

Rengiamės matematikos VBE, II dalis A kursas

**Matematikos VBE II dalies A kurso
2025 m. bandomojo patikrinimo užduotis:
formulių rinkinys,
užduoties sąlygos, uždavinių atsakymai ir sprendimai,
užpildytas atsakymų lapas, vertinimo instrukcija,
egzamino vykdymo instrukcija**

**NŠA
2025-05-22**

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Bandomasis patikrinimas

Išplėstinis kursas

Sprendimus parengė Ugdymo departamento Ugdymo turinio skyriaus specialistas
Valdas Vanagas

2025 m. kovo 20 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite patikrinimo vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo klasę, vardą ir pavardę.**
3. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
4. Per patikrinimą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **juodai arba mėlynai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (arba) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
8. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
9. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
10. Pasibaigus patikrinimui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.
Linkime sėkmės!

MATEMATIKOS (A) VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO FORMULIŲ RINKINYS

1. Greitoji daugyba: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $(a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2) = a^3 \pm b^3$.

2. Logaritmai: $a^{\log_a b} = b$, $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$, $\log_a b - \log_a c = \log_a\left(\frac{b}{c}\right)$,

$k \log_a b = \log_a(b^k)$, $\frac{1}{k} \log_a b = \log_a^k b$, $\frac{\log_c b}{\log_c a} = \log_a b$.

3. Trigonometrija:

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha,$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha,$$

$$\operatorname{tg}(2\alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha},$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

$\alpha =$	0°	30°	45°	60°	90°
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha =$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha =$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha =$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Jei $\sin x = a$, $a \in [-1; 1]$, tai: $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.	Jei $\cos x = a$, $a \in [-1; 1]$, tai: $x = \pm \arccos a + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.	Jei $\operatorname{tg} x = a$, $a \in \mathbb{R}$, tai: $x = \operatorname{arctg} a + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.
---	---	---

4. Aritmetinė progresija: $a_n = a_1 + d(n-1)$, $d = a_{n+1} - a_n$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$;
čia a_n – n -tasis narys, d – skirtumas, n – nario eilės numeris, S_n – pirmųjų n narių suma.

5. Geometrinė progresija: $b_n = b_1 q^{n-1}$, $q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$, $S_n = \frac{b_1 - q b_n}{1 - q} = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$, $S = \frac{b_1}{1 - q}$;

čia b_n – n -tasis narys, q – vardiklis ($q \neq 0$), n – nario eilės numeris, S_n – pirmųjų n narių suma, S – nykstamosios geometrinės progresijos suma.

6. Vektoriai: $|\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$;

čia $|\vec{a}|$ – vektorių ilgis, $\vec{a} = (x_1; y_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2)$ – vektorių koordinatės, α – kampas tarp vektorių didumas.

7. Trikampis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \angle A$, $\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$,

$$S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \angle C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R};$$

čia a , b ir c – trikampio kraštinių ilgiai, $\angle A$, $\angle B$ ir $\angle C$ – prieš jas esančių atitinkamų trikampio kampų didumai, p – trikampio pusperimetris, r – į trikampį įbrėžto apskritimo spindulio ilgis, R – apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulio ilgis.

8. Ritinys: $S_{\text{son.pav.}} = 2\pi RH$, $V = \pi R^2 H$;

čia R – pagrindo spindulio ilgis, H – aukštinės ilgis.

9. Kūgis: $S_{\text{son.pav.}} = \pi Rl$, $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$;

čia R – pagrindo spindulio ilgis, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

10. Nupjautinis kūgis: $S_{\text{son.pav.}} = \pi(R+r)l$, $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$;

čia R ir r – pagrindų spindulių ilgiai, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

11. Rutulys: $S_{\text{pav.}} = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$;

čia R – spindulio ilgis.

12. Rutulio nuopjova: $S_{\text{šon.pav.}} = 2\pi RH$, $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$;

čia R – rutulio spindulio ilgis, H – nuopjovos aukštinės ilgis.

13. Piramidės tūris: $V = \frac{1}{3}SH$;

čia S – pagrindo plotas, H – aukštinės ilgis.

14. Nupjautinės piramidės tūris: $V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$;

čia S_1 ir S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinės ilgis.

15. Išvestinės: $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$, $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g^2(x)}$,

$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$;

$(\sin x)' = \cos x$, $(\cos x)' = -\sin x$, $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(a^x)' = a^x \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$.

16. Funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės, liečiančios funkcijos grafiką taške $(x_0; f(x_0))$, lygtis:

$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$;

čia $f'(x_0)$ – liestinės krypties koeficientas.

17. Integralai: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ ($n \neq -1$), $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$, $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$,

$\int \sin x dx = -\cos x + C$, $\int \cos x dx = \sin x + C$, $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \operatorname{tg} x + C$;

čia C – realusis skaičius.

18. Sukinio tūris: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

19. Kombinatorika: $C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$, $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$;

čia C_n^k – derinių skaičius, A_n^k – gretinių skaičius.

20. Atsitiktinis dydis: $EX = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$,

$DX = (x_1 - EX)^2 p_1 + (x_2 - EX)^2 p_2 + \dots + (x_n - EX)^2 p_n$;

čia $x_1, x_2, \dots, x_n$ – atsitiktinio dydžio X reikšmės, $p_1, p_2, \dots, p_n$ – tų reikšmių tikimybės, EX – matematinė viltis (vidurkis), DX – dispersija.

21. Binominiai bandymai: $P_n(k) = P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$;

čia X – atsitiktinis dydis, n – bandymų skaičius, k – sėkmių skaičius, p – sėkmės tikimybė,

$q = 1 - p$ – nesėkmės tikimybė.

22. Niutono binomo formulė: $(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + b^n$.

I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Raskite aibių $A = [1; 3]$ ir $B = [2; 6]$ sankirtą $A \cap B$.

Sprendimas.

$$A \cap B = [1; 3] \cap [2; 6] = [2; 3].$$

Atsakymas. $[2; 3]$.

2. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{1000}{\sqrt{2}}$ vardiklyje.

Sprendimas.

$$\frac{1000}{\sqrt{2}} = \frac{1000 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1000 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 500 \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{1 \cdot 500 \cdot \sqrt{2}}{1} = 500 \cdot \sqrt{2} = 500\sqrt{2}.$$

Atsakymas. $500\sqrt{2}$.

3. Aurelija nori sudaryti šešių savo mėgstamiausių dainų grojaraštį. Apskaičiuokite, kiek yra skirtingų būdų išdėstyti šias šešias dainas grojaraštyje, kad kiekviena daina skambėtų tik vieną kartą.

Sprendimas.

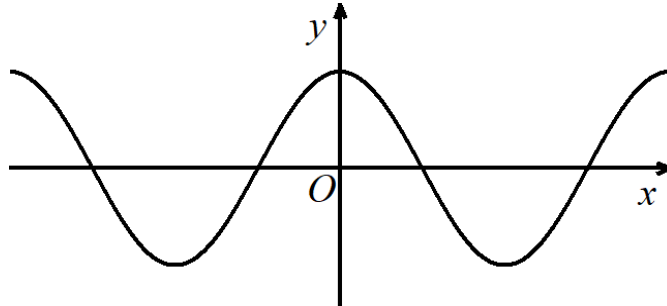
Pirmą dainą galima pasirinkti bet kurią iš šešių – 6 galimybės;
antrą dainą galima pasirinkti bet kurią iš likusių penkių – 5 galimybės;
trečią dainą galima pasirinkti bet kurią iš likusių keturių – 4 galimybės;
ketvirtą dainą galima pasirinkti bet kurią iš likusių trijų – 3 galimybės;
penktą dainą galima pasirinkti bet kurią iš likusių dviejų – 2 galimybės;
šešta daina grojaraštyje bus paskutinė likusi – 1 galimybė.

Šešių dainų išdėstymo grojaraštyje skaičių apskaičiuojame naudodamiesi daugybos taisykle:

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720.$$

Atsakymas. 720 skirtingų būdų.

4. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \cos x$ grafiko eskizas. Nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis $\cos x = -1$ intervale $[-2\pi; 2\pi]$.



Sprendimas.

I būdas. Surašome lygties $\cos(x) = -1$, kai $x \in [-2\pi; 2\pi]$, sprendinius:

$$x_1 = -\pi, \quad x_2 = \pi.$$

II būdas. Kosinusoidė $y = \cos(x)$ ir tiesė $y = -1$, kai $x \in [-2\pi; 2\pi]$, turi du bendrus taškus: $(-\pi; -1)$, $(\pi; -1)$, – šių taškų abscisės yra duotosios lygties sprendiniai.

Atsakymas. Lygtis turi 2 sprendinius.

5. Geometrinės progresijos (b_n) bendrojo nario formulė yra $b_n = 3 \cdot 2^n$, $n \in \mathbb{N}$. Nustatykite, kelintas šios progresijos narys yra skaičius 1536.

Sprendimas.

I būdas. Duota, kad $b_n = 1536$, $b_n = 3 \cdot 2^n$. Sudarome ir išsprendžiame lygtį:

$$\begin{aligned} 3 \cdot 2^n &= 1536, \quad | : 3 \\ 2^n &= 512, \\ 2^n &= 2^9, \\ n &= 9. \end{aligned}$$

II būdas. Į duotą bendrojo nario formulę rašome n reikšmes, kol randame tą reikšmę, su kuria $b_n = 1536$:

kai $n = 1$, tai $b_1 = 3 \cdot 2^1 = 6$;

kai $n = 2$, tai $b_2 = 3 \cdot 2^2 = 12$;

.....

kai $n = 8$, tai $b_8 = 3 \cdot 2^8 = 3 \cdot 256 = 768$;

kai $n = 9$, tai $b_9 = 3 \cdot 2^9 = 3 \cdot 512 = 1536$.

Atsakymas. 9.

6. Išspręskite lygtį $(x - 1)\sqrt{x - 3} = 0$.

Sprendimas.

I būdas.

1. Lygties apibrėžimo sritis: $x - 3 \geq 0$, $x \geq 3$.

2.

$$(x - 1)\sqrt{x - 3} = 0, \Rightarrow x - 1 = 0, \quad x - 3 = 0, \\ x = 1; \quad x = 3.$$

3. Gautoji $x = 1$ reikšmė netinka, nes $1 < 3$ – skaičius 1 nepriklauso lygties apibrėžimo sričiai, todėl jis nėra lygties sprendinys.

II būdas.

$$(x - 1)\sqrt{x - 3} = 0, \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0, \\ x - 3 = 0, \\ x - 3 \geq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = 3, \\ x \geq 3, \end{cases} \Rightarrow x = 3.$$

Atsakymas. $x = 3$.

7. Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes.

x	$(-\infty; -7)$	-7	$(-7; 3)$	3	$(3; +\infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$

Užrašykite funkcijos $f(x)$ reikšmių mažėjimo intervalą (ar intervalus).

Sprendimas.

Funkcija yra mažėjančioji su tomis funkcijos argumento reikšmėmis, su kuriomis funkcijos išvestinės reikšmės yra neigiamos. Iš lentelės matome, kad

$$f'(x) < 0, \text{ kai } x \in (-7; 3).$$

Atsakymas. $f(x) \searrow$, kai $x \in (-7; 3)$.

8. Raskite funkcijos $f(x) = 2 + x^2$ kurią nors pirmąją funkciją $F(x)$.

Sprendimas. Funkcijos $f(x) = 2 + x^2$ visos pirmąjės funkcijos yra

$$\int f(x) dx = \int (2 + x^2) dx = 2x + \frac{x^3}{3} + C, \quad C \in \mathbb{R}.$$

Pasirinkę kurią nors konstantos C reikšmę, gauname vieną funkcijos $f(x) = 2 + x^2$ pirmąją funkciją, pavyzdžiui, kai $C = 0$, tai $F(x) = 2x + \frac{x^3}{3}$.

Atsakymas. $F(x) = 2x + \frac{x^3}{3}$.

9. Apskaičiuokite $\cos(2\alpha)$, kai $\cos \alpha = 0,8$, o $\sin \alpha = 0,6$.

Sprendimas.

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 0,8^2 - 0,6^2 = (0,8 - 0,6)(0,8 + 0,6) = 0,2 \cdot 1,4 = 0,28.$$

Atsakymas. 0,28.

10. Apskaičiuokite $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, kai $\operatorname{tg} \alpha = 5$.

Sprendimas.

$$\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\operatorname{tg}(\alpha) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)}{1 + \operatorname{tg}(\alpha) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{5 - 1}{1 + 5 \cdot 1} = \frac{4}{1 + 5} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Atsakymas. $\frac{2}{3}$.

Juodraštis

II dalis

Išspręskite 11–20 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

11. Suprastinkite reiškinius:

11.1. $\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}};$

(1 taškas)

Sprendimas.

I būdas.

$$\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^1 \cdot 3^{2000,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5} \cdot (3^1 - 1)}{3^{2000,5}} = \frac{2}{1} = 2.$$

II būdas.

$$\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2001,5}}{3^{2000,5}} - \frac{3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = 3^{2001,5-2000,5} - 1 = 3^1 - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Atsakymas. 2.

11.2. $\sqrt{(1-x)^2} + |1-x|$, kai $x > 1$;

(2 taškai)

Sprendimas.

I būdas.

Kai $x > 1$, tai $1 - x < 0$, todėl:

$$\sqrt{(1-x)^2} + |1-x| = -(1-x) - (1-x) = -1+x-1+x = -2+2x.$$

II būdas.

$$\sqrt{(1-x)^2} + |1-x| = \sqrt{(x-1)^2} + |x-1|.$$

Kai $x > 1$, tai $x - 1 > 0$, todėl:

$$\sqrt{(x-1)^2} + |x-1| = (x-1) + (x-1) = x-1+x-1 = 2x-2.$$

Atsakymas. $2x - 2$.

11.3. $\log_{a^5}(\sqrt{a})$;

(2 taškai)

*Sprendimas.**I būdas.*

$$\log_{a^5}(\sqrt{a}) = \frac{1}{5} \cdot \log_a(\sqrt{a}) = \frac{1}{5} \cdot \log_a\left(a^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_a(a) = \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}.$$

II būdas.

$$\log_{a^5}(\sqrt{a}) = x,$$

$$(a^5)^x = \sqrt{a},$$

$$a^{5x} = a^{\frac{1}{2}},$$

$$5x = \frac{1}{2},$$

$$x = \frac{1}{2} : 5 = \frac{1}{2} : \frac{1}{1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{10}.$$

Atsakymas. $\frac{1}{10}$.**11.4.** $\frac{\sin(x + 100\pi) - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)}$.

(2 taškai)

Sprendimas.

$$\begin{aligned} \frac{\sin(x + 100\pi) - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)} &= \frac{\sin(x) - (-2 \sin(x))}{\operatorname{tg}(x)} = \frac{\sin(x) + 2 \sin(x)}{\operatorname{tg}(x)} = \frac{3 \sin(x)}{\operatorname{tg}(x)} = \\ &= 3 \sin(x) : \operatorname{tg}(x) = 3 \sin(x) : \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = 3 \sin(x) \cdot \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = 3 \cos(x). \end{aligned}$$

Atsakymas. $3 \cos(x)$.

12. Atsitiktinis dydis X – vieną kartą žaidžiant loteriją „Ltgalių LOTO“ laimėta suma eurai. Pateikta atsitiktinio dydžio X skirstinio lentelė.

x	0	5	10	50
$P(X = x)$	0,7	0,25	p	0,01

12.1. Parodykite, kad $p = 0,04$.

(1 taškas)

Sprendimas.

Atsitiktinio dydžio visų reikšmių tikimybių suma lygi 1, todėl:

$$0,7 + 0,25 + p + 0,01 = 1,$$

$$p + 0,96 = 1,$$

$$p = 1 - 0,96,$$

$$p = 0,04.$$

Atsakymas. Parodyta.

12.2. Parodykite, kad $EX = 2,15$.

(1 taškas)

Sprendimas.

Atsitiktinio dydžio X matematinė viltis EX lygi atsitiktinio dydžio reikšmių ir tų reikšmių tikimybių sandaugų sumai:

$$EX = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,04 + 50 \cdot 0,01 = 0 + 1,25 + 0,4 + 0,5 = 2,15.$$

Atsakymas. Parodyta.

12.3. Atsitiktinis dydis Y – vieną kartą žaidžiant loteriją „Jotvingių LOTO“ laimėta suma eurai. Pateikta atsitiktinio dydžio Y skirstinio lentelė.

y	0	2	5	100	500
$P(Y = y)$	0,65	0,32	0,02	0,009	0,001

Kurią loteriją – „Latgalių LOTO“ ar „Jotvingių LOTO“ – labiau apsimoka žaisti, jeigu jų abiejų bilietai kainuoja tiek pat? Atsakymą argumentuokite.

(2 taškai)

Sprendimas.

1. Apskaičiuojame loterijos „Jotvingių LOTO“ matematinę viltį:

$$\begin{aligned} EY &= 0 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = \\ &= 0 + 0,64 + 0,1 + 0,9 + 0,5 = 2,14. \end{aligned}$$

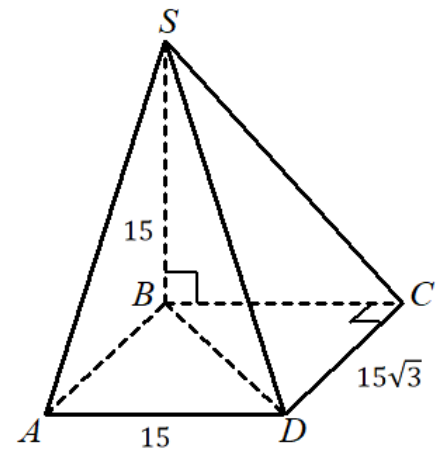
2. Loterijos „Jotvingių LOTO“ matematinė viltis yra mažesnė už loterijos „Latgalių LOTO“ matematinę viltį $EY < EX$, nes

$$2,14 < 2,15,$$

todėl labiau apsimoka žaisti loteriją „Latgalių LOTO“.

Atsakymas. Labiau apsimoka žaisti loteriją „Latgalių LOTO“.

- 13.** Paveiksle pavaizduotos piramidės $SABCD$ pagrindas – stačiakampis $ABCD$, kurio kraštinių ilgiai yra 15 ir $15\sqrt{3}$. Piramidės briauna SB yra piramidės aukštinė, o jos ilgis yra 15.



- 13.1.** Apskaičiuokite piramidės $SABCD$ tūrį.

(1 taškas)

Sprendimas.

1. Piramidės tūris lygus piramidės pagrindo ploto ir piramidės aukštinės ilgio sandaugos trečdaliui:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot 15 = 5 \cdot S_{ABCD}.$$

2. Apskaičiuojame piramidės pagrindo plotą:

$$S_{ABCD} = AD \cdot DC = 15 \cdot 15\sqrt{3} = 225\sqrt{3}.$$

3. Vadinasi, piramidės tūris

$$V = 5 \cdot S_{ABCD} = 5 \cdot 225\sqrt{3} = 1125\sqrt{3}.$$

Atsakymas. $1125\sqrt{3}$.

13.2. Yra žinoma, kad piramidės šoninė siena SAD yra statusis trikampis. Apskaičiuokite šios sienos plotą.

(2 taškai)

Sprendimas.

1. Trikampyje SAD statusis kampas yra $\angle SAD$.
2. Trikampio SAD plotas:

$$S_{\triangle SAD} = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot SA \cdot 15 = \frac{15}{2} \cdot SA.$$

3. SA ilgį apskaičiuojame naudodamiesi stačiuoju trikampiu SBA ($SB \perp AB$, nes SB yra piramidės aukštinė; $AB = 15\sqrt{3}$, nes $AB = CD$ – stačiakampio priešingų kraštinių ilgiai yra vienodi). Pagal Pitagoro teoremą:

$$SA^2 = SB^2 + AB^2,$$

$$SA^2 = 15^2 + (15\sqrt{3})^2,$$

$$SA^2 = 225 + 225 \cdot 3,$$

$$SA^2 = 900,$$

$$SA = -30 \text{ (netinka, nes } SA < 0),$$

$$SA = 30.$$

4. Vadinasi,

$$S_{\triangle SAD} = \frac{15}{2} \cdot SA = \frac{15}{2} \cdot 30 = 225.$$

Atsakymas. 225.

13.3. Nustatykite kampo tarp piramidės šoninės sienos SAD plokštumos ir pagrindo $ABCD$ plokštumos didumą.

(1 taškas)

Sprendimas.

1. $\angle(SAD; ABCD) = \angle SAB$, nes $AS \perp AD$ ir $AB \perp AD$.
2. Kampo SAB didumą randame naudodamiesi stačiuoju trikampiu SBA ($\angle SBA = 90^\circ$, $SB = 15, AB = 15\sqrt{3}$):

$$\operatorname{tg}(\angle SAB) = \frac{SB}{AB} = \frac{15}{15\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

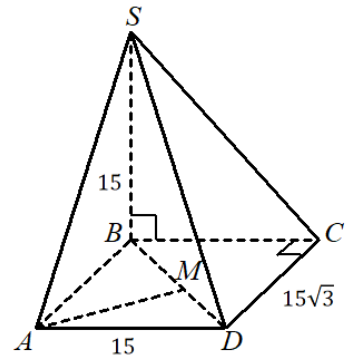
Vadinasi,

$$\angle SAB = 30^\circ.$$

Atsakymas. 30° .

- 13.4.** Yra žinoma, kad taškas M priklauso piramidės pagrindo įstrižainei BD ir atkarpos AM ilgis lygus atstumui nuo taško A iki plokštumos SBD . Apskaičiuokite atkarpos AM ilgį.

(3 taškai)

*Sprendimas.*

- $AM \perp BD$, nes AM yra atstumas iki plokštumos SBD , todėl $AM \perp SBD$, – AM yra statmena kiekvienai plokštumos SBD tiesei.
- Apskaičiuojame BD ilgį. Iš stačiojo trikampio BAD ($\angle BAD = 90^\circ$, $BA = 15\sqrt{3}$, $AD = 15$), pagal Pitagoro teoremą:

$$\begin{aligned} BD^2 &= AB^2 + AD^2, \\ BD^2 &= (15\sqrt{3})^2 + 15^2, \\ BD^2 &= 900, \\ BD &= -30 \text{ (netinka, nes } BD < 0), \\ BD &= 30. \end{aligned}$$

- Apskaičiuojame trikampio ABD plotą:

$$S_{\triangle ABD} = \frac{AB \cdot AD}{2} = \frac{15\sqrt{3} \cdot 15}{2} = \frac{225\sqrt{3}}{2}.$$

- Randame trikampio ABD plotą, naudodamiesi trikampio aukštine AM :

$$S_{\triangle ABD} = \frac{BD \cdot AM}{2} = \frac{30 \cdot AM}{2} = 15 \cdot AM.$$

- Vadinasi,

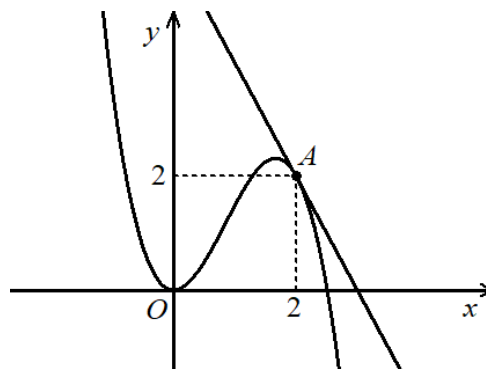
$$\begin{aligned} 15 \cdot AM &= \frac{225\sqrt{3}}{2}, \\ AM &= \frac{225\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{15}, \\ AM &= \frac{15\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

Atsakymas. $\frac{15\sqrt{3}}{2}$.

14. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko eskizas ir jo liestinė taške $A(2; 2)$.

14.1. Apskaičiuokite $f'(2)$.

(1 taškas)



Sprendimas.

$$1. \quad f'(x) = (2,5x^2 - x^3)' = (2,5x^2)' - (x^3)' = 2,5 \cdot 2x - 3x^2 = 5x - 3x^2.$$

$$2. \quad f'(x) = 5x - 3x^2, \quad f'(2) = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 10 - 3 \cdot 4 = 10 - 12 = -2.$$

Atsakymas. -2 .

14.2. Parodykite, kad funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinės, liečiančios funkcijos $y = f(x)$ grafiką taške $A(2; 2)$, lygtis yra $y = -2x + 6$.

(1 taškas)

Sprendimas.

Funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinės, liečiančios grafiką taške $(2; 2)$ lygtis yra

$$y = f'(2) \cdot (x - 2) + f(2).$$

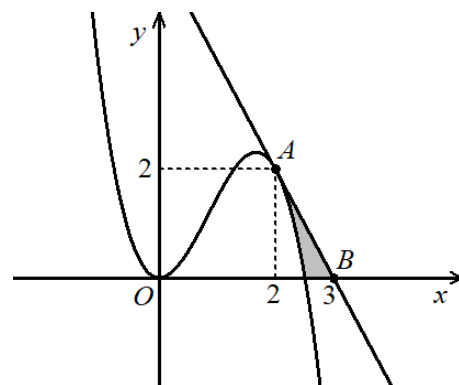
$f'(2) = -2, f(2) = 2$, todėl

$$y = f'(2) \cdot (x - 2) + f(2) = -2 \cdot (x - 2) + 2 = -2x + 4 + 2 = -2x + 6.$$

Atsakymas. Parodyta.

- 14.3.** Funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinė $y = -2x + 6$ ašį Ox kerta taške $B(3; 0)$. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafikas, jo liestinė $y = -2x + 6$ ir Ox ašis, plotą (žr. pav.).

(4 taškai)

*Sprendimas.*Tašką $(2; 0)$ pažymėkime raide C .Apskaičiuojame funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko sankirtos su abscisių ašimi abscisę:

$$\begin{aligned} 0 &= 2,5x^2 - x^3, \\ x^2(2,5 - x) &= 0, \\ x^2 &= 0, \quad 2,5 - x = 0, \\ x &= 0, \quad x = 2,5. \end{aligned}$$

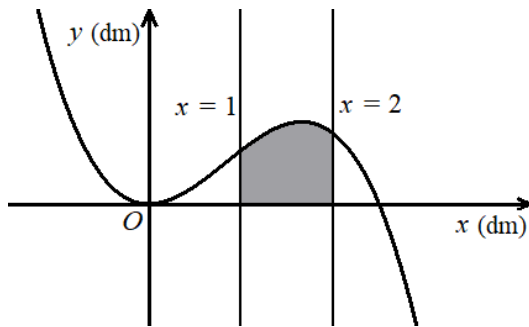
Taške $O(0; 0)$ funkcijos $y = f(x)$ grafikas liečia Ox ašį, o taške $D(2,5; 0)$ funkcijos $y = f(x)$ grafikas kerta Ox ašį.

Ieškomas nuspalvintos figūros plotas:

$$\begin{aligned} S &= S_{\triangle ABC} - \int_2^{2,5} f(x) dx = \frac{2 \cdot (3 - 2)}{2} - \int_2^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx = 1 - \left(\frac{2,5x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_2^{2,5} = \\ &= 1 - \left(\frac{2,5 \cdot 2,5^3}{3} - \frac{2,5^4}{4} - \left(\frac{2,5 \cdot 2^3}{3} - \frac{2^4}{4} \right) \right) = 1 - \left(\frac{2,5^4}{3} - \frac{2,5^4}{4} - \frac{2,5 \cdot 2^3}{3} + \frac{2^4}{4} \right) = \\ &= 1 - \frac{4 \cdot 2,5^4 - 3 \cdot 2,5^4 - 4 \cdot 2,5 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^4}{12} = 1 - \frac{2,5^4 - 80 + 48}{12} = \\ &= \frac{12 - 39,0625 + 80 - 48}{12} = \frac{4,9375}{12} = \frac{4,9375 \cdot 16}{12 \cdot 16} = \frac{79}{192}. \end{aligned}$$

Atsakymas. $\frac{79}{192}$.

14.4. Dekoratyvinė vazelė yra sukinio formos. Šis sukinys gautas apie absčių ašį sukančią kreivinę trapeciją, apribotą funkcijos $g(x) = \frac{1}{5} \cdot f(x) = \frac{1}{5}(2,5x^2 - x^3)$ grafiku bei tiesėmis $x = 1$, $x = 2$ ir $y = 0$ (žr. pav.). Apskaičiuokite vazelės tūrį (į vazelės sienelių storį neatsižvelkite). Atsakymą pateikite su π kubiniais decimetrais.



(2 taškai)

Sprendimas.

Sukinio tūris lygus:

$$\begin{aligned}
 V &= \pi \cdot \int_1^2 \left(\frac{1}{5} \cdot (2,5x^2 - x^3) \right)^2 dx = \pi \cdot \int_1^2 \frac{1}{25} \cdot (2,5x^2 - x^3)^2 dx = \\
 &= \frac{\pi}{25} \cdot \int_1^2 (6,25x^4 - 5x^5 + x^6) dx = \frac{\pi}{25} \cdot \left(\frac{6,25x^5}{5} - \frac{5x^6}{6} + \frac{x^7}{7} \right) \Big|_1^2 = \\
 &= \frac{\pi}{25} \cdot \left(\frac{6,25 \cdot 2^5}{5} - \frac{5 \cdot 2^6}{6} + \frac{2^7}{7} - \left(\frac{6,25 \cdot 1^5}{5} - \frac{5 \cdot 1^6}{6} + \frac{1^7}{7} \right) \right) = \\
 &= \frac{\pi}{25} \cdot \left(1,25 \cdot 32 - \frac{160}{3} + \frac{128}{7} - 1,25 + \frac{5}{6} - \frac{1}{7} \right) = \\
 &= \frac{\pi}{25} \cdot \left(40 - 1,25 - \frac{320}{6} + \frac{5}{6} + \frac{128}{7} - \frac{1}{7} \right) = \\
 &= \frac{\pi}{25} \cdot \left(38,75 - \frac{315}{6} + \frac{127}{7} \right) = \frac{\pi}{25} \cdot \left(38,75 - \frac{105}{2} + \frac{127}{7} \right) = \\
 &= \frac{\pi}{25} \cdot \left(\frac{155}{4} - \frac{105}{2} + \frac{127}{7} \right) = \frac{\pi}{25} \cdot \left(\frac{155 \cdot 7}{28} - \frac{105 \cdot 14}{28} + \frac{127 \cdot 4}{28} \right) = \\
 &= \frac{\pi}{25} \cdot \frac{1085 - 1470 + 508}{28} = \frac{\pi}{25} \cdot \frac{123}{28} = \frac{123\pi}{700}.
 \end{aligned}$$

Atsakymas. $\frac{123\pi}{700} \text{ dm}^3$.

15. Įmonė per mėnesį pagamina x tonų produkcijos, kurios gamybos išlaidos (eurais) apskaičiuojamos pagal formulę $I(x) = 200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3$; $x \in [0; 60]$.

15.1. Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė 3 tonas produkcijos. Apskaičiuokite įmonės gamybos išlaidas per šį mėnesį.

(1 taškas)

Sprendimas.

Apskaičiuojame $I(x) = 200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3$ reikšmę, kai $x = 3$:

$$I(3) = 200 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 3^3 = 1800 + 900 - 36 = 2664 \text{ (eurai)}.$$

Atsakymas. 2664 eurai.

15.2. Įmonės pajamos, pardavus vieną toną produkcijos, yra 9900 eurų.

Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė x tonų produkcijos. Parodykite, kad vieno mėnesio įmonės pelnas (*pelnas = pajamos – išlaidos*) eurais lygus $P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x$.

(1 taškas)

Sprendimas.

Įmonė, per mėnesį:

- pardavusi x tonų produkcijos, gauna $9900 \cdot x$ eurų pajamų;
- pagaminusi x tonų produkcijos, patiria $200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3$ eurų išlaidų;
- pagaminusi ir pardavusi x tonų produkcijos, turi

$$\begin{aligned} 9900x - \left(200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3\right) &= 9900x - 200x^2 - 300x + \frac{4}{3}x^3 = \\ &= \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x \end{aligned}$$

eurų pelno.

Įmonės pelną per mėnesį pažymėję raide P , turime įmonės pelno per mėnesį funkciją:

$$P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x,$$

čia x – įmonės per mėnesį pagamintos ir parduotos produkcijos kiekis (tonomis).

Atsakymas. Parodyta.

15.3. Nustatykite, kiek tonų produkcijos reikia pagaminti per mėnesį, kad ją pardavus įmonės mėnesio pelnas būtų didžiausias.

(3 taškai)

Sprendimas.

Įmonės per mėnesį gaunamo pelno (eurais) funkcija:

$$P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x, \quad x \in [0; 60];$$

čia x – įmonės per mėnesį pagamintos ir parduotos produkcijos kiekis tonomis.

Funkcija $P(x)$, $x \in [0; 60]$, didžiausią ir mažiausią reikšmę įgyja su tomis x reikšmėmis, su kuriomis funkcijos išvestinė lygi 0 (arba neegzistuoja) arba intervalo $[0; 60]$ galuose (kai $x = 0$, $x = 60$).

1. Randame funkcijos išvestinę:

$$P'(x) = \left(\frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x\right)' = \frac{4}{3} \cdot 3x^2 - 200 \cdot 2x + 9600 = 4x^2 - 400x + 9600.$$

2. Apskaičiuojame x reikšmes, su kuriomis funkcijos išvestinė lygi 0 (randame funkcijos kritinius taškus):

$$P'(x) = 0,$$

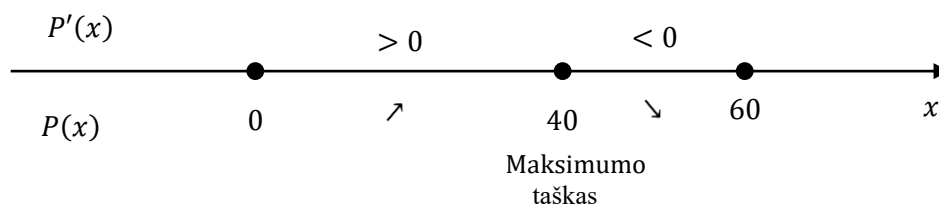
$$4x^2 - 400x + 9600 = 0, \quad | : 4$$

$$x^2 - 100x + 2400 = 0,$$

$$D = 10\,000 - 9600 = 400,$$

$$x = \frac{100 - 20}{2} = 40, \quad x = \frac{100 + 20}{2} = 60.$$

3. Nustatome, ar funkcijos $P'(x)$ intervalo $x \in [0; 60]$ vidaus taškas $x = 40$ yra ekstremumo taškas:



Taškas $x = 40$ yra funkcijos $P(x)$ maksimumo taškas, nes pereinant šį tašką funkcijos išvestinės ženklas iš pliuso keičiasi į minusą, todėl funkcija šiame taške iš didėjančios pereina į mažėjančiąją.

Pastaba. Vietoj 3 punkto galima apskaičiuoti funkcijos $P(x)$ reikšmes intervalo galuose ($x = 0$, $x = 60$) ir gautajame kritiniame taške ($x = 40$):

$$P(0) = 0, \quad P(60) = \frac{4}{3} \cdot 60^3 - 200 \cdot 60^2 + 9600 \cdot 60 = 144\,000, \quad P(40) = \frac{4}{3} \cdot 40^3 - 200 \cdot 40^2 + 9600 \cdot 40 = 149\,333\frac{1}{3}.$$

Atsakymas. 40 tonų.

16. Išspręskite lygtį $\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$.

(3 taškai)

Sprendimas.

$$\sin(x) = 5 \sin\left(\frac{x}{2}\right),$$

$$\sin\left(2 \cdot \frac{x}{2}\right) = 5 \sin\left(\frac{x}{2}\right),$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 5 \sin\left(\frac{x}{2}\right),$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 5 \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0,$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) \cdot \left(2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 5\right) = 0,$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0, \quad 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 5 = 0.$$

Išsprendžiame gautas lygtis:

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0, \quad \frac{x}{2} = \pi \cdot k, k \in \mathbb{Z}, \quad x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 5 = 0, \quad 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 5, \quad \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 2,5, - \text{lygtis sprendinių neturi.}$$

Atsakymas. $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

17. Išspręskite nelygybę $f'(x) < \frac{1}{4} \ln(0,5) \cdot f(-2)$, kai $f(x) = \frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)}$.

(3 taškai)

Sprendimas.

1. Randame $f'(x)$.

I būdas. Naudojamės trupmenos išvestine:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)} \right)' = \frac{(0,5^{1+2x})' \cdot 2 \ln(0,5) - (2 \ln(0,5))' \cdot 0,5^{1+2x}}{(2 \ln(0,5))^2} = \\ &= \frac{0,5^{1+2x} \cdot (1+2x)' \cdot \ln(0,5) \cdot 2 \ln(0,5) - 0 \cdot 0,5^{1+2x}}{4 \cdot \ln^2(0,5)} = \\ &= \frac{0,5^{1+2x} \cdot 2 \cdot \ln(0,5) \cdot 2 \ln(0,5)}{4 \cdot \ln^2(0,5)} = \\ &= \frac{0,5^{1+2x} \cdot 4 \cdot \ln^2(0,5)}{4 \cdot \ln^2(0,5)} = 0,5^{1+2x}. \end{aligned}$$

II būdas. Skaitinį dauginamąjį iškeliamė prieš išvestinės ženklą:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(\frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)} \right)' = \frac{1}{2 \ln(0,5)} \cdot (0,5^{1+2x})' = \frac{1}{2 \ln(0,5)} \cdot 0,5^{1+2x} \cdot (1+2x)' \cdot \ln(0,5) = \\ &= \frac{1}{2 \ln(0,5)} \cdot 0,5^{1+2x} \cdot 2 \cdot \ln(0,5) = 0,5^{1+2x}. \end{aligned}$$

2. Apskaičiuojame $f(-2)$ reikšmę:

$$f(-2) = \frac{0,5^{1+2 \cdot (-2)}}{2 \ln(0,5)} = \frac{0,5^{-3}}{2 \ln(0,5)} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}{2 \ln(0,5)} = \frac{\left(\frac{2}{1}\right)^3}{2 \ln(0,5)} = \frac{2^3}{2 \ln(0,5)} = \frac{2^2}{\ln(0,5)} = \frac{4}{\ln(0,5)}.$$

3. Išsprendžiame nelygybę:

$$\begin{aligned} 0,5^{1+2x} &< \frac{1}{4} \cdot \ln(0,5) \cdot \frac{4}{\ln(0,5)}, \\ 0,5^{1+2x} &< 1, \\ 0,5^{1+2x} &< 0,5^0, \\ 1+2x &> 0, \text{ nes } 0,5 < 1, \\ 2x &> -1, \\ x &> -\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Atsakymas. $x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

18. Skaičiai $\log_3 17$, $\log_a 17$, $\log_{27} 17$ yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai. Nustatykite skaičiaus a reikšmę (čia $a > 0, a \neq 1$).

(4 taškai)

Sprendimas.

I būdas. Naudojamės aritmetinės progresijos skirtumu (gretimų narių skirtumu – jie yra lygūs):

$$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17,$$

$$\log_a 17 + \log_a 17 = \log_{27} 17 + \log_3 17,$$

$$2 \cdot \log_a 17 = \log_{3^3} 17 + \log_3 17,$$

$$2 \cdot \log_a 17 = \frac{1}{3} \cdot \log_3 17 + 1 \cdot \log_3 17,$$

$$2 \cdot \log_a 17 = \frac{4}{3} \cdot \log_3 17,$$

$$\log_a 17 = \frac{2}{3} \cdot \log_3 17,$$

$$\frac{1}{\log_{17} a} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\log_{17} 3},$$

$$\frac{1}{\log_{17} a} = \frac{2}{3 \cdot \log_{17} 3},$$

$$\frac{1}{\log_{17} a} = \frac{2}{\log_{17} 27},$$

$$\log_{17} 27 = 2 \cdot \log_{17} a,$$

$$\log_{17} 27 = \log_{17}(a^2),$$

$$27 = a^2,$$

$$a = -\sqrt{27} \text{ (netinka, nes } a < 0),$$

$$a = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}.$$

II būdas. Naudojamės aritmetinės progresijos viduriniojo nario savybe:

$$\log_a 17 = \frac{\log_3 17 + \log_{27} 17}{2}.$$

Toliau sprendžiame kaip *I būde*.

Atsakymas. $a = 3\sqrt{3}$.

- 19.** Benas neseniai pradėjo dirbti kalviu. Benui gaminant metalinę detalę, tikimybė, kad pagaminta detalė bus netinkama, yra dvigubai didesnė už tikimybę, kad pagaminta detalė bus tinkama. Benas pagamino 8 metalines detales. Apskaičiuokite tikimybę, kad tarp pagamintų detalių bus bent 3 tinkamos.

(4 taškai)

Sprendimas.

Pažymime:

- įvykį T – „Pagaminta detalė yra tinkama“, tada įvykis $\bar{T}$ – „Pagaminta detalė yra netinkama“;
- įvykio T tikimybę – p , t. y. $P(T) = p$, tada $P(\bar{T}) = 2p$.

Įvykiai T ir $\bar{T}$ yra vienas kitam priešingi, todėl jų tikimybių suma lygi 1:

$$P(T) + P(\bar{T}) = 1, \quad p + 2p = 1, \quad 3p = 1, \quad p = \frac{1}{3}.$$

Vadinasi,

$$P(T) = \frac{1}{3}, \quad P(\bar{T}) = \frac{2}{3}.$$

I būdas. Naudokimės atsitiktiniu dydžiu X – „Pagamintų tinkamų detalių skaičius“. Atsitiktinis dydis X įgyja 9 skirtingas reikšmes:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X = x)$									

$X = 0$, – kai pagamintos visos 8 detalės yra netinkamos – $0T + 8\bar{T}$,
 $X = 1$, – kai pagaminta 1 detalė yra tinkama, o 7 yra netinkamos – $1T + 7\bar{T}$,
 $X = 2$, – kai pagamintos 2 detalės yra tinkamos, o 6 yra netinkamos – $2T + 6\bar{T}$,
 $X = 3$, – kai pagamintos 3 detalės yra tinkamos, o 5 yra netinkamos – $3T + 5\bar{T}$,
 $X = 4$, – kai pagamintos 4 detalės yra tinkamos, o 4 yra netinkamos – $4T + 4\bar{T}$,
 $X = 5$, – kai pagamintos 5 detalės yra tinkamos, o 3 yra netinkamos – $5T + 3\bar{T}$,
 $X = 6$, – kai pagamintos 6 detalės yra tinkamos, o 2 yra netinkamos – $6T + 2\bar{T}$,
 $X = 7$, – kai pagamintos 7 detalės yra tinkamos, o 1 yra netinkama – $7T + 1\bar{T}$,
 $X = 8$, – kai pagamintos visos 8 detalės yra tinkamos – $8T + 0\bar{T}$.

Visų šių atsitiktinio dydžio reikšmių tikimybių suma lygi 1:

$$\begin{aligned}
 &P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + \\
 &+ P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8) = \\
 &= 1.
 \end{aligned}$$

Reikia apskaičiuoti tikimybę

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8),$$

arba

$$1 - P(X < 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2).$$

Sprendimas (tęsinys).

Apskaičiuojame tikimybę, kad visos detalės bus netinkamos – tinkamų detalių skaičius lygus 0, t. y. $P(X = 0)$.

Tikimybė, kad:

1-oji detalė netinkama, lygi $\frac{2}{3}$;

1-oji ir 2-oji detalės netinkamos, lygi $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$;

.....

visos 8 detalės netinkamos, lygi $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^8$.

Vadinasi,

$$P(X = 0) = \left(\frac{2}{3}\right)^8.$$

Apskaičiuojame tikimybę, kad viena detalė bus tinkama (7 – netinkamos) – tinkamų detalių skaičius lygus 1, t. y. $P(X = 1)$.

Tikimybė, kad:

1-oji detalė tinkama, o kitos 7-ios – netinkamos, lygi $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$;

2-oji detalė tinkama, o kitos 7-ios – netinkamos, lygi $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$;

.....

8-oji detalė tinkama, o kitos 7-ios – netinkamos, lygi $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7$.

Vadinasi,

$$P(X = 1) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 8.$$

Apskaičiuojame tikimybę, kad dvi pagamintos detalės bus tinkamos (6 – netinkamos) – tinkamų detalių skaičius lygus 2, t. y. $P(X = 2)$.

Tikimybė, kad 1-oji ir 2-oji detalės tinkamos, o kitos 6 – netinkamos, lygi $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6$.

Dviejų netinkamų detalių tikimybė nepriklauso nuo to, kurios dvi detalės netinkamos, o 2 detales iš 8 galima pasirinkti $\frac{8 \cdot 7}{2}$ būdais.

Vadinasi,

$$P(X = 2) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2}.$$

Tikimybė, kad daugiau negu 2 detalės bus tinkamos, lygi:

$$\begin{aligned} P(X \geq 3) &= 1 - P(X < 3) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 2) = \\ &= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^8 - \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot 8 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 1 - \frac{2^{10}}{3^7} = 1 - \frac{1024}{2187} = \frac{1163}{2187}. \end{aligned}$$

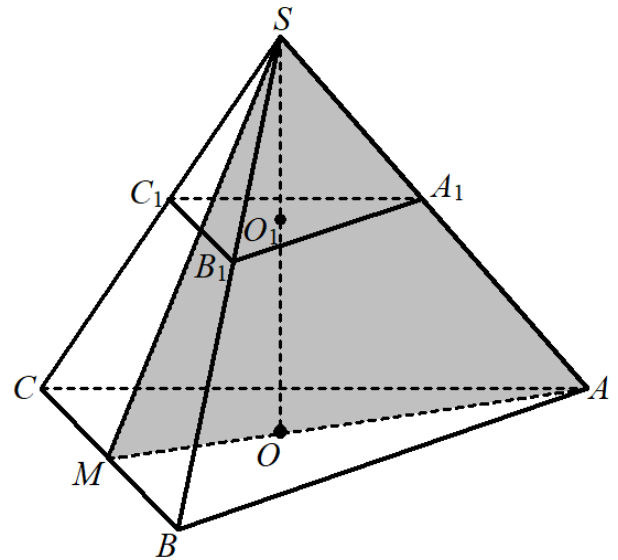
II būdas. Naudojamės Bernulio formule:

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) = 1 - C_8^0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 - C_8^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 - C_8^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6.$$

Atsakymas. $\frac{1163}{2187}$.

20. Atkarpa SO yra taisyklingosios trikampės piramidės $SABC$ aukštinė, atkarpa SM – piramidės šoninės sienos aukštinė (žr. pav.). Piramidės pjūvio SAM plotas yra 8 kartus didesnis už pjūvio $A_1B_1C_1$, lygiagretaus su pagrindu ABC , plotą. Aukštinė SO plokštumą $A_1B_1C_1$ kerta taške O_1 . Piramidės šoninė briauna SA į pagrindo plokštumą pasvirusi kampas, kurio tangentas lygus $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Apskačiuokite $\frac{SO_1}{OO_1}$.



(5 taškai)

Sprendimas.

Taisyklingosios piramidės $SABC$ aukštinės SO pagrindas O yra piramidės pagrindo (lygiakraščio trikampio ABC) pusiaukraštinių susikirtimo taškas.

Pažymėkime piramidės $SABC$ pagrindo ABC kraštinės ilgį a ($AB = BC = AC = a$).

Tada:

$$AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a, \quad AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a, \quad S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2.$$

Kampas tarp piramidės šoninės briaunos SA ir piramidės pagrindo plokštumos ABC yra

$$\angle(SA; ABC) = \angle SAO.$$

Iš stačiojo trikampio SOA :

$$SO = AO \cdot \operatorname{tg}(\angle SAO) = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot a,$$

$$S_{\triangle SAM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot SO = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{8} \cdot a^2.$$

Piramidės lygiagrečiojo pjūvio $A_1B_1C_1$ plotas:

$$S_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{S_{\triangle SAM}}{8} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{8} \cdot a^2}{8} = \frac{\sqrt{3}}{64} \cdot a^2.$$

Sprendimas (tęsinys).

Trikampiai ABC ir $A_1B_1C_1$ yra panašūs, nes piramidės pjūvio plokštuma yra lygiagreti piramidės pagrindo plokštumai. Šių trikampių plotų santykis:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2 \right) : \left(\frac{\sqrt{3}}{64} \cdot a^2 \right) = 16.$$

Trikampių ABC ir $A_1B_1C_1$ panašumo koeficientas yra lygus $\sqrt{16} = 4$, todėl

$$\frac{AO}{A_1O_1} = 4.$$

Panašių trikampių SOA ir SO_1A_1 panašumo koeficientas lygus 4, todėl

$$\frac{SO}{SO_1} = 4,$$

$$SO_1 = \frac{SO}{4}.$$

Kadangi $SO = \frac{1}{2} \cdot a$, tai

$$SO_1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot a}{4} = \frac{1}{8} \cdot a.$$

Randame OO_1 :

$$OO_1 = SO - SO_1 = \frac{1}{2} \cdot a - \frac{1}{8} \cdot a = \frac{3}{8} \cdot a.$$

Apskaičiuojame santykį:

$$\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{\frac{1}{8} \cdot a}{\frac{3}{8} \cdot a} = \frac{1}{3}.$$

Atsakymas. $\frac{1}{3}$.

Juodraštis

Kandidato identifikavimo kodas

Kandidato parašas

Pasirašydamas patvirtinu, kad šis atsakymų lapas yra mano ir kad užduotis atlikau savarankiškai (t. y. be pašalinės pagalbos)

Informacija iš vykdymo protokolo:

Grupė

, vieta (eilės numeris protokole)

I dalis

[rašykite tik gautus atsakymus (1–10 uždaviniai)].

1.

$$[2; 3]$$

2.

$$500\sqrt{2}$$

3.

$$720$$

4.

$$2$$

5.

$$9$$

6.

$$x = 3$$

7.

$$x \in (-7; 3)$$

8.

$$F(x) = \frac{x^3}{3} + 2x + C, C \in \mathbb{R}$$

9.

$$0,28$$

10.

$$\frac{2}{3}$$

II dalis

[rašykite sprendimus ir atsakymus (11–20 uždaviniai)].

11.1.

Sprendimas

$$\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5} \cdot (3 - 1)}{3^{2000,5}} = 2$$

(1)

Ats.: 2

11.2.

Sprendimas

$$\text{Kai } x > 1, \text{ tai } \sqrt{(1-x)^2} + |1-x| = |1-x| + |1-x| = 2 \cdot |1-x| = 2 \cdot |x-1| = 2 \cdot (x-1) = 2x-2$$

(2)

Ats.: $2x-2$

11.3.

Sprendimas

$$\log_{25}(\sqrt{a}) = \frac{1}{5} \cdot \log_{25} a = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

(2)

Ats.: $\frac{1}{10}$

11.4.

Sprendimas

$$\frac{\sin(x+100\pi) - 2\sin(-x)}{\operatorname{tg}(x+11\pi)} = \frac{\sin x + 2\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{3\sin x \cos x}{\sin x} = 3\cos x$$

(2)

Ats.: $3\cos x$

12.1.	Sprendimas	Atsitiktinio dydžio vienos reikšmių tikimybių suma lygi 1, todėl: $0,7 + 0,25 + p + 0,01 = 1, \Rightarrow p = 1 - 0,96, \Rightarrow p = 0,04.$ Parodyta.	(1)
12.2.	Sprendimas	$EX = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,04 + 50 \cdot 0,01 = 2,15$ Parodyta.	(1)
12.3.	Sprendimas	1) Apskaičiuojame $EY = 0 \cdot 0,625 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = 2,14.$ 2) Palyginame EY ir EX : $2,14 < 2,15.$ 3) $EY < EX$, todėl laisvai pasirinktume „Lėtąsias bato“.	(2)
13.1.	Sprendimas	$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SB = \frac{1}{3} \cdot (15 \cdot 15\sqrt{3}) \cdot 15 = 1125\sqrt{3}$ Ats.: $1125\sqrt{3}$	(1)
13.2.	Sprendimas	1) ΔSAD statinis kampas yra $\angle SAD$, nes SA yra perstatytas plokštumos $ABCD$ plokštuma, o AD yra plokštumos SA projekcija, kuri statmena AD , $\rightarrow SA \perp AD$ (atitiktis ir statmenų testas). 2) Iš statinio ΔSDA ($\angle SDA = 90^\circ$): 3) $S_{SAD} = \frac{30 \cdot 15}{2} = 225$ $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{30^2 - 15^2} = 15\sqrt{3}$ $SA \cdot \sin \angle ASD = 15 \cdot 2 = 30, SA = 30$ (wt.4) Ats.: 225	(2)
13.3.	Sprendimas	1) $\angle (SAD, ABCD) = \angle SAB$ nes $AB \perp AD$ ir $SA \perp AD$ 2) Iš statinio ΔSBA : statinis $AB = 15$ yra lygus trumpesniui katinui $AS = 30$, todėl $\angle SAB = 30^\circ$. Ats.: 30°	(1)
13.4.	Sprendimas	1) $AM \perp BD$ nes $AM \perp SB$ ir $AM \perp SD$ 2) $BD^2 = AB^2 + AD^2, \Rightarrow BD^2 = 15^2 + 15^2 = 225 \cdot 2, \Rightarrow BD = 30$ $BD = 30$ (wt.4) 3) $S_{ABCD} = \frac{AB \cdot AD}{2} = \frac{15\sqrt{3} \cdot 15}{2} = \frac{225\sqrt{3}}{2}$ $S_{ABCD} = \frac{BD \cdot AM}{2} = \frac{30 \cdot AM}{2} = 15AM$ 4) $15AM = \frac{225\sqrt{3}}{2}, \Rightarrow AM = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ Ats.: $\frac{15\sqrt{3}}{2}$	(3)
14.1.	Sprendimas	1) $f'(x) = (2,5x^2 - x^3)' = 5x - 3x^2$ 2) $f'(2) = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = 10 - 12 = -2$ Ats.: -2	(1)
14.2.	Sprendimas	lietinio lygtis yra $f'(2) \cdot (x-2) + f(2) =$ $= -2 \cdot (x-2) + 2 =$ $= -2x + 4 + 2 =$ $= -2x + 6$ Parodyta.	(1)

- 14.3. Sprendimas 1) Reikia apskaičiuoti $S_{ADB} = S_{ACB} - S_{ACD}$.
 2) $S_{ACB} = \frac{AC \cdot CB}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.
 3) Apskaičiuojame taško D abscisę: $2,5x^2 - x^3 = 0$
 $x^2(2,5 - x) = 0$,
 $x = 0$, $x = 2,5$.
 4) $S_{ACD} = \int_0^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx = \left(\frac{2,5x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{2,5} = \frac{2,5^4}{3} - \frac{2,5^4}{4} = \frac{2,5^4}{12} = \frac{15,625}{12}$
 Ats.: $\frac{79}{192}$
- 14.4. Sprendimas $V = \pi \cdot \int_1^2 \left(\frac{1}{5} \cdot (2,5x^2 - x^3) \right)^2 dx = \pi \cdot \int_1^2 \frac{1}{25} (6,25x^4 - 5x^5 + x^6) dx =$
 $= \frac{\pi}{25} \cdot \left(\frac{6,25x^5}{5} - \frac{5x^6}{6} + \frac{x^7}{7} \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{25} \cdot \left(1,25 \cdot 2^5 - \frac{5}{6} \cdot 2^6 + \frac{2^7}{7} - 1,25 + \frac{5}{6} - \frac{1}{7} \right) =$
 $= \frac{\pi}{25} \cdot \frac{123}{28} = \frac{123\pi}{700}$
 Ats.: $\frac{123\pi}{700} \text{ dm}^3$
- 15.1. Sprendimas $I(3) = 200 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 3^3 =$
 $= 200 \cdot 9 + 900 - 36 = 2664 \text{ (eurai)}$
 Ats.: 2664 eurai
- 15.2. Sprendimas Įmonės pelnas, gautas pakeičius x tonų produkciją:
 $P(x) = 9900 \cdot x - (2000x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3) = 9900x - 2000x^2 - 300x + \frac{4}{3}x^3 =$
 $= \frac{4}{3}x^3 - 2000x^2 + 9600x$.
 Paralyte.
- 15.3. Sprendimas 1) $P'(x) = (\frac{4}{3}x^3 - 2000x^2 + 9600x)' = 4x^2 - 4000x + 9600$.
 2) $4x^2 - 4000x + 9600 = 0$, $\Delta = 400$, $x_1 = 40$, $x_2 = 60$.
 3) $P'(x)$ $\begin{matrix} >0 & =0 & <0 \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \text{P}(x) & 0 & \nearrow & 40 & \searrow & 60 & x \end{matrix}$
 maksimumas
 taškas
 4) $P(0) = 0$
 $P(40) = 149333 \frac{1}{3}$
 $P(60) = 144000$
 Ats.: 40 tonų
16. Sprendimas $\sin x = 5 \sin(\frac{x}{2}) \Rightarrow \sin(2 \cdot \frac{x}{2}) = 5 \sin(\frac{x}{2}) \Rightarrow 2 \sin(\frac{x}{2}) \cos(\frac{x}{2}) - 5 \sin(\frac{x}{2}) = 0 \Rightarrow$
 $\sin(\frac{x}{2}) \cdot (2 \cos(\frac{x}{2}) - 5) = 0 \Rightarrow \sin(\frac{x}{2}) = 0$, arba $2 \cos(\frac{x}{2}) - 5 = 0$
 $\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z};$ $2 \cos(\frac{x}{2}) = 5, \cos(\frac{x}{2}) = 2,5$
 $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.
 Ats.: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.
17. Sprendimas 1) $f'(x) = \frac{1}{x \ln(0,5)} \cdot 0,5 \cdot ((0,5)^{2x})' = \frac{0,5}{x \ln(0,5)} \cdot (0,5)^{2x} \cdot 2 \cdot \ln(0,5) =$
 $= 0,5 \cdot (0,5)^{2x} = (0,5)^{1+2x}$
 2) $f(-2) = \frac{(0,5)^{1+2 \cdot (-2)}}{2 \cdot \ln(0,5)} = \frac{(0,5)^{-3}}{2 \ln(0,5)} = \frac{8}{2 \ln(0,5)} = \frac{4}{\ln(0,5)}$.
 3) $(0,5)^{1+2x} < \frac{4}{\ln(0,5)} \cdot \frac{4}{\ln(0,5)} \Rightarrow (0,5)^{1+2x} < 1, \Rightarrow$
 $(0,5)^{1+2x} < (0,5)^0 \Rightarrow 1+2x > 0, \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$.
 Ats.: $x \in (-\frac{1}{2}; +\infty)$

18. Sprendimas $\log_a 17 = \frac{\log_3 17 + \log_{27} 17}{2} = \frac{\log_3 17 + \frac{1}{3} \log_3 17}{2} = \frac{\frac{4}{3} \log_3 17}{2} = \frac{2}{3} \log_3 17$,
 $\log_a 17 = \frac{2}{3} \log_3 17 \Rightarrow \frac{1}{\log_{17} a} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{\log_{17} 3} \Rightarrow \log_{17} 3 = \frac{2}{3} \cdot \log_{17} a \Rightarrow$
 $3 \log_{17} 3 = 2 \log_{17} a \Rightarrow \log_{17} 27 = \log_{17} (a^2) \Rightarrow$
 $a^2 = 27 \Rightarrow a = -\sqrt{27} \text{ (netinka)},$
 $a = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}.$

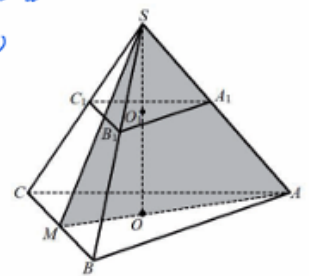
Ats.: $a = 3\sqrt{3}$

19. Sprendimas 1) Pažymime įvydį: t – pagaminta detalė yra tinkama, tada įvydis $\bar{t}$ – pagaminta detalė yra netinkama.
 2) Pažymime įvydį t tikimybę $P(t) = p$, tada $P(\bar{t}) = 2p$.
 3) $P(t) + P(\bar{t}) = 1 \Rightarrow p + 2p = 1, 3p = 1, p = \frac{1}{3}.$
 $P(t) = \frac{1}{3}, P(\bar{t}) = \frac{2}{3}.$
 4) $P(\text{iš 8 detalių bent 3 tinkamos}) = 1 - P(\text{iš 8 ne daugiau kaip 2 tinkamos}) =$
 $= 1 - P(0 \text{ tinkamų}) - P(1 \text{ tinkama}) - P(2 \text{ tinkamos}) =$
 $= 1 - C_8^0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 - C_8^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 - C_8^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$
 $= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^8 - 8 \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 - \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{1}{9} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{1163}{2187}.$

Ats.: $\frac{1163}{2187}$

20. Sprendimas 1) O yra $\triangle ABC$ pūsianfero-tinių susiliktimo taškas
 2) Pažymime $AB = BC = CA = a$. Tada: $AM = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, $AO = \frac{\sqrt{3}}{3}a$,
 $OM = \frac{\sqrt{3}}{6}a$, $S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.
 3) $\angle(SA; ABC) = \angle SAO$, iš stačiojo $\triangle SOA$:
 $SO = AO \cdot \tan(\angle SAO) = \frac{\sqrt{3}}{3}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}a$.
 4) $S_{\triangle SAM} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot SO = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \frac{1}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{8}a^2$.
 5) $S_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{S_{\triangle SAM}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{64}a^2$.
 6) $\triangle ABC \cap \triangle A_1B_1C_1$, ir $ABC \parallel A_1B_1C_1$.
 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\right) : \left(\frac{\sqrt{3}}{64}a^2\right) = 16 = 4^2 \Rightarrow \triangle ABC$ ir $\triangle A_1B_1C_1$ panašūs
 koeficientas $k = 4$.
 7) $\frac{AO}{A_1O_1} = 4$, vadinasi, panašus $\triangle SOA$ ir $\triangle SO_1A_1$ panašumo koeficien-
 tas $k_2 = 4$. Todėl $\frac{SO}{SO_1} = 4 \Rightarrow SO_1 = \frac{1}{4}SO = \frac{1}{8}a$.
 8) $SO_1 = SO - SO_1 = \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a = \frac{3}{8}a$.
 9) $\frac{SO_1}{SO} = \left(\frac{1}{8}a\right) : \left(\frac{3}{8}a\right) = \frac{1}{3}.$

Ats.: $\frac{1}{3}.$



**2025 m. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO II DALIES
BANDOMOJO PATIKRINIMO MOKINIŲ DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA**

Išplėstinis kursas

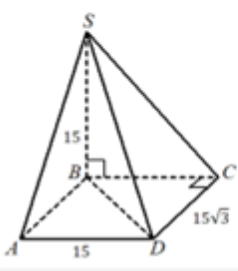
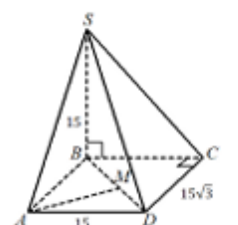
I dalis

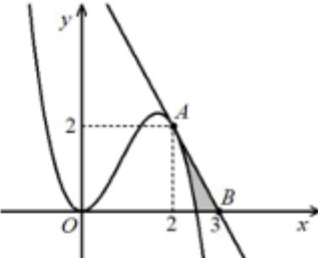
1	$A \cap B = [2; 3]$ (arba $[2; 3]$)
2	$500\sqrt{2}$ (arba $\sqrt{500000}$)
3	720
4	2 (2 sprendiniai)
5	9
6	$x = 3$ (arba 3)
7	$x \in (-7; 3)$ (arba $(-7; 3)$)
8	$F(x) = 2x + \frac{x^3}{3} + C$ <i>Pastaba:</i> Teisingas atsakymas ir tuomet, kai vietoj C parašytas bet kuris realusis skaičius.
9	0,28 (arba $\frac{7}{25}$)
10	$\operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{2}{3}$ (arba $\frac{2}{3}$)

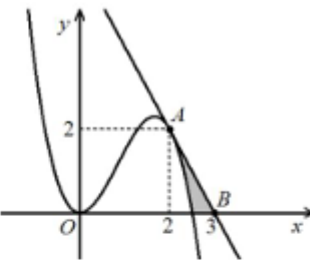
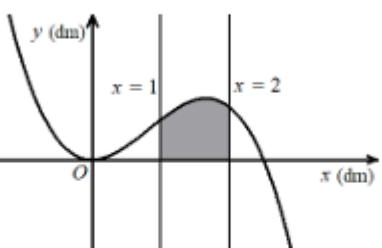
II dalis

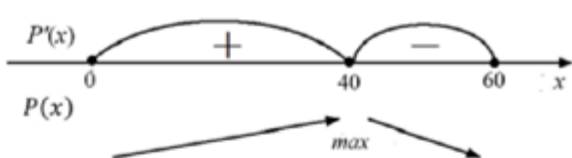
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
11		7	
11.1		1	
	$\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5}(3-1)}{3^{2000,5}} = 2.$ Ats.: 2.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.2		2	
	$\sqrt{(1-x)^2} + 1-x = 1-x + 1-x =$ $= 2 1-x = 2(x-1).$ Ats.: $2(x-1)$ (arba $2x-2$).	1	Už teisingą kvadratinės šaknies pertvarkymą.
		1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.3		2	
	$\log_{a^5}(\sqrt{a}) = \frac{1}{5} \log_a(\sqrt{a}) =$ $= \frac{1}{5} \log_a(a^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}.$ Ats.: 0,1 (arba $\frac{1}{10}$).	1	Už teisingai pritaikytą bent vieną logaritmų savybę.
		1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.4		2	
	$\frac{\sin(x+100\pi) - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x+11\pi)} = \frac{\sin x - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg} x} =$ $= \frac{\sin x + 2 \sin x}{\operatorname{tg} x} = 3 \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 3 \cos x.$ Ats.: $3 \cos x$.	1	Už teisingai pritaikytą sinuso ir tangento periodą
		1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
12		4	
12.1		1	
	$p = 1 - 0,7 - 0,25 - 0,01 = 0,04.$	1	Už teisingą parodymą, kad $p = 0,04$.
12.2		1	
	$EX = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,04 + 50 \cdot 0,01 = 2,15.$	1	Už teisingą parodymą, kad $EX = 2,15$.
12.3		2	
	$EY = 0 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = 2,14.$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (teisingai apskaičiuota atsitiktinio dydžio Y matematinė viltis).
	Ats.: „Latgalių LOTO“ apsimoka žaisti labiau, nes $EX > EY$.	1	Už padarytą teisingą, argumentuotą išvadą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
13		7	
13.1		1	
	$V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15\sqrt{3} \cdot 15 = 1125\sqrt{3}.$ <i>Ats.: $1125\sqrt{3}.$</i> 	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.2		2	
	$SA = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz. apskaičiuotas briaunos SA ilgis).
	$S_{SAD} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 225.$ <i>Ats.: 225.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.3		1	
	$\operatorname{tg} \angle SAB = \frac{15}{15\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle SAB = 30^\circ.$ <i>Ats.: $\angle SAB = 30^\circ$ (arba 30°).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Pastaba: Mokinys gali apskaičiuoti kampo didumą ir kitais būdais, pvz., gali apskaičiuoti pagal kampo kosinusą arba sinusą.			
13.4		3	
	$AM \perp BD$ 	1	Už supratimą, kad AM statų BD.
	$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
	$AM = \frac{15\sqrt{3} \cdot 15}{30} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$ <i>Ats.: $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (arba $7,5\sqrt{3}$).</i>	1	Už gautą teisingą AM ilgį.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
14		8	
14.1		1	
	$f'(x) = 5x - 3x^2,$ $f'(2) = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = -2.$ <i>Ats.: $f'(2) = -2$ (arba -2).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
14.2		1	
	$f'(2) = -2,$ $f(x_0) = f(2) = 2,5 \cdot 2^2 - 2^3 = 2,$ $y = f'(2)(x - 2) + f(2),$ $y = -2(x - 2) + 2 = -2x + 6.$	1	Už teisingą parodymą, kad liestinės lygtis yra $y = -2x + 6$.
14.3		4	
	I būdas $2,5x^2 - x^3 = 0,$ $x^2(2,5 - x) = 0,$ $x_1 = 0, \quad x_2 = 2,5.$ 	1	Už teisingai apskaičiuotus funkcijos nulius.
	$S_1 = \int_2^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx =$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą. (pvz., už teisingai išreikštą bent vienos figūros, reikalingos galutiniam atsakymui gauti, plotą apibrėžtiniu integralu).
	$= \left(2,5 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big _2^{2,5} =$	1	Už teisingą pirmąją funkciją.
	$= \frac{113}{192},$ $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1,$ $S = S_{\Delta} - S_1 = \frac{79}{192}.$ <i>Ats.: $\frac{79}{192}.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

	II būdas $2,5x^2 - x^3 = 0,$ $x^2(2,5 - x) = 0,$ $x_1 = 0, \quad x_2 = 2,5.$ 	1	Už teisingai apskaičiuotus funkcijos nulius.
	$S_1 = \int_2^{2,5} ((-2x + 6) - (2,5x^2 - x^3))dx =$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., už teisingai išreikštą bent vienos figūros, reikalingos galutiniam atsakymui gauti, plotą apibrėžtiniu integralu).
	$= \left(-2,5 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} - x^2 + 6x \right) \Big _2^{2,5} =$	1	Už teisingą pirmąją funkciją.
	$= \frac{31}{192},$ $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1 = 0,25,$ $S = S_1 + S_{\Delta} = \frac{79}{192}.$ Ats.: $\frac{79}{192}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
14.4		2	
	 $V = \pi \int_1^2 \frac{1}{25} (2,5x^2 - x^3)^2 dx =$ $= \frac{\pi}{25} \int_1^2 (6,25x^4 - 5x^5 + x^6) dx =$	1	Už teisingai išreikštą sukinio tūrį apibrėžtiniu integralu.
	$= \frac{\pi}{25} \cdot \left(6,25 \cdot \frac{x^5}{5} - \frac{5x^6}{6} + \frac{x^7}{7} \right) \Big _1^2 = \frac{123\pi}{700}.$ Ats.: $\frac{123\pi}{700} \text{ dm}^3$ (arba $\frac{123\pi}{700}$).	1	Už teisingą pirmąją funkciją ir gautą teisingą sukinio tūrį.

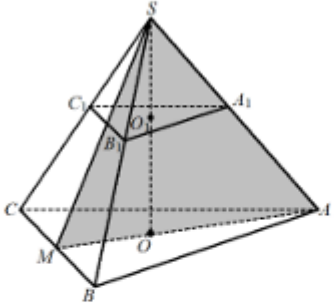
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		5	
15.1		1	
	$I(3) = 200 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 3^3 = 2664.$ Ats.: 2664 Eur (arba 2664).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
15.2		1	
	Jei per mėnesį pagaminama ir parduodama x tonų produkcijos, tai pelnas: $P(x) = 9900x - \left(200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3\right) =$ $= \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x.$	1	Už gautą teisingą pelno išraišką.
15.3		3	
	$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600.$	1	Už teisingai apskaičiuotą išvestinę.
	$4x^2 - 400x + 9600 = 0,$ $x = 40, \quad x = 60.$	1	Už kritinių taškų suradimą.
	 Ats.: 40 tonų (arba 40).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		3	
	$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0,$	1	Už teisingai pritaikytą dvigubo kampo sinuso formulę.
	$\sin \frac{x}{2} \left(2 \cos \frac{x}{2} - 5 \right) = 0,$	2	Po 1 tašką už kiekvieną teisingai išspręstą lygtį.
	$\sin \frac{x}{2} = 0,$ $\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$		
	$\cos \frac{x}{2} = 2,5.$ (sprendinių neturi).		
	Ats.: $2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$		

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		3	
	$f'(x) = \frac{0,5^{1+2x} \cdot \ln(0,5) \cdot (1+2x)'}{2 \ln(0,5)} = 0,5^{1+2x}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą sudėtinės funkcijos išvestinę.
	$0,5^{1+2x} < \frac{1}{4} \ln(0,5) \cdot \frac{8}{2 \ln(0,5)},$ $0,5^{1+2x} < 1,$	1	Už teisingai pertvarkytą nelygybę į $0,5^{1+2x} < 1.$
	$0,5^{1+2x} < 0,5^0,$ $1 + 2x > 0,$ $x > -0,5.$ <i>Ats.: $x \in (-0,5; +\infty).$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		4	
	$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., aritmetinės progresijos apibrėžties taikymą).
	$2 \log_a 17 = \log_{27} 17 + \log_3 17,$ $2 \log_a 17 = \frac{4}{3} \log_3 17,$	1	Už teisingai pritaikytas logaritmų savybes.
	$6 \cdot \frac{1}{\log_{17} a} = 4 \cdot \frac{1}{\log_{17} 3},$ $4 \log_{17} a = 6 \log_{17} 3,$	1	Už teisingą logaritmų pagrindų suvienodinimą.
	$\log_{17} a = \frac{3}{2} \log_{17} 3,$ $\log_{17} a = \log_{17} 3^{\frac{3}{2}},$ $a = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}.$ <i>Ats.: $3\sqrt{3}$ (arba $3^{\frac{3}{2}}).$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		4	
	Tegul p – tikimybė, kad Beno pagaminta detalė bus tinkama. Tada $1 - p = 2p \Rightarrow p = \frac{1}{3}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad Beno pagaminta viena detalė bus tinkama.
	$1 - C_8^0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^8 - C_8^1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^7 -$ $- C_8^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$ arba $C_8^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^5 + C_8^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 + C_8^5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^3 +$ $+ C_8^6 \left(\frac{1}{3}\right)^6 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_8^7 \left(\frac{1}{3}\right)^7 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + C_8^8 \left(\frac{1}{3}\right)^8 \left(\frac{2}{3}\right)^0 =$	1	Už bent vienos tikimybės teisingą $C_8^k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{8-k}$ užrašymą (supratimą, kad čia binominis bandymas).
		1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (arba už priešingo įvykio tikimybės skaičiavimą ir atėmimą iš 1, arba už visų reikalingų tiesiogiai apskaičiuoti rezultatą tikimybių išvardijimą).
	Ats.: $\frac{1163}{2187}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		5	
	  Kampas tarp piramidės briaunos SA ir pagrindo plokštumos ABC yra $\angle SAO$, todėl $\operatorname{tg} \angle SAO = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = AO \cdot \operatorname{tg} \angle SAO \Rightarrow$ $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO.$	1	Už teisingą aukštinės SO išraišką per AO .
	$S_{SAM} = 8S_{A_1B_1C_1},$ $\frac{1}{2} SO \cdot AM = 8 \cdot \frac{A_1B_1^2 \sqrt{3}}{4},$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO \cdot \frac{3}{2} \cdot AO = 8 \cdot \frac{3\sqrt{3} \cdot A_1O_1^2}{4},$ $\frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot AO^2 = 6\sqrt{3} \cdot A_1O_1^2,$	2	Po vieną tašką už teisingą trikampio SAM ploto išraišką per AO ir trikampio $A_1B_1C_1$ ploto išraišką per A_1O_1 .
	$\left(\frac{AO}{A_1O_1}\right)^2 = 16 \Rightarrow \frac{AO}{A_1O_1} = 4.$	1	Už apskaičiuotą teisingą santykį $\frac{AO}{A_1O_1}$.
	Kadangi plokštuma $A_1B_1C_1$ lygiagreti su plokštuma ABC, tai AO lygiagreti su A_1O_1 ir trikampiai SAO bei SA_1O_1 yra panašieji. Todėl $\frac{AO}{A_1O_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO}{SO_1} = 4,$ $\frac{SO}{SO_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO_1 + OO_1}{SO_1} = 4 \Rightarrow 1 + \frac{OO_1}{SO_1} = 4,$ $\frac{OO_1}{SO_1} = 3 \Rightarrow \frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$ Ats.: $\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO ANTROSIOS DALIES VYKDYMO INSTRUKCIJA

1. Matematikos valstybinio brandos egzamino antrosios dalies vykdymo instrukcija (toliau – instrukcija) nustato matematikos (A) valstybinio brandos egzamino antrosios dalies ir matematikos (B) valstybinio brandos egzamino antrosios dalies (toliau – matematikos VBE antroji dalis) datą ir laiką, matematikos VBE antrosios dalies medžiagą, matematikos VBE antrajai daliai reikalingas priemonės, matematikos VBE antrosios dalies eiga.

2. Instrukcija parengta vadovaujantis Valstybinių brandos egzaminų organizavimo ir vykdymo tvarkos aprašu, patvirtintu Lietuvos Respublikos švietimo, mokslo ir sporto ministro 2023 m. rugsėjo 11 d. įsakymu Nr. V-1187 „Dėl Valstybinių brandos egzaminų organizavimo ir vykdymo tvarkos aprašo patvirtinimo“ (toliau – Aprašas).

3. Matematikos VBE antrąją dalį kandidatai laiko IV gimnazijos klasėje.

4. Matematikos VBE antrosios dalies data ir laikas nurodyti Aprašo 10 punkte nustatyta tvarka patvirtintame atitinkamų mokslo metų valstybinių brandos egzaminų tvarkaraštyje. Vadovaudamasis Aprašo 22 punktu, ne vėliau kaip prieš tris darbo dienas iki valstybinio brandos egzamino dalies, atsižvelgdamas į orų prognozes, valstybės ar savivaldybės lygio ekstremaliąją situaciją, ekstremalųjį įvykį ar karantiną, švietimo, mokslo ir sporto ministras gali tvarkaraščiuose numatytą valstybinio brandos egzamino dalies vykdymo datą pakeisti į kitą, ankstinti ar vėlinti nustatytą valstybinio brandos egzamino dalies pradžios laiką.

5. Matematikos VBE antrosios dalies medžiaga:

5.1. kandidatui:

5.1.1. matematikos VBE antrosios dalies užduoties sąsiuvinis;

5.1.2. matematikos VBE antrosios dalies užduoties priedas;

5.1.3. atsakymų lapas (A3 formato);

5.2. vykdytojui:

5.2.1. vokas su matematikos VBE antrosios dalies užduoties sąsiuviniais, jų priedais, atsakymų lapais ir tuščiu voku;

5.2.2. matematikos VBE antrosios dalies vykdymo protokolas (2 egz.);

5.2.3. matematikos VBE antrosios dalies vykdymo reikalavimai;

5.3. matematikos VBE antrosios dalies metu visi matematikos VBE antrosios dalies užduoties sąsiuviniai, jų priedai ir atsakymų lapai turi būti matematikos VBE antrosios dalies vykdymo patalpoje. Matematikos VBE antrosios dalies užduoties sąsiuvinyje palikta vietos juodraščiui, pateikti kai kurių dalykinių terminų, žodžių ar jų junginių vertimai į rusų, lenkų ir ukrainiečių kalbas. Matematikos VBE antrosios dalies užduoties priede pateiktas formulų sąrašas.

6. Priemonės, kuriomis gali naudotis kandidatai: rašymo priemonės (juodai arba mėlynai rašantis (-ys) tušinukas (-ai), pieštukas), trintukas, braižybos ir matavimo įrankiai, skaičiuotuvas be tekstinės atminties.

7. Matematikos VBE antrosios dalies eiga:

7.1.	8.45 val.	Lentoje užrašytas matematikos VBE antrosios dalies pradžios ir pabaigos laikas. Kandidatai sėdi nurodytose vietose.
------	-----------	---

7.2.	8.45–9 val.	Vykdytojas pakviečia pirmąjį matematikos VBE antrosios dalies vykdymo protokole įrašytą kandidatą patvirtinti, kad vokas su matematikos VBE antrosios dalies užduoties sąsiuviniais nepažeistas (nėra kirpimo ar plėšimo žymių, apsauginė klajavimo juosta vientisos spalvos, be matomų simbolių). Jeigu vokas nepažeistas, kandidatas pasirašo nurodytoje vietoje abiejuose vykdymo protokolų egzemplioriuose. Jei vokas pažeistas, kviečiamas vyresnysis vykdytojas. Vykdytojas pažymėtoje vietoje prakerpa voką, išima užduoties sąsiuvinius, jų priedus, atsakymų lapus ir tuščią voką atliktoms užduotims sudėti. Vykdytojas išdalyja užduoties sąsiuvinius, jų priedus ir atsakymų lapus protokole įrašytiems kandidatams. Vykdytojas nurodo kandidatams pasitikrinti, ar matematikos VBE antrosios dalies užduoties sąsiuvinioose, jų prieduose ir atsakymų lapuose nėra tuščių lapų ir kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Esant brokui, kviečiamas vyresnysis vykdytojas. Kandidatai ant jiems skirtų atsakymų lapų viršelių tam skirtose vietose užsirašo savo identifikavimo kodą, vykdymo protokole nurodytą grupės numerį ir eilės numerį bei pasirašo. Kandidato identifikavimo kodas protokole ir ant atsakymų lapo turi sutapti. Pasirašo ant abiejų protokolo egzempliorių, skiltyje šalia savo vardo ir pavardės. Vykdytojas kandidatams perskaito matematikos VBE antrosios dalies vykdymo reikalavimus, nurodo matematikos VBE antrosios dalies trukmę.
7.3.	9 val.	Vykdytojas skelbia matematikos VBE antrosios dalies pradžią.
7.4.	9–13 val.	Kandidatai atlieka užduotis. Vykdytojas į matematikos VBE antrosios dalies vykdymo patalpą įleidžia kandidatus, pavėlavusius ne daugiau kaip 30 min. 9.30 val. vykdytojas ant kiekvieno nepanaudoto atsakymų lapo ir nepanaudotos matematikos VBE antrosios dalies užduoties ir jos priedo puslapio užrašo <i>Nepanaudota</i>. Vėlavimo, išėjimo, tvarkos pažeidimo, rašiklio keitimo atvejus vykdytojas fiksuoja vykdymo protokole. Priima atsakymų lapus ir užduočių sąsiuvinius iš anksčiau matematikos VBE antrosios dalies užduotis atlikusių kandidatų, pakartotinai patikrina, ar atsakymų lapų viršelių tam skirtose vietose užrašyti kandidatų identifikavimo kodai, grupės numeriai ir eilės numeriai sutampa su nurodytais vykdymo protokole, ar kandidato yra pasirašyta, ant užduočių sąsiuvinio užrašo kandidatų vardus ir pavardes, išleidžia kandidatus iš vykdymo patalpos, įspėdamas, kad jie negali grįžti iki matematikos VBE antrosios dalies pabaigos. Kandidatams draudžiama perduoti vienas kitam savo priemones.
7.5.	12.30 val.	Vykdytojas praneša kandidatams, kad iki matematikos VBE antrosios dalies pabaigos liko 30 minučių.
7.6.	12.45 val.	Vykdytojas praneša kandidatams, kad iki matematikos VBE antrosios dalies pabaigos liko 15 minučių, ir įspėja, kad niekas negali išeiti iš vykdymo patalpos iki matematikos VBE antrosios dalies pabaigos.
7.7.	13 val.	Vykdytojas praneša kandidatams, kad matematikos VBE antroji dalis baigėsi. Paprašo kandidatų baigti darbą ir likti savo vietose, kol bus surinkti visi atsakymų lapai ir užklijuoti vokai. Surenka kandidatų atsakymų lapus, pakartotinai patikrina, ar atsakymų lapų viršelių tam skirtose vietose užrašyti kandidatų identifikavimo kodai, grupės

	numeriai ir eilės numeriai sutampa su nurodytais vykdymo protokole, ar kandidato yra pasirašyta, baigia pildyti vykdymo protokolus. Į tuščią voką įdeda kandidatų atsakymų lapus, vieną matematikos VBE antrosios dalies vykdymo protokolo egzempliorių, nepanaudotus užduočių sąsiuvinius, jų priedus, nepanaudotus atsakymų lapus, tuščius panaudotus vokus ir užklijuoja. Vyresniajam vykdytojui atiduoda užklijuotą voką, antrą matematikos VBE antrosios dalies vykdymo protokolo egzempliorių ir anksčiau iš matematikos VBE antrosios dalies vykdymo patalpos išėjusių kandidatų užduočių sąsiuvinius. Išleidžia kandidatus iš vykdymo patalpos. Kandidatai išsineša savo užduoties sąsiuvinius. Kandidatai, anksčiau išėję iš matematikos VBE antrosios dalies vykdymo patalpos, tą dieną po matematikos VBE antrosios dalies gali atsiimti užduoties sąsiuvinį iš dalyko centro administratoriaus.
--	---