamo susikaupimo, skubėjimo ar dėmesio trūkumo, atliekant užduotį. Komunikavimo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl neteisingo matematinės idėjos perteikimo; simbolių, matematinės terminijos, kalbos nemokėjimo ir neteisingo vartojimo. Tačiau dažniausiai neįmanoma nustatyti tokių klaidų atsiradimo priežasties. Todėl jos priskiriamos vienai grupei.

Šios klaidos skirstomos į šiurkščias ir nešiurkščias. Už šiurkščias klaidas taškas neskiriamas, už nešiurkščias – skiriamas.

Keturios pagrindinės taisyklės, pagal kurias šio tipo klaidos skirstomos į šiurkščias ir nešiurkščias.

Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos / Nelaikoma klaida
1. Vienareikšmiškumo taisyklė (pavyzdžiai pateikti 8.4.1 punkte)	
Daugiaprasmiai atsakymai, kai neįmanoma nustatyti, ar atsakymas teisingas. Neapibrėžti, tiesiogiai sąlygoje nenurodyti kintamieji ir (ar) įvykiai.	Sprendime galime matyti kelis variantus, tačiau jie aiškiai pažymėti kaip netinkami. Vienaprasmis, teisingas atsakymas.
Matematinis užrašas dviprasmis, neteisingas, kai lyginami nelygūs reiškiniai.	Reiškinų prastinimas, reiškinių reikšmės apskaičiavimas atskirais veiksmiais, nededant lygybės ženklų.

2. Vieno karto taisyklė (pavyzdžiai pateikti 8.4.2 punkte)	
Jei neteisingas vienas skaičius ar simbolis panaudotas vieną kartą iš vieno, bet nėra pagrindo teigti, kad po to būtų gautas teisingas atsakymas.	Jei neteisingas vienas skaičius ar simbolis panaudotas vieną kartą iš vieno, bet atsakymas teisingas.
3. 50 % taisyklė (pavyzdžiai pateikti 8.4.3 punkte)	
Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami (ar įrašomi nereikalingai, klaidingai) daugiau negu 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas. Pastaba. Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustams ar simboliui ši taisyklė taikoma (t. y. skaičiuojama) atskirai.	Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami (ar įrašomi nereikalingai, klaidingai) ne daugiau kaip 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas. Pastaba. Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustams ar simboliui ši taisyklė taikoma (t. y. skaičiuojama) atskirai.
4. Esminės sampratos taisyklė (pavyzdžiai pateikti 8.4.4 punkte)	
Neteisingai vartojama matematinė kalba, aprašanti esmines toliau išvardytas sampratas: 1) kampo didumas painiojamas su jo sinusu, kosinusu ar tangentu; 2) sprendime naudojami procentai, nenurodant, kurio skaičiaus dalis skaičiuojama.	

5.5. Skaitmeninio komunikavimo klaidos (pavyzdžiai pateikti 8.5 punkte)

- Klaidos, atsiradusios dėl nepakankamų matematinio teksto rašymo kompiuteriu gebėjimų ir įgūdžių.

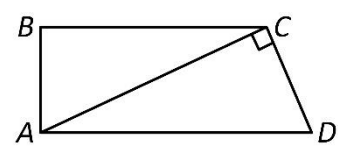
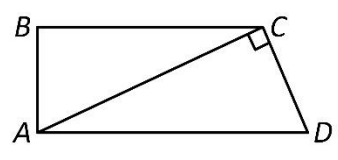
5.6. Klaidomis nelaikomi užrašai (pavyzdžiai pateikti 8.6 punkte)

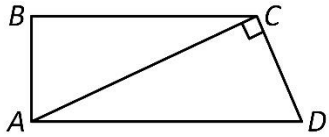
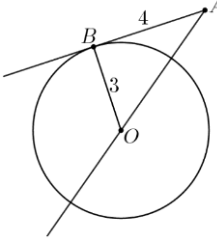
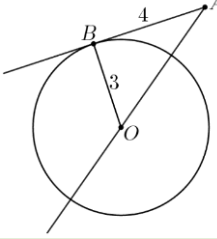
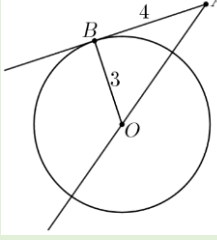
- Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir (ar) naudojama skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.
- Sprendžiant $x^2 = a$ tipo lygtį geometriniame ir (ar) realaus turinio uždavinyje, nenurodomas neigiamas lygties sprendinys.
- Sprendžiant praktinio turinio uždavinį su pinigais, atsakymas suapvalinamas centų tikslumu, net jei to nenurodyta daryti. (**Pastaba.** Jei suapvalinta, nes padaryta klaida ankstesniuose skaičiavimuose, taškas prarandamas už klaidą, bet ne už apytikslį atsakymą).
- Klaidos, atsiradusios dėl vidurinio ugdymo programoje apibrėžtų žymėjimų naudojimo (pvz., sąjungos ir sankirtos ženklų).
- Intervalių sąjunga, rašoma be sąjungos ženklo, nelaikoma klaida.
- Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui.
- Praleista nereikšminga sprendimo žingsnio dalis (jeigu ji nevertinama atskiru tašku).

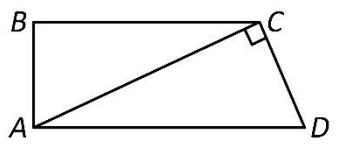
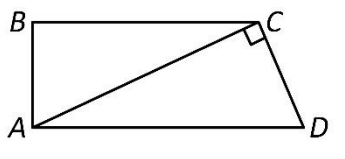
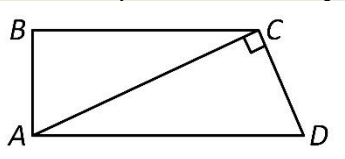
6. Teisingo sprendimo būdo pasirinkimo pavyzdžiai

Sąlyga. Motociklininkas numatė per tam tikrą laiką nuvažiuoti 120 km. Tačiau dėl kelio darbų pusiaukelėje 10 min stovėjo, todėl likusią kelio dalį važiavo 12 km/h greičiau ir į numatytą vietą atvyko laiku. Kokiu greičiu motociklininkas važiavo iš pradžių?	
Netinkamas kintamųjų įvardijimas, nepakankamas sąryšių nustatymas. Taškas neskiriamas	Tinkamas kintamųjų įvardijimas, pakankamas sąryšių nustatymas. Taškas skiriamas
1 pvz. Pirmoji kelio pusė x , antra $x + 12$. 2 pvz. x km/h; $x + 12$ km/h.	1 pvz. Pirmoji kelio pusė – x km/h, antroji – $x + 12$ km/h; pirmoji kelio pusė $60/x$ val., antroji $60/(x + 12)$ val. 2 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis x , antrąją $x + 12$ (<i>pastaba: jei nėra skirtingų matavimo vienetų</i>). Antrajai kelio pusei automobilis sugaišo $60/(x + 12)$ val. 3 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis x km/h, antrąją greitis $x + 12$ km/h, pirmoji kelio pusė $60/x$ val. Pakankamas sąryšių nustatymas.
Tinkamas kintamųjų įvardijimas, nepakankamas sąryšių nustatymas. Taškas neskiriamas Pastaba. Kintamieji turi būti įvardyti tiksliai arba turėtų būti užrašyti matavimo vienetai.	
1 pvz. Pirmoji kelio pusė – x km/h, antroji – $x + 12$ km/h. 2 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis buvo x , antrąją – $x + 12$ (jei nėra skirtingų matavimo vienetų). 3 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis buvo x km/h, antrąją – greitis $x + 12$ km/h.	
Netinkamas kintamųjų įvardijimas, pakankamas sąryšių nustatymas. Taškas neskiriamas	
Pirmąją kelio pusę x ; antrąją – $x + 12$, pirmoji pusė $x/60$ val.	

7. Teisingo argumentavimo pavyzdžiai

Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas
Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD . Apskaičiuokite trikampio ABC plotą, jei $S_{\Delta ACD} = 36 \text{ cm}^2$, o $CD = 1,5AB$. Argumentuokite.	Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD . Apskaičiuokite trikampio ABC plotą, jei $S_{\Delta ACD} = 36 \text{ cm}^2$, o $CD = 1,5AB$. Argumentuokite. Trikampiai ABC ir MCB yra panašieji.
	
$S_{\Delta ACD} = \frac{36}{1,5^2},$ $S_{\Delta ACD} = 16 \text{ cm}^2.$ Neskiriamas pirmasis taškas už argumentavimą.	$k = \frac{CD}{AB} = 1,5,$ $S_{\Delta ACD} = \frac{36}{1,5^2},$ $S_{\Delta ACD} = 16 \text{ cm}^2.$ Skiriami visi taškai.

	Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD. Apskaičiuokite trikampio ABC plotą, jei $S_{\triangle ACD} = 36 \text{ cm}^2$, o $CD = 1,5AB$. $S_{\triangle ACD} = \frac{36}{1,5^2},$ $S_{\triangle ACD} = 16 \text{ cm}^2.$ Skiriami visi taškai (nebuvo nurodyta, kad reikia argumentuoti).	
Pagal brėžinio duomenis raskite AO. Argumentuokite. <i>Sprendimas</i> $AO^2 = 3^2 + 4^2,$ $AO = 5.$ Neskiriamas pirmas taškas už argumentavimą.	Pagal brėžinio duomenis raskite AO. Argumentuokite. <i>Sprendimas</i> $OB \perp AB,$ $AO^2 = 3^2 + 4^2,$ $AO = 5.$ Skiriami visi taškai.	
	Pagal brėžinio duomenis raskite AO. Argumentuokite. <i>Sprendimas</i> $BO \perp AB$, nes apskritimo liestinė AB statmena spinduliui OB, nubrėžtam į lietimosi tašką. Pagal Pitagoro teoremą $AO^2 = 3^2 + 4^2,$ $AO = 5.$ Skiriami visi taškai.	
	Pagal brėžinio duomenis raskite AO. <i>Sprendimas</i> $AO^2 = 3^2 + 4^2,$ $AO = 5.$ Skiriami visi taškai (nebuvo nurodyta, kad reikia argumentuoti).	

Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas
Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD. Irodykite, kad trikampiai ABC ir ACD yra panašieji. $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$, $\angle BCA = \angle CAD$. Pagal du kampus trikampiai panašūs Pastaba. Nepagrįstas kampų $\angle BCA$ ir $\angle CAD$ lygumas.	Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD. Irodykite, kad trikampiai ABC ir ACD yra panašieji. $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. $\angle BCA = \angle CAD$ vidaus priešiniai, lygiagrečių tiesių $BC \parallel AD$ ir kirstinės AC atžvilgiu. Pagal du kampus trikampiai yra panašieji.
Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD. Irodykite, kad trikampiai ABC ir ACD yra panašieji.  $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. $\angle BCA = \angle CAD$ vidaus priešiniai, lygiagrečių tiesių $BC \parallel AD$ atžvilgiu. Pastaba. Nepadaryta išvada.	Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD. Irodykite, kad trikampiai ABC ir ACD yra panašieji.  $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. $\angle BCA = \angle CAD$ vidaus priešiniai, lygiagrečių tiesių $BC \parallel AD$ ir kirstinės AC atžvilgiu. Trikampiai yra panašieji.
	Trapecijos $ABCD$ įstrižainė AC statmena šoninei kraštinei CD. Irodykite, kad trikampiai ABC ir ACD yra panašieji.  $\angle ABC = \angle ACD = 90^\circ$. $\angle BCA = \angle CAD$ vidaus priešiniai, lygiagrečių tiesių $BC \parallel AD$ ir kirstinės AC atžvilgiu. Irodyta.

8. Klaidų tipų pavyzdžiai

8.1. Aritmetinių klaidų pavyzdžiai

Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas, nelaikoma klaida
1. Neteisingas apvalinimas arba apvalinama, kai to nereikia. 1 pvz. Apskaičiuokite $\sqrt{8} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5,65$. 2 pvz. $\sqrt{8} + 2\sqrt{2} \approx 5,65$. 2. Skaičiavimo klaida. 3. Realus turinio uždaviniai, kuriuose atsakymas turi būti natūralusis skaičius pagal uždavinio prasmę. Pavyzdžiui, atsakymas $10/2$ <i>žmogaus</i> laikomas klaidingu. • Atsakymas $\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$ laikomas klaidingu. • Uždavinyje, kuriame naudojami kelių rūšių matavimo vienetai, pvz., metrai ir centimetrai, atsakyme nenurodyti matavimo vienetai.	1. Atsakyme užrašyta nesuprastinta trupmena, neišskirta sveikoji dalis (išskyrus atvejus, kai ieškomas dydis pagal sąlygą turi būti natūralusis skaičius). Pavyzdžiui, atsakymai $\frac{4}{6}$; $\frac{10}{3}$ laikomi teisingais. 2. Neiškeltas dauginamasis prieš šaknies ženklą. Pavyzdžiui, atsakymas $\sqrt{8}$ laikomas teisingu. 3. Matavimo vienetai nenurodyti uždavinio, kuriame yra tik vienos rūšies matavimo vienetai, atsakyme.

8.2. Algebrainių klaidų pavyzdžiai (taškas neskiriamas)

Neteisingai pritaikoma formulė ar taisyklė.
Pvz. $(x + 3)^2 = x^2 + 9$.
Neteisingai atlikti algebriniai pertvarkymai.
1 pvz. $2x - 3(x - 2) = 2x - 3x - 6 = -x - 6$. 2 pvz. $\frac{2x + 6}{6} = 2x$.

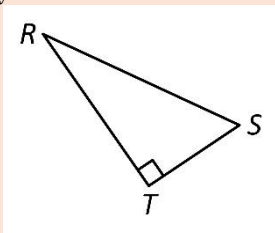
8.3. Loginių ir situacijų klaidų pavyzdžiai (taškas neskiriamas)

- Teorema arba taisyklė pritaikoma netinkamoje situacijoje.
- Sprendimas pradedamas nuo neteisingų prielaidų.
- Pasirenkama klaidinga žingsnio atlikimo strategija.

- Supainioti sąryšiai.

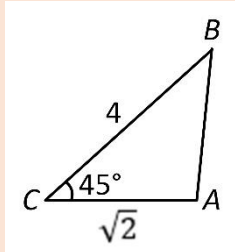
Pvz.

$$RT^2 = TS^2 + RS^2.$$



- Remiamasi neteisingomis prielaidomis.

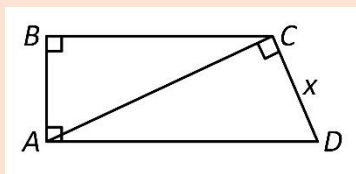
Pvz.



Jei kampas C lygus 45 laipsniams, kampas A lygus 90 laipsnių, tai kampas B lygus 45 laipsniams ir trikampis ABC lygiašonis.

- Neteisingai aprašyti sąryšiai.

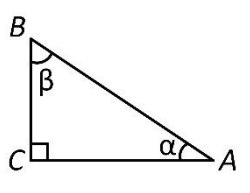
Pvz.



$$\frac{AB}{CD} = \frac{BC}{AD}.$$

Teiginių įrodymas apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu.

Pvz. Naudodamiesi brėžinio duomenimis, įrodykite, kad $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.



Įrodymas

Tarkime $\alpha = 60^\circ$. Tada $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Ir $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Įrodyta.

Nėra pagrindimo, kad nėra kitų sprendinių.

Išspręskite lygtį $x^2 = x$.

Sprendimas

$x = 1, x = 0$.

Patikrinimas

$1^2 = 1$ ir $0^2 = 0$,

Ats.: $x = 1, x = 0$.

Atskiرو atvejo nagrinėjimas sprendimo uždavinyje.

Pastaba. Jei mokinys, sprenddamas procentų uždavinį, pasirenka konkretų skaičių vietoj parametro ir gauna teisingą atsakymą, praranda vieną tašką.

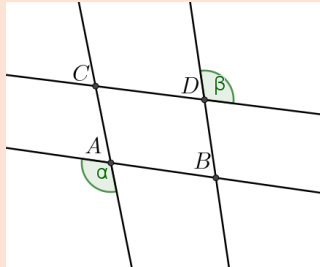
Prekės kaina buvo padidinta 3 kartus po 10 %. Kiek procentų padidėjo prekės kaina? (2 taškai)

Sprendimas. Tarkime prekė kainavo 100 eurų. Padidinus jos kainą, ji bus lygi $100 \cdot 1,1^3 = 133,1$ euro. Taigi, kaina padidėjo 33,1 % . **Neskiriamas pirmas taškas.**

Neteisingai pagrindžia teiginius, netinkamai pritaiko taisykles.

1 pvz. Netinkamai pritaiko taisyklę.

Brėžinyje pavaizduoti kampai α ir β yra lygūs. Ar tiesės AB ir CD yra lygiagrečiosios? Kodėl?



Sprendimas

Atsakymas taip – lygiagrečios, nes priešiniai kampai lygūs.

2 pvz. Nepakankamas pagrindimas.

Du trikampiai lygūs, nes jų dvi kraštinės atitinkamai lygios.

Pastaba. Už perteklinį pagrindimą taškas skiriamas.

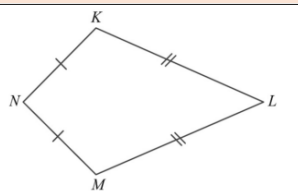
1 pvz. Kadangi trikampių visi trys atitinkami kampai lygūs, tai trikampiai yra panašieji.

2 pvz. Taikomas trikampių panašumo pagal tris kampus požymis.

Įrodant teiginius, remiamasi dar neįrodytu teiginiu ar supainiojama sąlyga su išvada.

Pvz.

Paveiksle pavaizduotas keturkampis $KLMN$, kurio $NK = NM$ ir $KL = ML$. Įrodykite, kad $\angle K = \angle M$. (2 taškai)



1 sprendimas. Kadangi kampai K ir M yra statūs, tai jie yra lygūs.

2 sprendimas. Trikampiai NKL ir NML lygūs pagal kraštinę ir du kampus, todėl kampai K ir M yra lygūs.

Uždavinio sąlygų nepaisymas.
1 pvz. Užduotyje kalbama apie dydžius, kurių reikšmės yra natūralieji skaičiai (pvz., žmonės, daiktus), tačiau atsakyme užrašomas realiųjų skaičių intervalas. 2 pvz. Apskaičiuojant kampo didumą, kai duotas sinusas, neatsižvelgiama į tai, kad kampas yra bukas.
Matavimo vienetai nekonvertuojami arba konvertuojami neteisingai.
Pvz. 3 m + 2 cm = 5 m.
Praleidžiamas įrodymo ar pagrindimo esminis etapas.
Pvz. Įrodykite, kad bet kokių trijų vienas po kito einančių natūraliųjų skaičių kvadratų suma dalydama iš 3 gauname liekaną, lygią 2. <i>Įrodymas</i> $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 = 3n^2 + 6n + 5.$
Pastaba. Jeigu padaryta loginė klaida pirmame sprendimo žingsnyje, dėl kurios sprendimo eiga pasikeičia iš esmės, dėl tokio uždavinio (ar jo dalies) sprendimo vertinimo sprendimą priima matematikos PUPP vertinimo komisijos pirmininkas.

8.4. Neatidumo-komunikavimo klaidų pavyzdžiai

8.4.1. Vienareikšmiškumo taisyklės taikymo pavyzdžiai

1 pastaba. Jei mokinys į atsakymo langelį neparašė atsakymo, jo atsakymu laikomas paskutinėje sprendimo eilutėje pateiktas skaičius, reiškinys, funkcija ir pan.

2 pastaba. Atsakymo perrašymas iš sprendimo dalies į atsakymo eilutę nėra laikomas dar vienu sprendimo žingsniu.

Vienareikšmiškumo taisyklė	
Šiurkščios klaidos (taškas neskiriamas)	Nešiurkščios klaidos (taškas skiriamas A ir C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose)
Jei sprendime aptinkamas teisingas atsakymas, tačiau jis nėra aiškiai arba vienareikšmiškai suformuluotas (nepakankamai konkretus, paliekantis vietos įvairioms interpretacijoms ar dviprasmybėms), o atsakymo langelyje atsakymas neįrašytas arba įrašytas klaidingas.	1. Jei sprendime gautas teisingas atsakymas (jis yra paskutinis gautas skaičius ar simbolis) nurodytas vienareikšmiškai, o atsakyme jis yra klaidingas (padaryta viena neatidumo (perrašymo) klaida). 2. Jei atsakyme yra perteklinės informacijos, tačiau vienareikšmiškai galima nustatyti uždavinio (ar jo dalies) atsakymą.
Uždavinio sąlygoje nenurodyta apvalinti, tačiau atsakymas suapvalintas ir nepaliktas tikslus atsakymas. 1 pvz. Sprendimo dalyje: $\sqrt{2} \approx 1,4$. Ats.: $\approx 1,4$. 2 pvz. Sprendimo dalyje: $\sqrt{2} = 1,4$. Ats.: 1,4.	Uždavinio sąlygoje nenurodyta apvalinti, atsakymas suapvalinamas, tačiau paliekamas ir tikslus atsakymas. 1 pvz. Sprendimo dalyje: $\sqrt{2} \approx 1,4$. Atsakymas. $\sqrt{2} \approx 1,4$. 2 pvz. Sprendimo dalyje: $\sqrt{2} = 1,4$. Atsakymas. $\sqrt{2} = 1,4$.
Pvz. Apskaičiuokite reiškinio $6 - (5 - 20) : 3$ reikšmę. Sprendimas $6 - (5 - 20) : 3 = 15 : 3 = 6 + 5 = 11$. Ats.: 11.	Pvz. Apskaičiuokite reiškinio $6 - (5 - 20) : 3$ reikšmę. Sprendimas $6 - (5 - 20) : 3$, $15 : 3$, $6 + 5$, 11. Ats.: 11.

Pvz. Suprastinkite reiškinį $\frac{x^2 - 4}{x - 2} - x$. <i>Sprendimas</i> $\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2 = x + 2 - x = 2.$ <i>Ats.: 2.</i>	Pvz. Suprastinkite reiškinį $\frac{x^2 - 4}{x - 2} - x$. <i>Sprendimas</i> $\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2},$ $x + 2,$ $x + 2 - x,$ $2.$ <i>Ats.: 2.</i>
---	--

8.4.2. Vieno karto taisyklės taikymo pavyzdžiai

Vieno karto taisyklė	
Šiurkščios klaidos (taškas neskiriamas)	Nešiurkščios klaidos (taškas skiriamas A ir C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose)
1 pvz. Du kartus neteisingai užrašytas tarpinis atsakymas: $a^2 = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 0,5},$ $a^2 = \sqrt{31},$ $a = \sqrt{31}.$ 2 pvz. Daugiau negu du kartus užrašytas neteisingas tarpinis atsakymas: $D = 1^2 + 4 \cdot 6 = 25 = \sqrt{25} = 5,$ $D = 5,$ $x_1 = \frac{-1 - 5}{2} = -3,$ 3 pvz. Du kartus neteisingai užrašytas tarpinis atsakymas: $D = 1^2 + 4 \cdot 6 = 25 = \sqrt{25} = 5,$ $x_1 = \frac{-1 - 5}{2} = -3.$	1 pvz. Vieną kartą neteisingai užrašytas tarpinis atsakymas, vėliau jis ištaisytas: $a^2 = \sqrt{5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 0,5},$ $a = \sqrt{31}.$ 2 pvz. Vieną kartą neteisingai užrašytas tarpinis atsakymas: $D = 1^2 + 4 \cdot 6 = 25.$ $D = 5,$ $x_1 = \frac{-1 - 5}{2} = -3.$ 3 pvz. Neapskliaudžiamas neigiamasis skaičius, keliant kvadratu t. y. -5^2, vietoj $(-5)^2$, bet apskaičiuojama teisingai. 4 pvz. Neapskliaudžiamas neigiamasis skaičius dauginant, bet apskaičiuojama teisingai: $-4 \cdot -5 = 20.$ 5 pvz. Jei uždavinio sąlygoje nurodyta suapvalinti, suapvalinama teisingai, tačiau užrašomas lygybės ženklas, t. y. $\sqrt{2} = 1,4$.

8.4.3. 50 % taisyklės taikymo pavyzdžiai

50 % taisyklė	
Šiurkščios klaidos (taškas neskiriamas)	Nešiurkščios klaidos (taškas skiriamas A ir C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose)
Pvz. Apskaičiuokite $\sin \alpha$, kai $\cos \alpha = 0,6$. <i>Sprendimas</i> $\sin^2 + \cos^2 = 1,$ $\sin^2 = 1 - \cos^2,$ $\sin^2 = 1 - 0,36,$ $\sin^2 \alpha = 0,64,$ $\sin \alpha = 0,8.$	Pvz. Apskaičiuokite $\sin \alpha$, kai $\cos \alpha = 0,6$. <i>Sprendimas</i> $\sin^2 + \cos^2 = 1,$ $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha,$ $\sin^2 \alpha = 1 - 0,36,$ $\sin^2 \alpha = 0,64,$ $\sin \alpha = 0,8.$

8.4.4. Esminių sampratų taisyklės taikymo pavyzdžiai

Esminių sampratų taisyklė	
Šiurkščios klaidos (taškas neskiriamas)	Nešiurkščios klaidos (taškas skiriamas A ir C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose)
Skaičiuojami procentai naudojami, nenurodant, kurio skaičiaus dalį skaičiuojame. Pvz. $200 - 5\% = 190$.	
Neapskliudžiamas sin, cos ar tg argumentas, jei tai suma ar skirtumas: Pvz. $\sin 180^\circ - \alpha$.	
Kampo didumas painiojamas su jo sinusu, kosinusu ar tangentu. 1 pvz. $\cos \alpha = 60^\circ$. 2 pvz. $\cos \alpha = \frac{1}{2} = 30^\circ$.	Laipsnio simbolio neužrašymas. Pvz. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha = 60$.

8.5. Skaitmeninio komunikavimo klaidų pavyzdžiai

Šiurkščios skaitmeninio komunikavimo klaidos (taškas neskiriamas)	Nešiurkščios skaitmeninio komunikavimo klaidos (taškas skiriamas)
Indeksų įvedimas	
Indeksas įvestas laipsnio rodiklyje. Pvz. $x^1 = \frac{1}{3}$; $x^2 = 2$. Pastaba. Jei už kvadratinės lygties sprendinius numatyti du taškai, tokiu atveju skiriamas 1 taškas. Sekos nariai numeruojami, nenurodant nario numerio arba numeris yra laipsnio rodiklyje. Pvz. $a = 2$; $a = 3$; $a = 4$ arba $a^1 = 2$; $a^2 = 5$.	Indeksas įvestas šalia skaičiaus. Pvz. Tarkim kvadratinės lygties sprendiniai užrašyti taip: $x_1 = 2$, $x_2 = 3$. Tolesnis sprendimas rašomas indekse. Pvz. $x_2 = 3$. Sekos nario numeris nurodytas šalia. Pvz. $a_1 = 3$; $a_2 = 5$.
Trupmenos įvedimas	
Nėra skliaustų ten, kur jie būtini. Pvz. Teisingas atsakymas $\frac{1}{x+1}$, o įvesta $1/x + 1$. (Geras atsakymas būtų $1/(x+1)$).	Trupmenos įvedimas, naudojant ženklą /. Pvz. $1/x$.
Šaknies įvedimas	
Dalis veiksmo yra už šaknies ženklo, kai turi būti po šaknies ženklu. Pvz. Teisingas atsakymas $\sqrt{x+1}$, o įvesta $\sqrt{x} + 1$ Pastaba. Jei iš tolesnių veiksmų matyti, kad skaičiuojama teisingai, galioja vieno karto taisyklė.	
Laipsnio įvedimas	
Laipsnio rodiklis užrašytas toje pačioje eilutėje kaip laipsnio pagrindas. Pvz. x^2 ; $\cos^2 x$ užrašyta x^2 ; $\cos 2x$	Laipsnis pažymimas neįprastai ar žodžiais. Pvz. x^2 ; x antruoju.

Netinkamas simbolių įvedimas	
Įvedamas x vietoj daugybos ženklo ir klaida tolesniuose veiksmuose netaisoma. 1 pvz. $2(x + 3) = 2xx + 2x3$. 2 pvz. $2(x + 3) = 2xx + 2x3 = 2x^2 + 6x$.	Įvedamas x vietoj daugybos ženklo, bet klaida tolesniuose veiksmuose ištaisoma. Pvz. $2(x + 3) = 2xx + 2x3 = 2x + 6$.
Netinkamas sudėtingesnių užrašų įvedimas	
	Triskaitė taisyklė (schema proporcijai sudaryti) įvedama kaip trupmena. $\frac{5 - 100 \%}{2 - x \%},$ $5x = 200$.

8.6. Klaidomis nelaikomi užrašai

Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir (ar) naudojama skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose
$\tan x$; $\cos^{-1}(0,5)$; 2^3
Sprendžiant $x^2 = a$ tipo lygtį geometriniame ir (ar) realaus turinio uždavinyje, nenurodomas neigiamas lygties sprendinys.
Pvz. Pagal Pitagoro teoremą: $x^2 + 16 = 25$, $x^2 = 9$, $x = 3$.
Pvz. Kiek metinių sudėtinių palūkanų skaičiavo bankas, jei padėtas 500 eurų indėlis išaugo iki 661,25 eurų? <i>Sprendimas</i> $500 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = 661,25,$ $\left(1 + \frac{p}{100}\right)^2 = 1,3225,$ $1 + \frac{p}{100} = 1,15.$
Sprendžiant praktinio turinio uždavinį su pinigais, atsakymas suapvalintas centų tikslumu, net jei to buvo nenurodyta daryti.
Intervalų sąjunga, rašoma be sąjungos ženklo, nelaikoma klaida. Intervale kableliu atskiriami skaičiai nelaikoma klaida (jei aiškiai matyti, kokie skaičiai atskirti, t. y. jie sveikieji arba padėtas tarpas).
1 pvz. (2; 5); (6; 8). (2; 5) ir (6; 8). (2; 5) arba (6; 8). (2,5) arba (6,8). 2 pvz. (2,2, 3,2). Situacija, kai neaišku, kokie skaičiai atskiriami kableliais pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida. Pvz. (2,3,5).

Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui (trupmenai).

1 pvz. $0,28 = 28 \%$.

2 pvz. $200 \cdot 5 \% = 10$; $200 - 10 = 190$.

3 pvz. $200 - 200 \cdot 5 \% = 190$.

4 pvz. $20 \% = \frac{1}{5}$.

Praleista nereikšminga sprendimo žingsnio dalis (jeigu ji nevertinama atskiru tašku).

Apskaičiuota mintinai ar skaičiuotuvu, mintinai atliktas pertvarkymas.

1 pvz. $2(x - 3) - 6 + x = 3x - 12$.

2 pvz. $\frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{6}$.

Užrašant didėjimo ar mažėjimo intervalus, naudojamas sąjungos ženklas ir (ar) uždari intervalai.
Taško koordinatų atskyrimas kableliu nelaikoma klaida, jei yra aišku, kokie skaičiai atskirti.

$(2,3)$; $(2,3, 5)$.

Situacija, kai neaišku, kokie skaičiai atskiriami kableliais, pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida.

Pvz. $(2,3,5)$.

Sinuso, kosinuso, tangento kampas, susidedantis iš vieno skaičiaus ar simbolio, gali būti rašomas skliausteliuose arba ne. Abu užrašai nelaikomi klaida.

$\sin x$; $\sin(x)$.

Apibrėžimo arba reikšmių srities užrašymas, naudojant skirtingus žymėjimus.

$$D(f) = (4; 6); \quad D_f = (4; 6); \quad D = (4; 6); \quad D(f): x \in (4; 6); \quad D(f): (4; 6); \quad D: (4; 6).$$

$$E(f) = (4; 6); \quad E_f = (4; 6); \quad E = (4; 6); \quad E(f): x \in (4; 6); \quad E(f): (4; 6); \quad E: (4; 6).$$

Nelygybės sprendiniai gali būti užrašomi viena paprasčiausia tiesine nelygybe ($x > a$; $x < a$; $x \geq a$; $x \leq a$) arba intervalu (-ais) (jei sąlygoje nenurodomas užrašymo būdas).

$$\text{Pvz. } x > 2; \quad x \in (2; +\infty); \quad (2; +\infty).$$

Prastinant reiškinių, lygybės ženklai dedami tik vienoje pusėje.

$$\begin{aligned} & \mathbf{1 \text{ pvz. }} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \\ &= \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} \\ &= x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mathbf{2 \text{ pvz. }} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \\ & \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \end{aligned}$$

Matavimo vienetai sąlygoje nenurodyti, tačiau atsakyme jie užrašyti.

Tokiu atveju atsakymo nelaikome klaida, jei užrašyti matavimo vienetai atitinka matuojamą dydį (jei skaičiuojamas plotas, tai ploto matavimo vienetai, jei ilgis – ilgio ir pan.). Priešingu atveju tai aritmetinė klaida.