

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Išplėstinis kursas

Pakartotinė sesija

2025 m. liepos 1 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo identifikavimo kodą, grupę ir vietą (eilės numerį protokole) ir pasirašykite.**
3. Per egzaminą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei esate tikri dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape.
Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite tik **juodai** arba **mėlynai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (ar) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
9. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
10. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Raskite aibių $A = (-5; 4)$ ir $B = [-4; 5]$ sankirtą $A \cap B$.

Juodraštis

2. Apskaičiuokite reiškinių $\sqrt{(2 - \pi)^2}$ reikšmę.

Juodraštis

3. Nustatykite x reikšmę, su kuria lygybė $\log_x 5 = 3$ yra teisinga.

Juodraštis

4. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$ vardiklyje.

Juodraštis

5. Kodą turi sudaryti penki skaitmenys¹. Pirmas kodo skaitmuo turi būti nelyginis², o paskutinis skaitmuo turi būti lygus 2. Apskaičiuokite, kiek tokių skirtingų kodų galima sudaryti.

Juodraštis

6. Užrašykite aritmetinės progresijos³ 9; 5; 1; -3; ... n -tojo nario formulę.

Juodraštis

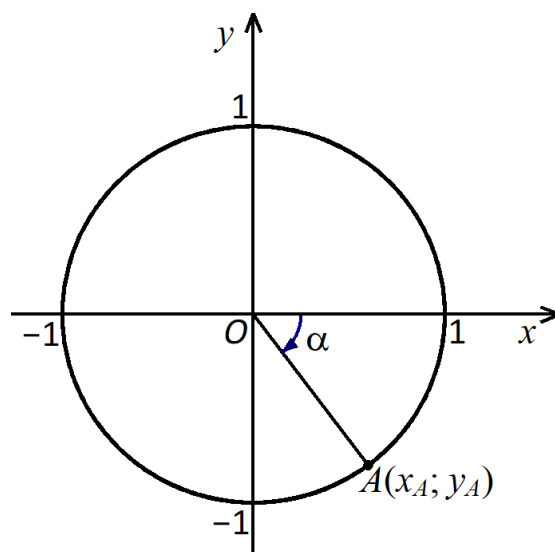
¹ skaitmuo – cyfra – цифра – цифра

² nelyginis – nieparzysta – нечётный – непарне

³ aritmetinė progresija – ciąg arytmetyczny – арифметическая прогрессия – арифметична прогресія

7. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas⁴, kurio centras yra taškas $O(0;0)$, posūkio kampas⁵ $\alpha = -60^\circ$ ir apskritimo spindulys OA . Nustatykite taško A ordinatės y_A reikšmę.

Juodraštis



8. Parašykite funkcijos $f(x) = \sin x$ pirmyktę funkciją $F(x)$, jeigu yra žinoma, kad $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1,5$.

Juodraštis

9. Du studentai laiko egzaminą. Tikimybė⁶, kad pirmas studentas išlaikys egzaminą, yra lygi 0,85, o tikimybė, kad antras studentas išlaikys egzaminą, lygi 0,75. Apskaičiuokite tikimybę, kad pirmas studentas egzaminą išlaikys, o antras studentas egzamino neišlaikys.

Juodraštis

⁴ vienetinis apskritimas – okrag jednostkowy – единичная окружность – одиничне коло

⁵ posūkio kampas – kąt obrotu – угол поворота – кут повороту

⁶ tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность – ймовірність

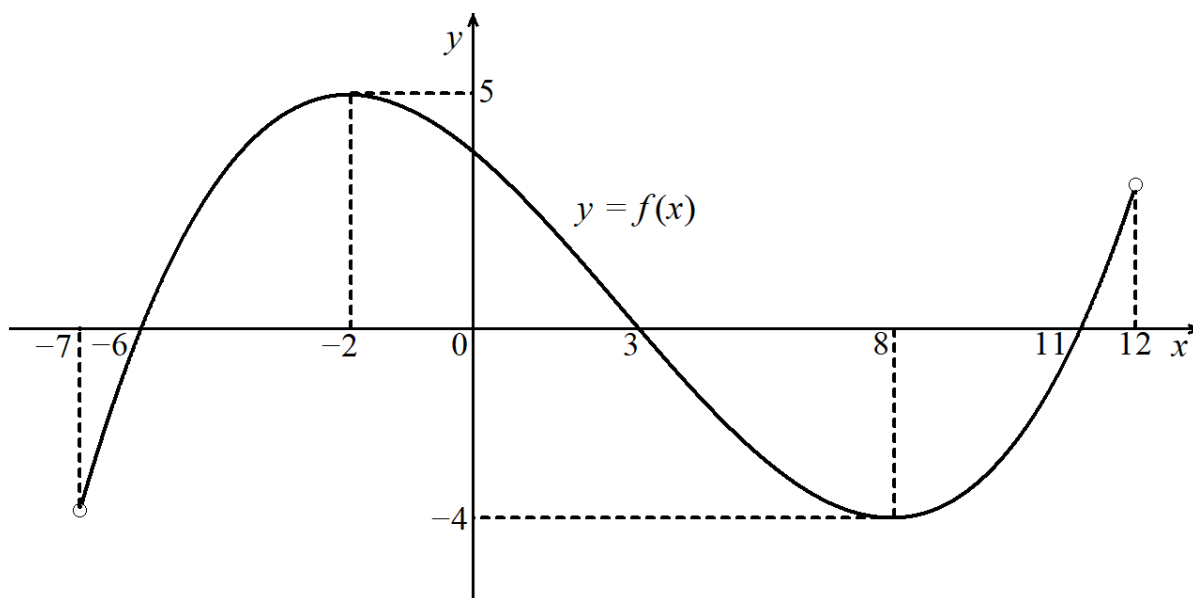
(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

Išplėstinis kursas

2025 m. matematikos VBE II dalies užduotis. Pakartotinė sesija

10. Funkcija $y = f(x)$ ir jos išvestinė $y = f'(x)$ yra apibrėžtos, kai $x \in (-7; 12)$. Paveiksle pavaizduotas **funkcijos** $y = f(x)$ grafikas, kertantis Ox ašį taškuose, kurių abscisės $x_1 = -6$, $x_2 = 3$ ir $x_3 = 11$. Funkcijos maksimumo taškas $x_{\max} = -2$, o minimumo taškas $x_{\min} = 8$. Nustatykite x reikšmių intervalą (-us), kuriame (-iuose) funkcijos **išvestinė** $f'(x) < 0$.

Juodraštis



NEPAMIRŠKITE ATSAKYMŲ PERKELTI Į ATSAKYMŲ LAPĄ

RIBOTO NAUDOJIMO

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

II dalis

Išspręskite 11–19 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

- 11.** Parodykite, kad reiškinio $\cos^2(\beta) - \sin^2(\beta) - \cos(-2\beta)$ reikšmė lygi sveikajam skaičiui⁷ su bet kuria kampo β didumo reikšme.

(2 taškai)

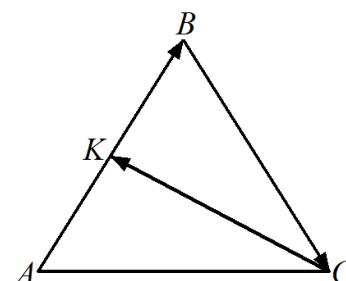
Juodraštis

- 12.** Paveiksle pavaizduotas lygiakraštis trikampis⁸ ABC . Vektorius $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ir vektorius $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.

- 12.1.** Taškas K yra kraštinės AB vidurio taškas⁹. Vektorių $\overrightarrow{CK}$ išreikškite vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.

(2 taškai)

Juodraštis



- 12.2.** Yra žinoma, kad lygiakraščio trikampio ABC kraštinės ilgis lygus 8. Apskaičiuokite vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{b}$ skaliarinę sandaugą $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

(2 taškai)

Juodraštis

⁷ sveikasis skaičius – liczba całkowita – целое число – ціле число

⁸ lygiakraštis trikampis – trójkąt równoboczny – равносторонний треугольник – рівносторонній трикутник

⁹ vidurio taškas – środek – середина – середина

13. Išspręskite nelygybes:

13.1. $\frac{5}{x} \leq 3;$

(3 taškai)

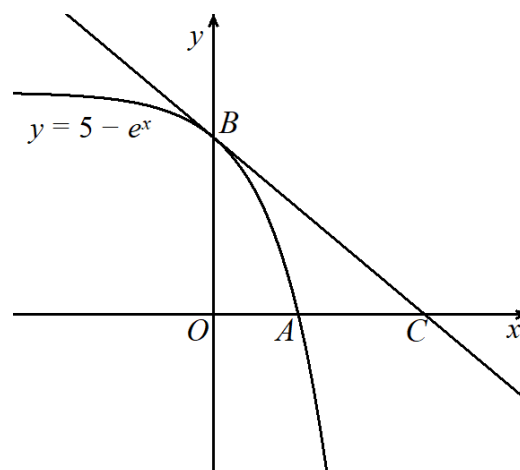
Juodraštis

13.2. $\operatorname{tg} x \leq 1.$

(2 taškai)

Juodraštis

- 14.** Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x) = 5 - e^x$ grafikas, kertantis Ox ašį taške A , o Oy ašį taške B . Liestinė¹⁰, liečianti šios funkcijos grafiką taške B , kerta Ox ašį taške C (žr. pav.).



- 14.1.** Nustatykite taško B ordinatę y .

(1 taškas)

Juodraštis

- 14.2.** Parodykite, kad liestinės lygtis yra $y = -x + 4$.

(2 taškai)

Juodraštis

- 14.3.** Parodykite, kad taško A abscisė yra $x = \ln 5$.

(1 taškas)

Juodraštis

¹⁰ liestinė – styczna – касательная – дотична

14.4. Figūrą ABC riboja funkcijos $y = f(x)$ grafikas, jo liestinė BC ir Ox ašis. Apskaičiuokite figūros ABC plotą¹¹. Atsakymą pateikite pavidalu $a - \ln b$ (čia $a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$).

(5 taškai)

Juodraštis

15. Nustatykite funkcijos $f(x) = 0,3x - \frac{x^2}{20} + \ln x$ kritinius taškus.

(3 taškai)

Juodraštis

¹¹ plotas – pole – площадь – площа

16. Krepšinio čempionato finale susitinka dvi komandos – A ir B. Čempionatą laimi komanda, laimėjusi 4 rungtynes. Čempionato laimėtojas paaiškėja mažiausiai po 4 rungtynių, o daugiausia – po 7 rungtynių. Yra nustatyta, kad tikimybė komandai B laimėti prieš komandą A, žaidžiant vienerias rungtynes, lygi 0,8.

16.1. Apskaičiuokite tikimybę, kad po 3 rungtynių komanda B bus laimėjusi lygiai 2 rungtynes.

(2 taškai)

Juodraštis

16.2. Atsitiktinis dydis X – finale galimų sužaisti rungtynių skaičius. Parodykite, kad $P(X = 6) = \frac{544}{3125}$.

(3 taškai)

Juodraštis

16.3. Atsitiktinio dydžio X skirstinys pateiktas lentelė.

m	4	5	6	7
$P(X = m)$	$\frac{1285}{3125}$	p	$\frac{544}{3125}$	$\frac{256}{3125}$

Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį EX .

(2 taškai)

Juodraštis

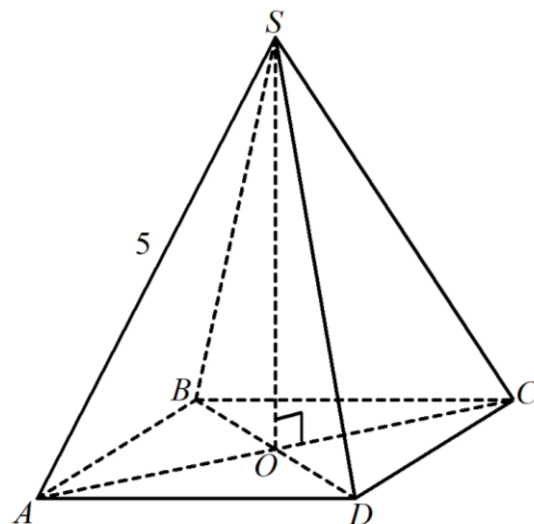
17. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė¹² $SABCD$, kurios šoninės briaunos¹³ ilgis lygus 5.

17.1. Piramidės pagrindo $ABCD$ kraštinės ilgį pažymėkime x (čia $x \in (0; 5\sqrt{2})$). Parodykite, kad piramidės tūrį galima apskaičiuoti pagal formulę^{*}

$$V(x) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{25x^2 - \frac{x^4}{2}}.$$

Juodraštis

(3 taškai)



17.2. Nustatykite x reikšmę, su kuria piramidės tūris įgyja didžiausią reikšmę¹⁴.

(3 taškai)

Juodraštis

* Patikslinama vertinimo instrukcijoje.

¹² taisyklingoji keturkampė piramidė – ostrosłup prawidłowy czworokątny – правильная четырёхугольная пирамида – правильна чотирикутна піраміда

¹³ šoninė briauna – krawędź boczna – боковое ребро – бічне ребро

¹⁴ didžiausia reikšmė – największa wartość – наибольшее значение – найбільша значення

(iki teisėtai atskleidžiant vokus, kuriuose yra valstybinio brandos egzamino užduoties ar jos dalies turinys)

Išplėstinis kursas

2025 m. matematikos VBE II dalies užduotis. Pakartotinė sesija

- 17.3.** Tarkime, kad šios taisyklingosios piramidės $SABCD$ pagrindo kraštinės ilgis lygus 4. Piramidės šoninė briauna ir pagrindo plokštuma¹⁵ sudaro kampą, kurio didumas lygus α . Apskaičiuokite $\cos \alpha$.

(2 taškai)

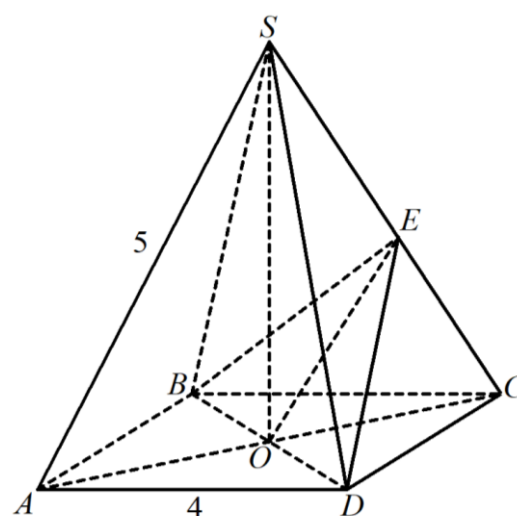
Juodraštis

- 17.4.** Taškas E yra taisyklingosios keturkampės piramidės $SABCD$ briaunos SC vidurio taškas. Nubrėžtos atkarpos EB ir ED (žr. pav.).

- 17.4.1.** Įrodykite, kad $BD \perp OE$.

(1 taškas)

Juodraštis



- 17.4.2.** Įrodykite, kad OE yra trikampio ASC vidurio linija.

(1 taškas)

Juodraštis

- 17.4.3.** Yra žinoma, kad $AD = 4$. Nustatykite kampo tarp prasilenkiančių tiesių¹⁶ AS ir ED tangento reikšmę.

(1 taškas)

Juodraštis

¹⁵ pagrindo plokštuma – płaszczyzna podstawy – плоскость основания – площина основи

¹⁶ prasilenkiančios tiesės – proste skośne – скрещивающиеся прямые – мимобіжні прямі

18. Apskaičiuokite begalinės nykstamosios geometrinės progresijos¹⁷

$$\frac{1}{\log_{\sqrt{a}} b}; \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{a}} b}; \frac{1}{\log_{\sqrt[32]{a}} b}; \dots$$

sumą, kai $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $b \neq 1$ ir $\log_b a = 2025$.

(4 taškai)

Juodraštis

¹⁷ geometrinė progresija – ciąg geometryczny – геометрическая прогрессия – геометрична прогресія

- 19.** Po koncerto miesto aikštė valoma, naudojant vienodus robotus. Jeigu visi turimi robotai pradėtų valyti vienu metu ir kiekvienas iš jų dirbtų be pertraukos, tai aikštė būtų išvalyta per 12 valandų. Tačiau robotai pradėjo valyti ne tuo pačiu metu. Pirmiausia pradėjo valyti pirmasis robotas, o po to lygiais laiko intervalais po vieną įsitraukė ir likusieji robotai. Visi robotai dirbo be pertraukos, kol išvalė visą aikštę. Nustatykite, per kiek laiko buvo išvalyta miesto aikštė, jeigu yra žinoma, kad pirmasis robotas dirbo 5 kartus ilgiau negu paskutinis.

(5 taškai)

Juodraštis

Juodraštis