

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Bendrasis kursas

Pakartotinė sesija

2025 m. liepos 1 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, patikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo identifikavimo kodą, grupę ir vietą (eilės numerį protokole) ir pasirašykite.**
3. Per egzaminą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei esate tikri dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape.
Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite tik **juodai** arba **mėlynai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (ar) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
9. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
10. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.
Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Duotos dvi skaičių aibės¹:

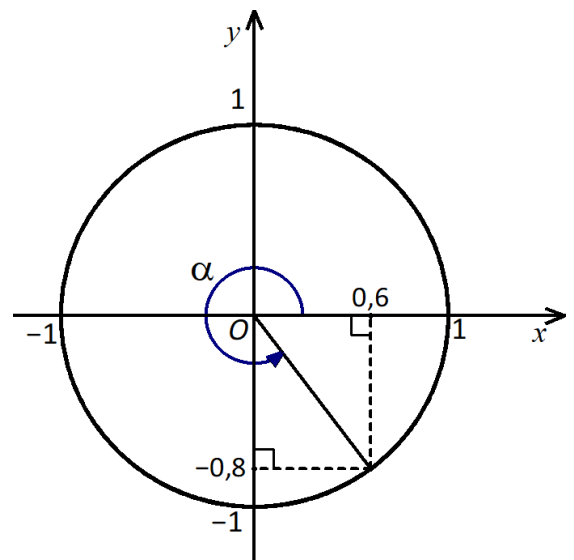
$$A = \{-2; -1; 1\} \text{ ir } B = \{-1; 1; 2\}.$$

Raskite šių aibių sąjungą $A \cup B$.

Juodraštis

2. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas², kurio centras yra taškas $O(0;0)$, ir posūkio kampas³ α . Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, užrašykite, kam lygus $\sin \alpha$.

Juodraštis



¹ aibė – zbiór – множество – множина

² vienetinis apskritimas – okrąg jednostkowy – единичная окружность – одиничне коло

³ posūkio kampas – kąt obrotu – угол поворота – кут повороту

3. Nustatykite, su kuria a reikšme (čia $a \in \mathbb{Q}$) yra teisinga lygybė $\left(13^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{2}{3}} = 13^a$.

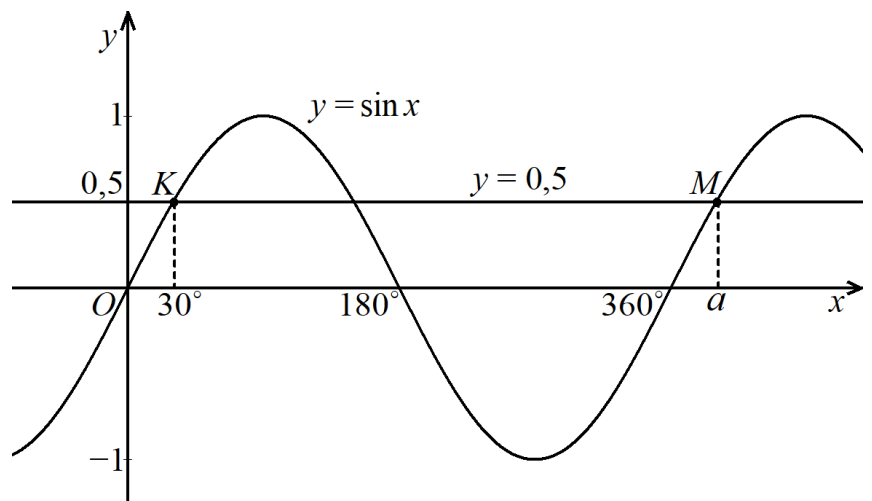
Juodraštis

4. Apskaičiuokite $\operatorname{tg} \alpha$, kai $\sin \alpha = -\frac{7}{25}$ ir $\cos \alpha = \frac{24}{25}$.

Juodraštis

5. Paveiksle pavaizduoti funkcijų $y = \sin x$ ir $y = 0,5$ grafikai ir pažymėti du šių grafikų susikirtimo taškai: $K(30^\circ; 0,5)$ ir $M(a; 0,5)$. Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, nustatykite a reikšmę. Atsakymą pateikite laipsniais.

Juodraštis



6. Išspręskite lygtį $\sqrt[3]{x - 15} = -2$.

Juodraštis

7. Išspręskite nelygybę $0,5^x > 0,5^6$.

Juodraštis

8. Geometrinės progresijos⁴ (b_n) penktasis narys $b_5 = 90$, o šeštasis narys $b_6 = 9$. Apskaičiuokite šios geometrinės progresijos vardiklį q .

Juodraštis

⁴ geometrinė progresija – ciąg geometryczny – геометрическая прогрессия – геометрична прогресія

9. Ant stalo yra trijų rūšių kibinų: su vištiena, su kiauliena ir su grybais. Rimas atsitiktinai ima vieną kibiną. Tikimybė⁵, kad jis paims kibiną su vištiena, yra lygi $\frac{6}{13}$, kad paims su kiauliena, yra lygi $\frac{4}{13}$, o kad paims su grybais, yra lygi $\frac{3}{13}$. Apskaičiuokite tikimybę, kad Rimas paims kibiną su vištiena arba su kiauliena.

Juodraštis

10. Taškas $B(2; b)$ priklauso funkcijos $y = 3^x + 8$ grafikui. Nustatykite b reikšmę.

Juodraštis

⁵ tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность – ймовірність

II dalis

Išspręskite 11–20 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

11. Išspręskite nelygybes:

11.1. $\log_2(x + 12) < \log_2 8$ (Patarimas: nepamirškite nustatyti reiškinio $\log_2(x + 12)$ apibrėžimo sritį⁶.);

(3 taškai)

Juodraštis

11.2. $\frac{x + 4}{2x + 16} > 0$.

(3 taškai)

Juodraštis

⁶ apibrėžimo sritis – dziedzina – область определения – область визначення

- 12.** Tikimybė, kad krepšininkė Kotryna pataiko baudos metimą, yra 0,6, o tikimybė, kad krepšininkė Veronika pataiko baudos metimą, yra 0,3. Kotryna ir Veronika meta po vieną baudos metimą. Apskaičiuokite tikimybę, kad Kotryna pataikys baudos metimą, o Veronika – ne. (Patarimas: pirmiausia apskaičiuokite tikimybę, kad Veronika nepataikys baudos metimo.)

(2 taškai)

Juodraštis

- 13.** Pertvarkykite skaitinius reiškinius. Nuosekliai užrašykite sprendimus, atsakymus pateikite nurodytu pavidalu.

13.1. $7^3\sqrt[5]{9} - \left({}^{15}\sqrt{3}\right)^2$; atsakymą pateikite pavidalu $a^n\sqrt[n]{9}$ (čia $a \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$).

(3 taškai)

Juodraštis

13.2. $\log_7 5 + 9^{\log_9 2}$; atsakymą pateikite pavidalu $\log_7 a$ (čia $a \in \mathbb{N}$).

(3 taškai)

Juodraštis

- 14.** Lukas sportavo 14 dienų, darydamas pritūpimus. Pirmąją dieną jis padarė 21 pritūpimą. Kiekvieną kitą dieną padaromų pritūpimų kiekį jis padidindavo tuo pačiu skaičiumi. Per 14 dienų Lukas iš viso padarė 567 pritūpimus. Nustatykite, kiek pritūpimų Lukas padarė 10-ąją sportavimo dieną.

(3 taškai)

Juodraštis

- 15.** Yra žinoma, kad $f(x) = \cos x \cdot \cos(-x) + \cos x + \cos(-x) + \sin^2 x$.

- 15.1.** Parodykite, kad $f(x) = 2 \cos x + 1$.

(2 taškai)

Juodraštis

- 15.2.** Žinodami, kad $f(x) = 2\cos x + 1$, išspręskite lygtį $f(x) = \sin 360^\circ$. Nurodykite jos sprendinius⁷, priklausančius intervalui $[-90^\circ; 270^\circ]$.

(4 taškai)

Juodraštis

⁷ sprendinys – rozwiązanie – решение – рішення

16. Dviejų skirtingų teigiamųjų skaičių suma lygi 15. Mažesnijį iš šių skaičių pažymėkime x (čia $0 < x < 7,5$).

16.1. Parodykite, kad didesniojo skaičiaus kvadrato ir mažesniojo skaičiaus sandaugą⁸ galima apskaičiuoti pagal formulę $p(x) = x^3 - 30x^2 + 225x$.

(2 taškai)

Juodraštis

16.2. Raskite $p'(x)$.

(1 taškas)

Juodraštis

16.3. Parodykite, kad sandauga $p(x)$ įgyja didžiausią reikšmę⁹, kai $x = 5$.

(2 taškai)

Juodraštis

16.4. Apskaičiuokite didžiausią galimą sandaugos $p(x)$ reikšmę.

(1 taškas)

Juodraštis

⁸ sandauga – iloczyn – произведение – добуток

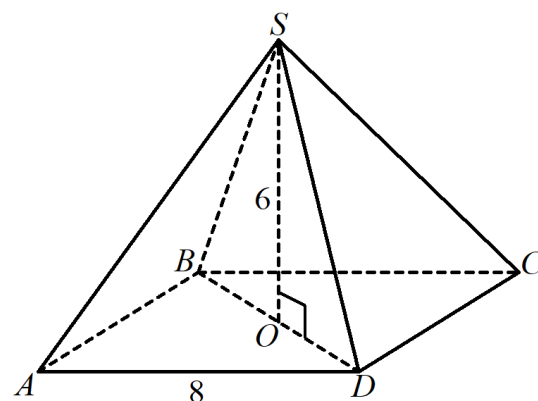
⁹ didžiausia reikšmė – największa wartość – наибольшее значение – найбільша значення

- 17.** Paveiksle pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė¹⁰ $SABCD$. Piramidės aukštinės SO ilgis lygus 6, o pagrindo $ABCD$ kraštinės ilgis lygus 8.

- 17.1.** Apskaičiuokite piramidės $SABCD$ tūrį¹¹.

(1 taškas)

Juodraštis



- 17.2.** Parodykite, kad atstumas¹² tarp taškų B ir D lygus $8\sqrt{2}$.

(1 taškas)

Juodraštis

- 17.3.** Apskaičiuokite piramidės įstrižinio pjūvio BSD plotą¹³.

(1 taškas)

Juodraštis

¹⁰ taisyklingoji keturkampė piramidė – ostrosłup prawidłowy czworokątny – правильная четырёхугольная пирамида – правильна чотирикутна піраміда

¹¹ tūris – objętość – объём – об'єм

¹² atstumas – odległość – расстояние – відстань

¹³ plotas – pole – площадь – площа

- 17.4.** Apskaičiuavę kampo SDO tangentą, nustatykite, kokio didumo kampą su piramidės pagrindu $ABCD$ sudaro šoninė briauna¹⁴ SD . Atsakymą pateikite 1° tikslumu.

(2 taškai)

Juodraštis

- 17.5.** Yra žinoma, kad piramidės šoninės briaunos ilgis lygus $2\sqrt{17}$. Apskaičiuokite atstumą nuo taško O iki šoninės briaunos SD .

(3 taškai)

Juodraštis

¹⁴ šoninė briauna – krawędź boczna – боковое ребро – бічне ребро

- 18.** Medinio kūgio¹⁵ pagrindo spindulio¹⁶ ilgis lygus 8 cm, o sudaromosios ilgis lygus 17 cm. Medinio rutulio¹⁷ spindulio ilgis lygus 18 cm. Abiejų medinių kūnų visas paviršius nudažomas tokio paties storio dažų sluoksniu. Nustatykite, kiek kartų daugiau reikės dažų rutuliui nudažyti negu kūgiui nudažyti.

(4 taškai)

Juodraštis

- 19.** Klasėje yra dvi dėžės su vienodo dydžio rutuliukais – mažoji dėžė ir didžioji. Kiekvienas rutuliukas yra baltas, geltonas arba mėlynas.
- 19.1.** Iš mažosios dėžės atsitiktinai traukiamas vienas rutuliukas. Tikimybė ištraukti baltą rutuliuką lygi 0,125, tikimybė ištraukti geltoną rutuliuką lygi 0,625, o tikimybė ištraukti mėlyną rutuliuką lygi p .
- 19.1.1.** Apskaičiuokite p reikšmę.

(1 taškas)

*Juodraštis*¹⁵ kūgis – stożek – конус – конус¹⁶ pagrindo spindulys – promień podstawy – радіус основания – радіус основи¹⁷ rutulys – kula – шар – куля

19.1.2. Atidarius mažąją dėžę, paaiškėjo, kad joje yra 20 geltonų rutuliukų. Apskaičiuokite, kiek iš viso rutuliukų yra šioje dėžėje.

(2 taškai)

Juodraštis

19.2. Didžiojoje dėžėje yra 26 balti rutuliukai, 14 geltonų ir 11 mėlynų rutuliukų. Iš šios dėžės paeiliui atsitiktinai traukiant du rutuliukus ir jų negrąžinant į dėžę, tikimybė, kad jie abu bus balti, lygi p_1 . Iš dėžės atsitiktinai traukiant vieną rutuliuką, grąžinant jį atgal į dėžę ir po to vėl traukiant rutuliuką, tikimybė, kad jie abu bus balti, lygi p_2 . Apskaičiavę tikimybių p_1 ir p_2 reikšmes, nustatykite, kuri iš šių tikimybių yra didesnė.

(3 taškai)

Juodraštis

20. Funkcijos $y = f(x) = x^{-1}$ grafiko liestinės¹⁸, liečiančios šį grafiką taške $A(x_0; y_0)$ (čia $x_0 < 0$), krypties koeficientas¹⁹ lygus $-\frac{1}{9}$. Apskaičiuokite x_0 reikšmę.

(3 taškai)

Juodraštis

¹⁸ liestinė – styczna – касательная – дотична

¹⁹ krypties koeficientas – współczynnik kierunkowy – угловой коэффициент – кутовий коефіцієнт

Juodraštis

Juodraštis