

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Bendrasis kursas

Pagrindinė sesija

2025 m. birželio 6 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, patikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo identifikavimo kodą, grupę ir vietą (eilės numerį protokole) ir pasirašykite.**
3. Per egzaminą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei esate tikri dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape.
Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite tik **juodai** arba **mėlynai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (ar) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
8. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
9. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
10. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.
Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Duotos dvi skaičių aibės¹:

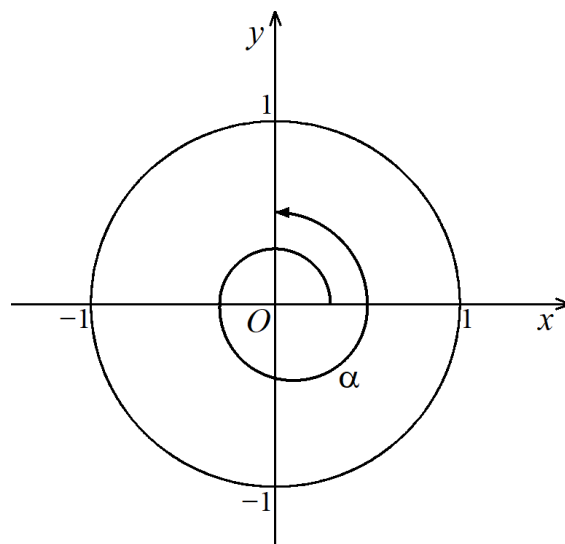
$$A = \{2; 4; 6; 8; 12\} \text{ ir } B = \{3; 6; 8; 9; 12\}.$$

Raskite šių aibių sankirtą $A \cap B$.

Juodraštis

2. Paveiksle pavaizduoti vienetinis apskritimas², kurio centras yra taškas $O(0;0)$, ir posūkio kampas³ α . Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, nustatykite posūkio kampo α didumą laipsniais.

Juodraštis



3. Naudodamiesi formule $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$, kai $a \geq 0$, $b \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$, nustatykite, su kuria k reikšme (čia $k \in \mathbb{N}$) yra teisinga lygybė $\sqrt[4]{16 \cdot 3} = k \cdot \sqrt[4]{3}$.

Juodraštis

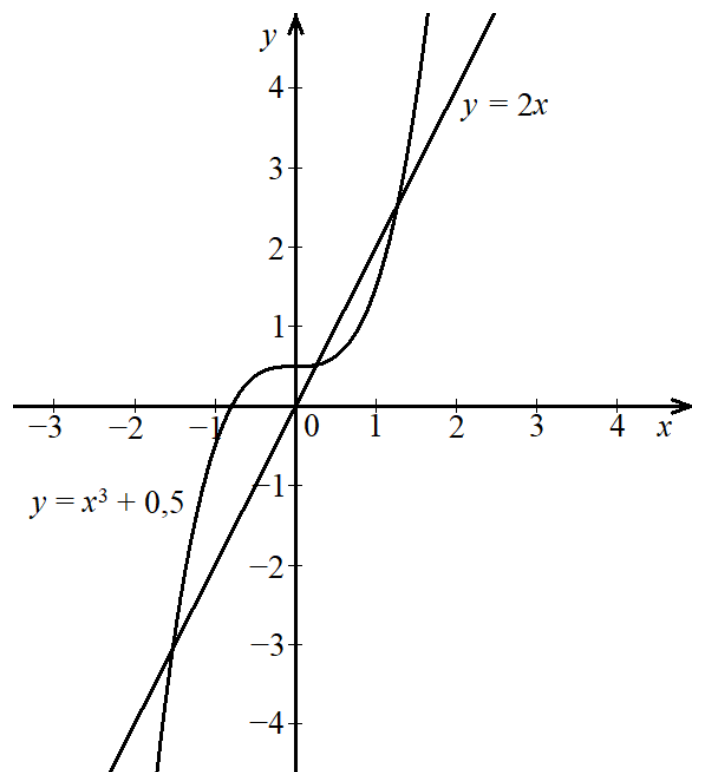
¹ aibė – zbiór – множество – множина

² vienetinis apskritimas – okrąg jednostkowy – единичная окружность – одиничне коло

³ posūkio kampas – kąt obrotu – угол поворота – кут повороту

4. Naudodamiesi pateiktu brėžiniu, nustatykite, kiek sprendinių⁴ turi lygtis $x^3 + 0,5 = 2x$.

Juodraštis



5. Nustatykite funkcijos $f(x) = \log_5(3 + x)$ apibrėžimo sritį⁵.

Juodraštis

⁴ sprendinys – rozwiązanie – решение – рішення

⁵ apibrėžimo sritis – dziedzina – область определения – область визначення

6. Naudodamiesi formule $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ apskaičiuokite $\operatorname{tg}^2 \alpha$, kai $\cos \alpha = -\frac{1}{7}$.

Juodraštis

7. Išspręskite lygtį $-2x^3 = 54$.

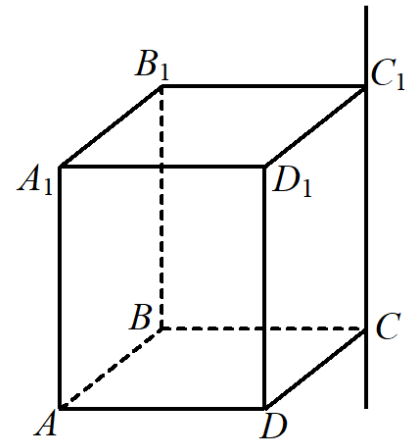
Juodraštis

8. Išspręskite lygtį $\log_6(3x - 7) = \log_6 5$.

Juodraštis

9. Nurodykite stačiakampio gretasienio⁶ $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kurią nors **vieną** briauną⁷, esančią tiesėje, prasilenkiančioje su tiese⁸ CC_1 .

Juodraštis



10. Aritmetinės progresijos (a_n) pirmasis narys⁹ $a_1 = 13$, o jos skirtumas $d = 3$. Apskaičiuokite šios aritmetinės progresijos pirmųjų penkių narių sumą S_5 .

Juodraštis

⁶ stačiakampis gretasienis – prostopadłościan – прямоугольный параллелепипед – прямокутний паралелепіпед

⁷ briauna – krawędź – ребро – ребро

⁸ prasilenkiančios tiesės – proste skośne – скрещивающиеся прямые – мимобіжні прямі

⁹ aritmetinės progresijos pirmasis narys – pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego – первый член арифметической прогрессии – перший член арифметичної прогресії

II dalis

Išspręskite 11–20 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

- 11.** Skaičiuodami nustatykite, ar taškas $B(3,75; 0,5)$ priklauso funkcijos $y = \sqrt{x + 2,5} - 3$ grafikui.

(2 taškai)

Juodraštis

- 12.** Išspręskite nelygybes:

- 12.1.** $3^{5x+2} > 27^{x-6}$ (patariame skaičių 27 parašyti laipsniu, kurio pagrindas yra 3);

(3 taškai)

Juodraštis

- 12.2.** $\frac{3-x}{9+x} < 0$.

(3 taškai)

Juodraštis

13. Pertvarkykite skaitinius reiškinius. Nuosekliai užrašykite sprendimus, atsakymus pateikite nurodytu pavidalu.

13.1. $5^{\log_5 4} \cdot (\log_2 15 - \log_2 3)$; atsakymą pateikite pavidalu $\log_2 b$ (čia $b \in \mathbb{N}$).

(3 taškai)

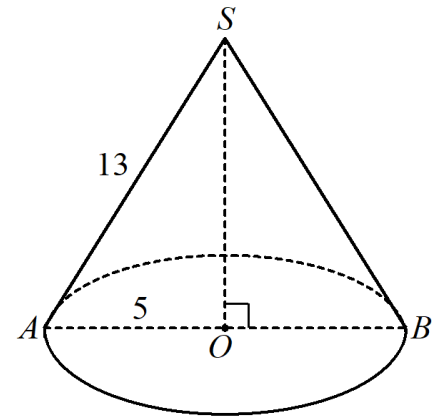
Juodraštis

13.2. $4^{\frac{1}{6}} + 8^{\frac{1}{9}}$; atsakymą pateikite pavidalu $2^{\frac{m}{n}}$ (čia $m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}$).

(3 taškai)

Juodraštis

- 14.** Paveiksle pavaizduotas kūgis¹⁰, kurio sudaromosios SA ilgis lygus 13, o pagrindo spindulio OA ilgis lygus 5.



- 14.1.** Apskaičiuokite šio kūgio šoninio paviršiaus plotą¹¹. Atsakymą pateikite su π .

(1 taškas)

Juodraštis

- 14.2.** Parodykite, kad atstumas¹² nuo kūgio viršūnės S iki kūgio pagrindo plokštumos¹³ lygus 12.

(1 taškas)

Juodraštis

¹⁰ kūgis – stożek – конус – конус

¹¹ šoninio paviršiaus plotas – pole powierzchni bocznej – площадь боковой поверхности – площа бічної поверхні

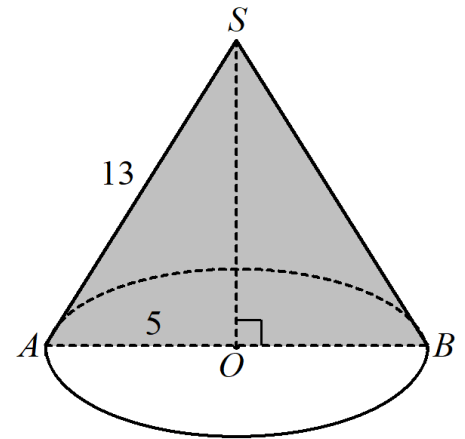
¹² atstumas – odległość – расстояние – відстань

¹³ pagrindo plokštuma – płaszczyzna podstawy – плоскость основания – площина основи

14.3. Žinodami, kad $SO = 12$, apskaičiuokite šio kūgio ašinio pjūvio¹⁴ ASB plotą.

(1 taškas)

Juodraštis



14.4. Apskaičiuokite rutulio¹⁵, kurio tūris¹⁶ lygus šio kūgio tūriui, spindulio ilgį¹⁷.

(3 taškai)

Juodraštis

¹⁴ ašinis pjūvis – przekrój osiowy – осевое сечение – осьовий переріз

¹⁵ rutulys – kula – шар – куля

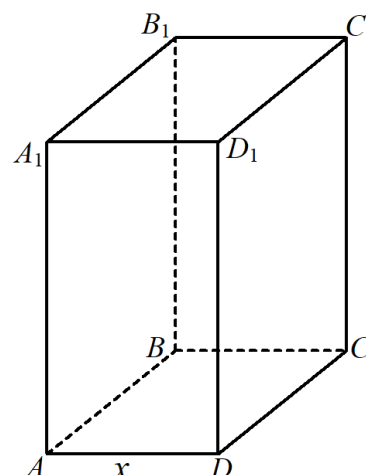
¹⁶ tūris – objętość – объём – об'єм

¹⁷ spindulio ilgis – długość promienia – длина радиуса – довжина радіуса

- 15.** Projektuojama stačiakampio gretasienio formos dėžutė (žr. pav.). Yra žinoma, kad briaunų AB , AD ir AA_1 ilgių suma lygi 36 cm, o briauna AB du kartus ilgesnė už briauną AD .

- 15.1.** Stačiakampio gretasienio pagrindo $ABCD$ trumpesniosios kraštinės AD ilgį pažymėkime x cm (čia $0 < x < 12$). Parodykite, kad dėžutės tūrį (cm^3) galima apskaičiuoti pagal formulę $V(x) = 72x^2 - 6x^3$.

(2 taškai)

Juodraštis

- 15.2.** Apskaičiuokite $V'(x)$.

(1 taškas)

Juodraštis

- 15.3.** Parodykite, kad dėžutės tūris yra didžiausias¹⁸, kai $x = 8$ (cm).

(2 taškai)

Juodraštis

¹⁸ didžiausias – największy – найбільший – найбільший

15.4. Apskaičiuokite didžiausią galimą dėžutės tūrį.

(1 taškas)

Juodraštis

16. Duota funkcija $f(x) = 1 - \sin^2 x - 2 \cos x - \cos(-x) \cdot \cos x$.

16.1. Parodykite, kad $f(x) = -2 \cos x$.

(2 taškai)

Juodraštis

16.2. Žinodami, kad $f(x) = -2 \cos x$, išspręskite lygtį $f(x) = -1$. Nurodykite jos sprendinius, kai $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$.

(3 taškai)

Juodraštis

- 17.** Trijose dėžėse yra vienodo dydžio kamuoliukų, kurių kiekvienas yra arba geltonas, arba mėlynas, arba raudonas.
- 17.1.** Morta iš pirmos dėžės atsitiktinai traukia vieną kamuoliuką. Įvykis G – ištrauktasis kamuoliukas bus geltonas. Yra žinoma, kad šio įvykio tikimybė $P(G) = \frac{1}{7}$.
- 17.1.1.** Įvykiui G priešingas įvykis¹⁹ yra $\overline{G}$ – ištrauktasis kamuoliukas nebus geltonas. Apskaičiuokite šio įvykio tikimybę $P(\overline{G})$.

(1 taškas)

Juodraštis

- 17.1.2.** Tikimybė, kad ištrauktasis kamuoliukas bus mėlynas, yra du kartus didesnė, negu tikimybė, kad jis bus raudonas. Apskaičiuokite tikimybę, kad šis iš pirmos dėžės ištrauktas kamuoliukas bus raudonas.

(2 taškai)

Juodraštis

¹⁹ priešingas įvykis – zdarzenie przeciwnie – противоположное событие – протилежна подія

17.1.3. Prieš Mortai traukiant kamuoliuką iš pirmos dėžės, antroje dėžėje geltonų kamuoliukų buvo 14 vienetų daugiau negu pirmoje dėžėje, o mėlynų ir raudonų kamuoliukų buvo po tiek pat, kiek ir pirmoje dėžėje. Iš antros dėžės atsitiktinai traukiant vieną kamuoliuką, tikimybė, kad jis bus geltonas, lygi $\frac{1}{3}$. Apskaičiuokite antroje dėžėje esančių mėlynų ir raudonų kamuoliukų skaičių sumą.

(4 taškai)

Juodraštis

17.2. Yra žinoma, kad trečioje dėžėje yra 5 geltoni, 2 mėlyni ir 7 raudoni kamuoliukai. Morta iš trečios dėžės atsitiktinai ištraukia vieną kamuoliuką. Negrąžinusi į dėžę šio kamuoliuko, iš tos pačios dėžės atsitiktinai ištraukia antrą kamuoliuką. Apskaičiuokite tikimybę, kad kuris nors vienas iš šių dviejų ištrauktų kamuoliukų bus geltonas, o kitas mėlynas.

(2 taškai)

Juodraštis

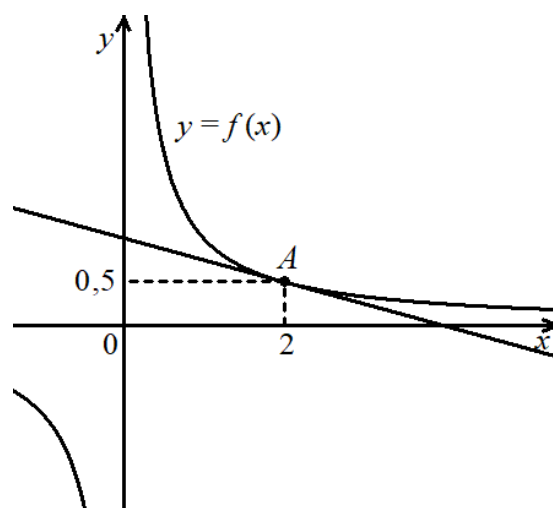
- 18.** Epušinės miške 2023 m. sausio mėnesį gyveno 125 pilkosios voverės, o 2025 m. sausio mėnesį jų jau buvo 180. Laikydami, kad kiekvienais metais pilkųjų voverių skaičius padidėja po tiek pat kartų²⁰, apskaičiuokite, kiek pilkųjų voverių gyvens Epušinės miške 2026 m. sausio mėnesį.

(3 taškai)

Juodraštis

- 19.** Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = x^{-1}$ grafikas ir jo liestinė²¹ taške A . Naudodamiesi brėžinio duomenimis, apskaičiuokite šios liestinės krypties koeficientą²².

(2 taškai)

Juodraštis

²⁰ padidėja po tiek pat kartų – rośnie tyle samo razy – увеличивается во столько же раз – збільшується у стільки ж разів

²¹ liestinė – styczna – касательная – дотична

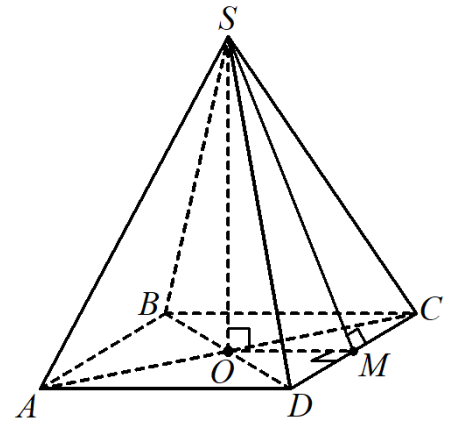
²² krypties koeficientas – współczynnik kierunkowy – угловой коэффициент – кутовий коефіцієнт

20. Paveiksle pavaizduotos taisyklingosios keturkampės piramidės²³

$SABCD$ viso paviršiaus plotas²⁴ lygus 384, o pagrindo kraštinės AD ilgis lygus 12. Atkarpa SM yra piramidės šoninės sienos SCD aukštinė. Piramidės šoninės sienos SCD plokštuma ir pagrindo $ABCD$ plokštuma sudaro kampą, kurio didumas lygus α . Apskaičiuokite $\sin \alpha$.

(5 taškai)

Juodraštis



²³ taisyklingoji keturkampė piramidė – ostrosłup prawidłowy czworokątny – правильная четырёхугольная пирамида – правильна чотирикутна піраміда

²⁴ viso paviršiaus plotas – pole powierzchni całkowitej – площадь полной поверхности – площа всієї поверхні

Juodraštis