

Rengiamės matematikos VBE,

I dalis B kursas

Matematikos VBE I dalies B kurso
2025 m. bandomojo patikrinimo užduotis:
sąlygos, atsakymai, sprendimai, komentarai mokiniams

beta.etestavimas.lt

NŠA
2025

2025 m. matematikos VBE I dalis. (B). Bandomasis patikrinimas / Instrukcijos / INFO_1

Matematikos valstybinio brandos egzamino I dalis
Bendrasis (B) kursas
Bandomasis patikrinimas
2025 m.

Šiandienos patikrinime rasite įvairių uždavinių. Atidžiai perskaitykite kiekvieną uždavinį ir pasistenkite kuo geriau jį išspręsti.

Jei kiltų techninių nesklandumų arba sistema „pakibtu“, prašytume šiek tiek palaukti ir tęsti darbą, kai tik sistema tai leis.

Patikrinimą sudaro 35 uždaviniai.

Teisingai išspręstas uždavinys vertinamas 1 arba 2 taškais.

Patikrinimo taškų suma yra 40 taškų.

Patikrinimo trukmė 120 min.

2025 m. matematikos VBE I dalis. (B). Bandomasis patikrinimas / Instrukcijos / INFO_2

Pasiekimų patikrinime turėsite išspręsti įvairius uždavinius:

- atsakyti į klausimus su pasirinkamaisiais atsakymais, t. y. pasirinkti vieną ar kelis, jūsų nuomone, teisingus atsakymus;
- įrašyti skaičių nurodytoje vietoje; skaičius reikia rašyti taisyklingai, t. y. nedėti papildomų tarpų, nerašyti nereikalingų simbolių.

2025 m. matematikos VBE I dalis. (B). Bandomasis patikrinimas / Instrukcijos / INFO_3

Kas svarbu, atliekant šį pasiekimų patikrinimą

- **Atkreipkite dėmesį!** Kai kurie uždaviniai gali netilpti į kompiuterio langą, todėl peržiūrėkite uždavinį, naudodamiesi vertikalia slankijuoste ar kompiuterio pele.
- Jei norite naudotis skaičiuotuvu, paspauskite viršuje esantį skaičiuotuvo  ženkla.
- Pereiti prie tolesnio uždavinio galite spausdami arba apačioje esančią rodyklę , arba lango apačioje esantį reikiamą skrituliuką su skaičiumi.
- Išsprendus uždavinį, jo skrituliukas lango apačioje patamsės. Neišspręsto uždavinio skrituliukas liks baltas.
- Jeigu dėl savo atsakymo abejojate arba uždavinio neišsprendėte, galite paspausti mygtuką  ir pažymėti šį uždavinį, kad prie jo galėtumėte grįžti vėliau.
- Visada galite grįžti prie bet kurio ankstesnio uždavinio ir, jei reikia, atsakymą pataisyti.
- Paspaudę mygtuką  galite bet kuriuo testo atlikimo metu pasitikrinti, kuriuos uždavinius jau išsprendėte, o kurių dar ne.
- **SVARBU!** Mygtuką  spauskite tik tada, kai būsite tikri, jog norite pateikti visus savo atsakymus vertinti. Paspaudę šį mygtuką, savo atsakymų daugiau taisyti nebegalėsite.

Norėdami pradėti patikrinimą, spauskite apačioje esančią rodyklę.

MATEMATIKOS (B) VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO FORMULIŲ RINKINYS

Greitoji daugyba:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2, \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2, \quad (a-b)(a+b) = a^2 - b^2.$$

Laipsniai:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0), \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad (a > 0, \quad n \in \mathbb{N}, \quad m \in \mathbb{Z}, \quad n > 1);$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}, \quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n, \quad a^n : b^n = (a : b)^n.$$

Šaknys:

$$(\sqrt[n]{a})^n = a, \quad \text{jei } \sqrt[n]{a} = b, \quad \text{tai } b^n = a \quad (n \in \mathbb{N}, \quad n > 1);$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}, \quad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}, \quad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}, \quad (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}.$$

Logaritmai:

$$a^{\log_a b} = b, \quad \text{jei } \log_a b = c, \quad \text{tai } a^c = b \quad (a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0);$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (bc), \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c} \right), \quad k \log_a b = \log_a (b^k).$$

Trigonometrija:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha},$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

$\alpha =$	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha =$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha =$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha =$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Jei $\sin x = a, a \in [-1; 1]$, tai: $x = (-1)^k \arcsin a + 180^\circ \cdot k,$ $k \in \mathbb{Z}.$	Jei $\cos x = a, a \in [-1; 1]$, tai: $x = \pm \arccos a + 360^\circ \cdot k,$ $k \in \mathbb{Z}.$	Jei $\operatorname{tg} x = a, a \in \mathbb{R}$, tai: $x = \operatorname{arctg} a + 180^\circ \cdot k,$ $k \in \mathbb{Z}.$
---	--	---

Aritmetinė progresija:

$$a_n = a_1 + d(n-1), \quad d = a_{n+1} - a_n, \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

čia a_1 – pirmasis narys, a_n – n -tasis narys, d – skirtumas, n – nario eilės numeris, S_n – pirmųjų n narių suma.

Geometrinė progresija:

$$b_n = b_1 q^{n-1}, \quad q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, \quad S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q};$$

čia b_1 – pirmasis narys ($b_1 \neq 0$), b_n – n -tasis narys, q – vardiklis ($q \neq 0$), n – nario eilės numeris, S_n – pirmųjų n narių suma.

Sudėtiniai procentai:

$$S_n = S_0 \left(1 \pm \frac{p}{100} \right)^n;$$

čia S_0 – dydžio S pradinė reikšmė, p – procentų skaičius, n – kartų skaičius.

Trikampis:

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \angle A$ – kosinusų teorema,

$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$, – sinusų teorema ir jos išvada,

$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab \cdot \sin \angle C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$ – plotas;

čia a , b ir c – trikampio kraštinių ilgi, $\angle A$, $\angle B$ ir $\angle C$ – prieš jas esančių atitinkamų trikampio kampų didumai, $p = \frac{a+b+c}{2}$ – trikampio pusperimetris, h_a – ilgis trikampio aukštinės, einančios į kraštinę, kurios ilgis lygus a , r – į trikampį įbrėžto apskritimo spindulio ilgis, R – apie trikampį apibrėžto apskritimo spindulio ilgis.

Skritulio išpjova:

$S_{\text{ispj.}} = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$ – plotas,

$C_{\text{ispj.}} = \frac{2\pi R}{360} \cdot \alpha$ – lanko ilgis;

čia R – spindulio ilgis, α – kampo didumas laipsniais.

Ritinys:

$S = 2\pi RH$ – šoninio paviršiaus plotas,

$V = \pi R^2 H$ – tūris;

čia R – pagrindo spindulio ilgis, H – aukštinės ilgis.

Kūgis:

$S = \pi Rl$ – šoninio paviršiaus plotas,

$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ – tūris;

čia R – pagrindo spindulio ilgis, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Rutulys:

$S = 4\pi R^2$ – paviršiaus plotas,

$V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – tūris;

čia R – spindulio ilgis.

Piramidės tūris:

$V = \frac{1}{3}SH$;

čia S – pagrindo plotas, H – aukštinės ilgis.

Išvestinės:

$(cf(x))' = cf'(x)$; $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$, $(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$;

$(x^n)' = nx^{n-1}$.

Funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės, liečiančios funkcijos grafiką taške $(x_0; f(x_0))$, lygtis:

$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$;

čia $f'(x_0)$ – liestinės krypties koeficientas.

1. Duotos dvi skaičių aibės: $A = \{2; 3; 5; 7; 11\}$ ir $B = \{4; 5; 6; 7; 8\}$. Raskite šių aibių sankirtą $A \cap B$. Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☒ $A \cap B = \{5; 7\}$

☐ $A \cap B = \{4; 6; 8\}$

☐ $A \cap B = \{2; 3; 11\}$

☐ $A \cap B = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 11\}$

Sprendimas.

$$A \cap B = \{2; 3; \cancel{5}; \cancel{7}; 11\} \cap \{4; \cancel{5}; 6; \cancel{7}; 8\} = \{5; 7\}.$$

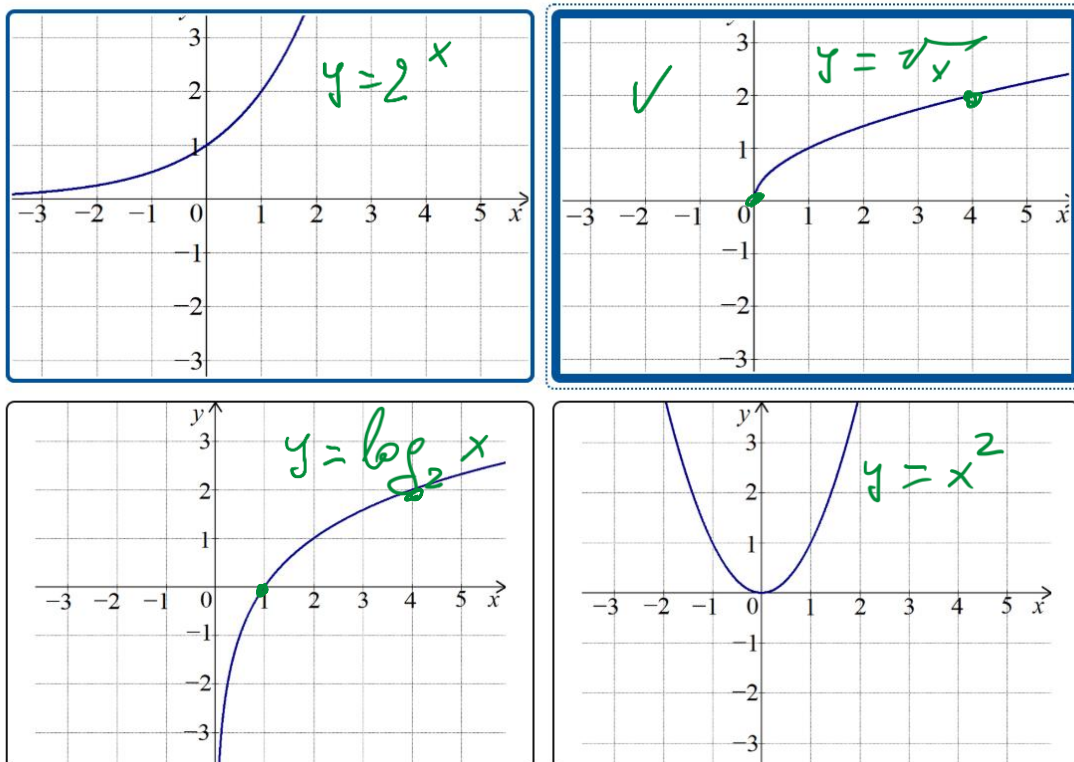
Atsakymas. $A \cap B = \{5; 7\}$.

Komentaras mokiniams.

Būtinai reikia mokėti rasti duotų dviejų aibių (ir intervalų) **sąjungą**, **sankirtą** ir **skirtumą**.

2. Pažymėkite paveikslą, kuriame pavaizduotas funkcijos $y = \sqrt{x}$ grafikas.

(1 taškas)



Sprendimas.

Paveiksle pavaizduoti grafikai funkcijų:

$$y = 2^x, \quad y = \sqrt{x}, \quad y = \log_2 x, \quad y = x^2.$$

Atsakymas. $y = \sqrt{x}$.

Komentarai mokiniams.

1. Reikia žinoti, kaip atrodo grafikai funkcijų:

- $y = x^2$ ir $y = x^3$;
- $y = \sqrt{x}$ ir $y = \sqrt[3]{x}$;
- $y = a^x$, kai $a \in (0; 1)$ ir kai $a \in (1; +\infty)$, pvz., $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ir $y = 2^x$;
- $y = \log_a x$, kai $a \in (0; 1)$ ir kai $a \in (1; +\infty)$, pvz., $y = \log_{0,5} x$ ir $y = \log_2 x$;
- $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$.

2. Reikia gebėti nustatyti šių (aukščiau surašytų) funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis.

3. Išspręskite lygtį $\sqrt{x-7} = 3$. Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas: $x =$

Sprendimas.

Lygties $\sqrt{x-7} = 3$ apibrėžimo sritis: $x - 7 \geq 0$, $x \geq 7$; $x \in [7; +\infty)$.

Lygties abi pusės yra neneigiamos, todėl lygtį (abi lygties puses) galima kelti kvadratu (taip panaikinsime šaknį):

$$\sqrt{x-7} = 3, \quad \uparrow^2$$

$$(\sqrt{x-7})^2 = 3^2,$$

$$x - 7 = 9,$$

$$x = 9 + 7,$$

$$x = 16.$$

Gautoji lygties nežinomojo reikšmė priklauso lygties apibrėžimo sričiai: $16 \in [7; +\infty)$.

Pasitikriname, ar teisinga lygybė

$$\sqrt{16-7} = 3.$$

Lygybė $\sqrt{9} = 3$ yra teisinga.

Atsakymas. $x = 16$.

Komentarai mokiniams.

1. Jei lygtis būtų pateikta taip: $\sqrt{x-7} - 3 = 0$, tai pirmiausia (prieš keliant kvadratu) skaičių 3 reikėtų perkelti į kitą lygties pusę.

2. Jei lygtis būtų su trečiojo laipsnio šaknimis, pvz., $\sqrt[3]{x-7} = 3$, tai šaknį panaikintume abi puses keldami trečiuoju laipsniu:

$$\sqrt[3]{x-7} = 3, \quad \uparrow^3$$

$$(\sqrt[3]{x-7})^3 = 3^3,$$

$$x - 7 = 27,$$

$$x = 27 + 7,$$

$$x = 34.$$

3. Pravartu pasitikrinti, ar sprendimo metu gautieji skaičiai tenkina pradinę lygtį.

4. Nepamirškite, kad kvadratinė šaknis iš skaičiaus yra **neneigiamas** skaičius, pvz., $\sqrt{9} = 3$, bet $\sqrt{9} \neq -3$.

4. Geometrinės progresijos pirmasis narys $b_1 = 27$, o jos vardiklis $q = 3$. Apskaičiuokite trečiąją šios geometrinės progresijos narį b_3 .
Pažymėkite teisingą atsakymą.

$$27, \quad 27 \cdot 3, \quad 27 \cdot 3 \cdot 3$$

$b_1 \quad b_2 \quad b_3$

(1 taškas)

☒ $b_3 = 243$
☐ $b_3 = 33$
☐ $b_3 = 3$
☐ $b_3 = 81$
Sprendimas.*I būdas.*

Pasinaudoję sąlygos duomenimis $b_1 = 27, q = 3$ ir geometrinės progresijos n -ojo nario formule (ji pateikta formulių rinkinyje)

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1},$$

apskaičiuojame trečiąją geometrinės progresijos narį:

$$b_3 = b_1 \cdot q^2 = 27 \cdot 3^2 = 27 \cdot 9 = 243.$$

II būdas.

Apskaičiuojame antrąją geometrinės progresijos narį (pirmąjį narį padauginame iš vardiklio):

$$b_2 = b_1 \cdot q = 27 \cdot 3 = 81.$$

Apskaičiuojame trečiąją geometrinės progresijos narį (antrąjį narį padauginame iš vardiklio):

$$b_3 = b_2 \cdot q = 81 \cdot 3 = 243.$$

Atsakymas. 243.

Komentarai mokiniams.

1. Formuliu lapė yra šios su geometrine progresija susijusios formulės:

Geometrinė progresija:

$$b_n = b_1 q^{n-1}, \quad q = \frac{b_{n+1}}{b_n}, \quad S_n = \frac{b_1 - q b_n}{1 - q} = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q};$$

čia b_1 – pirmasis narys ($b_1 \neq 0$), b_n – n -tasis narys, q – vardiklis ($q \neq 0$), n – nario eilės numeris, S_n – pirmųjų n narių suma.

2. Būtina gebėti spręsti ir su aritmetine progresija susijusius uždavinius.

Komentaras mokytojams.

B kurse nagrinėjamos tik aritmetinė ir geometrinė progresijos (nykstamoji geometrinė progresija į B kurso programą neįeina).

5. Kuri iš pateiktų skaičių sekų yra aritmetinė progresija? Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☐ 2; 3; 5; 8

☒ 2; 4; 6; 8

☐ 2; 3; 5; 7

☐ 2; 4; 8; 16

Sprendimas.

Skaičių seka 2; 3; 5; 8 nėra aritmetinė progresija, nes gretimų narių skirtumai nėra lygūs, pvz.,

$$3 - 2 \neq 5 - 3.$$

Skaičių seka 2; 4; 6; 8 yra aritmetinė progresija, nes gretimų narių skirtumai yra lygūs:

$$4 - 2 = 6 - 4 = 8 - 6 (= 2 - \text{aritmetinės progresijos skirtumas}).$$

Skaičių seka 2; 3; 5; 7 nėra aritmetinė progresija, nes

$$3 - 2 \neq 5 - 3.$$

Skaičių seka 2; 4; 8; 16 nėra aritmetinė progresija, nes

$$4 - 2 \neq 8 - 4.$$

Atsakymas. 2; 4; 6; 8.

Komentarai mokiniams.

1. Būtina suprasti, kad seka 2; 4; 8; 16 yra geometrinė progresija, nes gretimų narių dalmenys yra lygūs:

$$4 : 2 = 8 : 4 = 16 : 8 (= 2 - \text{geometrinės progresijos vardiklis}).$$

2. Kitos pateiktos dvi sekos (2; 3; 5; 8 ir 2; 3; 5; 7) nėra nei aritmetinės, nei geometrinės progresijos.

6. Kokį skaičių reikia įrašyti į langelį, kad lygybė $9^{-0,25} = 3^{\square}$ būtų teisinga? Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas:

Sprendimas.

Lygtį pertvarkome pasinaudoję tuo, kad $9 = 3^2$:

$$9^{-0,25} = 3^{\square},$$

$$(3^2)^{-0,25} = 3^{\square},$$

$$3^{2 \cdot (-0,25)} = 3^{\square},$$

$$3^{-0,5} = 3^{\square},$$

$$\square = -0,5.$$

Atsakymas. $-0,5$.

Komentarai mokiniams.

1. Be abejo, kvadratėlį galima pakeisti x .

2. Sprendžiant rodiklines lygtis (nelygybes) gali prisireikti su laipsniais susijusių savybių (jos pateiktos formulių rinkinyje):

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}, \quad a^n : a^m = a^{n-m}, \quad (a^n)^m = a^{n \cdot m}, \quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n, \quad a^n : b^n = (a : b)^n.$$

3. Jei sąlygos lygybė būtų pateikta taip: $9^{-0,25} - 3^{\square} = 0$, tai pirmiausia atėminį $3^{\square}$ reikėtų perkelti į kitą lygties pusę (kad abiejose pusėse būtų po vieną laipsnį):

$$9^{-0,25} - 3^{\square} = 0,$$

$$9^{-0,25} = 3^{\square}.$$

4. Būtina mokėti spręsti ir rodiklines nelygybes, pavyzdžiui šias: $9^{-0,25} < 3^{\square}$; $9^{-0,25} \geq 3^{\square}$.

7. Paveiksle pavaizduotas vienetinis apskritimas, kurio centras yra taškas O . Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, nustatykite $\cos \alpha$ reikšmę. Pažymėkite teisingą atsakymą.

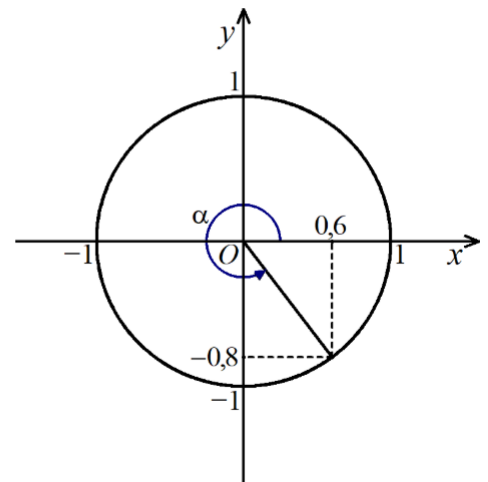
(1 taškas)

☐ -0,6

☐ -0,8

☒ 0,6

☐ 0,8



Sprendimas.

$$\cos(\alpha) = 0,6.$$

Atsakymas. 0,6.

Komentarai mokiniams.

1. Paveiksle pavaizduoto posūkio kampo sinusas lygus $-0,8$

$$\sin(\alpha) = -0,8.$$

2. Paveiksle pavaizduoto posūkio kampo tangentas lygus (jį pravartu apskaičiuoti):

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{-0,8}{0,6} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$$

bei parodyti jo prasmę naudojantis tangentų tiese.

8. Nustatykite a reikšmę, su kuria $\sqrt[3]{131^3 \cdot 13} = a \cdot \sqrt[3]{b}$; čia $a, b \in \mathbb{N}, a > 1$. Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas: $a =$

Sprendimas.

$$\sqrt[3]{131^3 \cdot 13} = \sqrt[3]{131^3} \cdot \sqrt[3]{13} = 131 \cdot \sqrt[3]{13}.$$

Atsakymas. $a = 131$.

Komentarai mokiniams.

1. Sprendžiant šį uždavinį – iškeliant dauginamąjį prieš šaknies ženklą – reikėjo naudotis:

- 1) šaknies iš sandaugos savybė:

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$$

Formulių rinkinyje ši formulė pateikta „iš kito galo“:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}.$$

- 2) n -ojo laipsnio šaknies samprata:

$$\sqrt[n]{a^n} = a.$$

Formulių rinkinyje ši formulė nepateikta, o pateikta formulė:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a.$$

Be abejo, teisinga ir ši formulė: $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n}$.

2. Būtina mokėti spręsti ir priešingą uždavinį – įkelti dauginamąjį į pošaknį:

$$a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}; \quad a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3b}.$$

9. Apskaičiuokite lygties $(x^2 - x - 2)(x + 13) = 0$ sprendinių sandaugą. *Irašykite atsakymą.*

(1 taškas)

Atsakymas: **Sprendimas.**

Lygties

$$(x^2 - x - 2)(x + 13) = 0$$

apibrėžimo sritis – visa realiųjų skaičių aibė.

Sandauga $(x^2 - x - 2) \cdot (x + 13)$ lygi 0, kai bent vienas iš dauginamųjų (arba $x^2 - x - 2$, arba $x + 13$) lygus 0 (o kiti dauginamieji turi prasmę). Apskaičiuojame tas x reikšmes (išsprendžiame kvadratinę ir tiesinę lygtis):

$$x^2 - x - 2 = 0,$$

$$x + 13 = 0,$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9,$$

$$x = -13.$$

$$x_1 = \frac{-(-1) - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1 - 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$(x_3 = -13)$$

$$x_2 = \frac{-(-1) + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{1 + 3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Apskaičiuojame sprendinių sandaugą:

$$-1 \cdot 2 \cdot (-13) = 26.$$

Atsakymas. 26.

Komentaras mokiniams.

Sandauga yra lygi 0, kai bent vienas dauginamasis lygus 0 (o kiti dauginamieji turi prasmę).

10. Išspręskite nelygybę $3^{4x} < 3^{x+12}$. Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☐ $x \in (-\infty; -4)$

☐ $x \in (4; +\infty)$

☐ $x \in (-4; +\infty)$

☒ $x \in (-\infty; 4)$

Sprendimas.

Duotos nelygybės kairioji pusė yra laipsnis, kurio pagrindas 3, ir dešinioji pusė yra laipsnis, kurio pagrindas 3:

$$3^{4x} < 3^{x+12}.$$

Kadangi $3 > 1$, tai duotoji nelygybė teisinga, kai:

$$4x < x + 12.$$

Išsprendžiame gautą tiesinę nelygybę:

$$4x - x < 12,$$

$$3x < 12,$$

$$x < 12 : 3,$$

$$x < 4.$$

Atsakymas. $x \in (-\infty; 4)$.

Komentarai mokiniams.

1. Jei nelygybė būtų pateikta taip: $3^{4x} - 3^{x+12} < 0$, tai pirmiausia 3^{x+12} reikėtų perkelti į kitą nelygybės pusę.

2. Jei laipsnių pagrindai būtų mažesni už 1, tai pereinant prie laipsnių rodiklių nelygybės reikėtų nelygybės ženklą keisti priešingu, pavyzdžiui:

$$0,3^{4x} < 0,3^{x+12},$$

$$4x > x + 12 \text{ (nes } 0,3 < 1),$$

$$4x - x > 12,$$

$$3x > 12,$$

$$x > 12 : 3,$$

$$x > 4.$$

11. Pabaikite teiginį, kad jis būtų teisingas. Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

Jeigu $x = \log_2 5$, tai

☐ $x^5 = 2$

☒ $2^x = 5$

☐ $5^x = 2$

☐ $x^2 = 5$

Sprendimas.

Jei $x = \log_2 5$, tai $2^x = 5$.

Atsakymas. $2^x = 5$.

Komentarai mokiniams.

1. Svarbiausia suprasti su logaritmo samprata susijusias lygybes (jos pateiktos formulių rinkinyje):

$$a^{\log_a b} = b, \text{ jei } \log_a b = c, \text{ tai } a^c = b$$

Pavyzdžiui:

$$\log_2 8 = 3, \text{ nes } 2^3 = 8;$$

$$2^{\log_2 8} = 8.$$

2. Analogiškai, reikia žinoti ir suprasti su šaknies samprata susijusias formules:

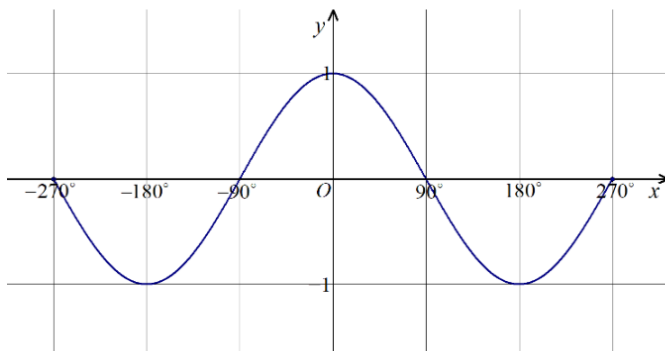
$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a, \text{ jei } \sqrt[n]{a} = b, \text{ tai } b^n = a$$

Pavyzdžiui:

$$\sqrt[3]{8} = 2, \text{ nes } 2^3 = 8;$$

$$\left(\sqrt[3]{8}\right)^3 = 8.$$

12. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \cos x$ grafikas, kai $x \in [-270^\circ; 270^\circ]$.



Remdamiesi grafiku, nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis $\cos x = 0,5$, kai $x \in [-270^\circ; 270^\circ]$. Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☐ 1

☐ 3

☒ 2

☐ 4

Sprendimas.

Tiesė $y = 0,5$ (ji eina per ordinačių ašies tašką $(0; 0,5)$ ir yra lygiagreti su abscisių ašimi) pavaizduotą kreivę – kosinusoidę $y = \cos(x)$ – nurodytame intervale (kai $x \in [-270^\circ; 270^\circ]$) kerta dviejuose taškuose, todėl lygtis

$$\cos(x) = 0,5$$

šiam intervale turi du sprendinius.

Atsakymas. 2.

Komentarai mokiniams.

1. Reikia gebėti:

1) sprendimą pavaizduoti braižant tiesę $y = 0,5$;

2) rasti tuos du lygties sprendinius.

2. Lygties $f(x) = g(x)$ sprendinių skaičių galima rasti vienoje koordinačių plokštumoje nubraižius grafikus $y = f(x)$ ir $y = g(x)$,

o tada nustačius tų abiejų grafikų bendrų taškų skaičių.

Pastaba. Grafikų $y = f(x)$ ir $y = g(x)$ bendrų taškų abscisės (koordinatės x) yra lygties $f(x) = g(x)$ sprendiniai.

13. Išspręskite lygtį $\log_2(3x - 2) = 4$. Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas: $x =$

Sprendimas.

Lygties $\log_2(3x - 2) = 4$ apibrėžimo sritis: $3x - 2 > 0, 3x > 2, x > \frac{2}{3}; x \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Sprendžiame lygtį:

I būdas.

$$\log_2(3x - 2) = 4,$$

$$\log_2(3x - 2) = \log_2(16),$$

$$3x - 2 = 16,$$

$$3x = 18,$$

$$x = 6.$$

II būdas.

$$\log_2(3x - 2) = 4,$$

$$3x - 2 = 2^4,$$

$$3x - 2 = 16,$$

$$3x = 18,$$

$$x = 6.$$

Gautoji lygties nežinomojo x reikšmė tenkina lygties apibrėžimo sritį ($6 \in \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$).

Pasitikriname: Kai $x = 6$, tai lygybė $\log_2(3 \cdot 6 - 2) = 4$ yra teisinga, nes $\log_2(16) = 4$.

Atsakymas. $x = 6$.

Komentarai mokiniams.

1. Svarbu suprasti abu aukščiau pateiktus lygties sprendimo būdus.
2. Prieš rašant atsakymą pravartu patikrinti, ar gautasis skaičius (gautieji skaičiai) duotąją lygtį paverčia teisinga lygybe.

14. Nustatykite, su kuria a reikšme lygybė $2 \log_5 16 = \log_5 a$ yra teisinga. Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas: $a =$

Sprendimas.

Lygties $2 \log_5 16 = \log_5 a$ apibrėžimo sritis: $a > 0; a \in (0; +\infty)$.

Sprendžiame lygtį:

$$2 \log_5 16 = \log_5 a,$$

$$\log_5 (16^2) = \log_5 a,$$

$$\log_5 (256) = \log_5 a,$$

$$256 = a.$$

Gautoji a reikšmė priklauso lygties apibrėžimo sričiai ir lygtį paverčia teisinga lygybe, todėl $a = 256$ yra lygties sprendinys.

Atsakymas. 256.

Komentaras mokiniams.

Sprendžiant logaritmines lygtis (nelygybes) ar pertvarkant reiškinius su logaritmais dažnai prireikia su logaritmais susijusių formulų – jos surašytos formulių rinkinyje:

$$a^{\log_a b} = b, \quad \text{jei } \log_a b = c, \text{ tai } a^c = b \quad (a > 0, a \neq 1, b > 0);$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a (bc), \quad \log_a b - \log_a c = \log_a \left(\frac{b}{c} \right), \quad k \log_a b = \log_a (b^k).$$

15. Suprastinkite reiškinį $\frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)}$. Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☒ $-\operatorname{tg} \alpha$	☐ $\operatorname{tg} \alpha$	☐ $-\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	☐ $\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$
--	--	---	--

Sprendimas.

Kadangi

$$\begin{aligned} \checkmark \quad \sin(-\alpha) &= -\sin(\alpha), \\ \cos(-\alpha) &= \cos(\alpha), \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

tai

$$\frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = \frac{-\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = -\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = -\underline{\underline{\operatorname{tg}(\alpha)}}.$$

Atsakymas. $-\operatorname{tg}(\alpha)$.**Komentarai mokiniams.**

1. Lygybes

$$\begin{aligned} \sin(-\alpha) &= -\sin(\alpha), \\ \cos(-\alpha) &= \cos(\alpha), \\ \operatorname{tg}(-\alpha) &= -\operatorname{tg}(\alpha) \end{aligned}$$

reikia žinoti – jų formulių rinkinyje nėra.

2. Šį uždavinį galima spręsti ir taip:

$$\frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} = \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}(\alpha).$$

16. Du darbininkai Karolis ir Tautvydas turėjo atlikti darbą. 7 dienas jie dirbo kartu, o paskui Tautvydas susirgo, todėl Karolis dar 3 dienas dirbo vienas. Yra žinoma, kad Tautvydas vienas šį darbą galėtų atlikti 4 dienomis anksčiau negu Karolis, dirbdamas vienas. Tarkime, Tautvydas, dirbdamas vienas, atliktų šį darbą per x dienų, o Karolis – per y dienų. Pažymėkite, kurią lygčių sistemą išsprendę, apskaičiuotume, per kiek dienų Tautvydas ir Karolis atliktų šį darbą, dirbdami po vieną, t. y. apskaičiuotume teisingas x ir y reikšmes.

(1 taškas)

☐
$$\begin{cases} \frac{10}{x} + \frac{7}{y} = 1, \\ x + 4 = y. \end{cases}$$

☐
$$\begin{cases} \frac{7}{x} + \frac{10}{y} = 1, \\ x - 4 = y. \end{cases}$$

☐
$$\begin{cases} \frac{10}{x} + \frac{7}{y} = 1, \\ x - 4 = y. \end{cases}$$

☒
$$\begin{cases} \frac{7}{x} + \frac{10}{y} = 1, \\ x + 4 = y. \end{cases}$$

Sprendimas.

Visą darbą pažymime 1 (vienetu).

Tautvydas visą darbą atlieka per x dienų.

Karolis visą darbą atlieka per y dienų.

	Visą darbą atlieka per	Per 1 dieną atlieka	Per 7 dienas atliko
Tautvydas	x dienų	$\frac{1}{x}$ viso darbo dalį	$7 \cdot \frac{1}{x} = \frac{7}{x}$ viso darbo dalį
Karolis	y dienų	$\frac{1}{y}$ viso darbo dalį	$7 \cdot \frac{1}{y} = \frac{7}{y}$ viso darbo dalį
Tautvydas ir Karolis dirbdami kartu		$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ viso darbo dalį	$7 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = \frac{7}{x} + \frac{7}{y}$ viso darbo dalį

Tautvydas dirbo 7 dienas ir atliko $\frac{7}{x}$ viso darbo dalį, Karolis dirbo $7 + 3 = 10$ dienų ir atliko $\frac{10}{y}$ darbo dalį.

Abu atliko visą darbą, todėl

$$\frac{7}{x} + \frac{10}{y} = 1.$$

Pagal sąlygą Tautvydas, dirbdamas vienas, darbą atliktų 4 dienomis anksčiau negu Karolis, dirbdamas vienas, todėl

$$x + 4 = y.$$

Atsakymas.
$$\begin{cases} \frac{7}{x} + \frac{10}{y} = 1, \\ x + 4 = y. \end{cases}$$

Susigoro bote

17. Nustatykite b reikšmę, su kuria $|10 - 100\sqrt{2}| + |-400\sqrt{2}| = a + b\sqrt{2}$; čia $a, b \in \mathbb{Z}$. Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☐ $b = -300$

☐ $b = -500$

☒ $b = 500$

☐ $b = 300$

Sprendimas. Naikiname modulius.

I būdas.

Kadangi $10 - 100\sqrt{2} < 0$, $-400\sqrt{2} < 0$, tai

$$|10 - 100\sqrt{2}| = -(10 - 100\sqrt{2}) = -10 + 100\sqrt{2},$$

$$|-400\sqrt{2}| = -(-400\sqrt{2}) = 400\sqrt{2}.$$

Vadinasi,

$$|10 - 100\sqrt{2}| + |-400\sqrt{2}| = -(10 - 100\sqrt{2}) - (-400\sqrt{2}) = -10 + 100\sqrt{2} + 400\sqrt{2} = -10 + 500\sqrt{2}.$$

II būdas.

$$|10 - 100\sqrt{2}| + |-400\sqrt{2}| = |100\sqrt{2} - 10| + |400\sqrt{2}| = 100\sqrt{2} - 10 + 400\sqrt{2} = -10 + 500\sqrt{2}.$$

Atsakymas. $b = 500$.

Komentarai mokiniams.

1. Formulį

$$|a - b| = |b - a|,$$

$$|-a| = |a|$$

formulių rinkinyje nėra – jas reikia žinoti.

2.

Jei $f(x) > 0$, tai $|f(x)| = f(x)$, pvz., $|10| = 10$.

Jei $f(x) < 0$, tai $|f(x)| = -f(x)$, pvz., $|-10| = -(-10) = 10$.

Jei $f(x) = 0$, tai $|f(x)| = 0$, t. y. $|0| = 0$.

$$|-5| = -(-5) = 5$$

$$|0| = 0$$

$$|5| = 5$$

$$|2-5| = |5-2|$$

$$n = 89$$

18. Užrašyta aštuoniasdešimt devynių aritmetinės progresijos narių suma: $4 + 9 + 14 + 19 + \dots + 444$. Apskaičiuokite šią sumą. Pažymėkite teisingą atsakymą.

$$a_1 = 4$$

$$a_{89} = 444$$

(1 taškas)

☐ 19536☐ 19712☐ 19759☒ 19936**Sprendimas.**

Žinome, kad $a_1 = 4, a_{89} = 444, n = 89$.

$$\text{Apskaičiuojame } S_{89} = \frac{a_1 + a_{89}}{2} \cdot 89 = \frac{4 + 444}{2} \cdot 89 = 19\,936.$$

Atsakymas. 19 936.

Komentarai mokiniams.

Būtina gebėti apskaičiuoti aritmetinės ir geometrinės progresijų pirmųjų n narių sumą (formulės surašytos formulių rinkinyje):

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n;$$

$$S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q};$$

19. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x) = a^x$ grafikas. Atlikite užduotis ir įrašykite atsakymus.

19.1. Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, nustatykite a reikšmę.

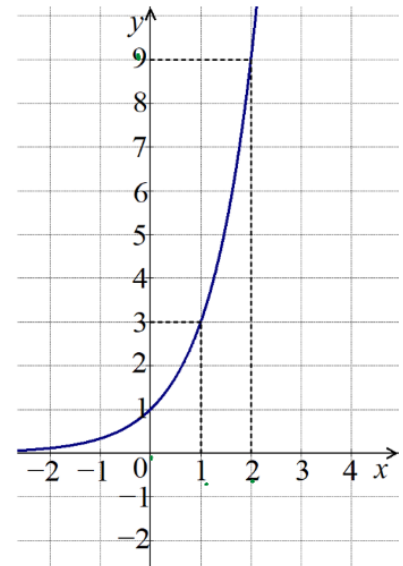
(1 taškas)

Atsakymas: $a =$

19.2. Nustatykite, su kura x reikšme $f(x) = 1$.

(1 taškas)

Atsakymas: $x =$



Sprendimas.

19.1. Matome, kad $y = a^x$ grafikas eina per taškus, kurių koordinatės yra $(0; 1)$, $(1; 3)$, $(2; 9)$.

Todėl teisingos yra lygybės:

$$1 = a^0, \quad 3 = a^1, \quad 9 = a^2.$$

Vadinasi, $a = 3$.

Atsakymas. $a = 3$.

19.2.

I būdas. Kai $y = 1$, tai $y = 3^x \Rightarrow 1 = 3^x \Rightarrow x = 0$.

II būdas. Iš grafiko randame, kad, kai $y = 1$, tai $x = 0$.

Atsakymas. $x = 0$.

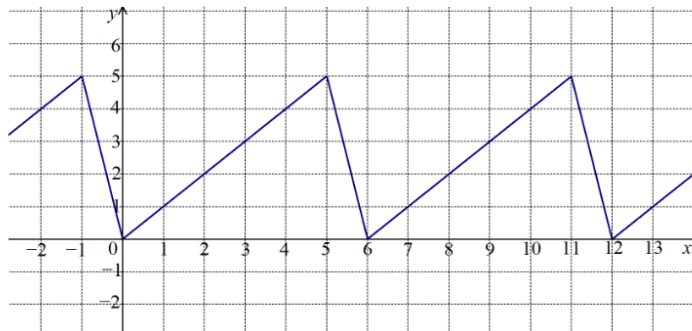
Komentarai mokiniams.

1. Iš pateikto grafiko reikia iš karto nustatyti, kad $a > 1$.

2. Būtinai reikia žinoti, kaip atrodo grafikai funkcijų:

- $y = a^x$, kai $0 < a < 1$ ir kai $a > 1$;
- $y = \log_a x$, kai $0 < a < 1$ ir kai $a > 1$.

20. Paveiksle pavaizduotas periodinės funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Yra žinoma, kad šios funkcijos periodas lygus 6 ir ši funkcija apibrėžta su visomis realiomis x reikšmėmis. Apskaičiuokite $f(2025)$.
Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☐ $f(2025) = 1$

☐ $f(2025) = 2$

☒ $f(2025) = 3$

☐ $f(2025) = 4$

Sprendimas.

2025 dalijame iš 6 su liekana: $2025 : 6 = 337$ (liekana 3).

Tai reiškia, kad $f(2022) = 0, f(2025) = f(3) = 3$.

Atsakymas. $f(2025) = 3$.

21. Išspręskite lygtis. *Irašykite atsakymus.*

21.1. $0,8 \cdot \sqrt[3]{12 - x} = 6,4$

(1 taškas)

Atsakymas: $x =$

21.2. $\frac{1}{4}x^3 - 125 = 3$

(1 taškas)

Atsakymas: $x =$

$$x^3 = \dots$$

Sprendimas.

21.1. Lygties apibrėžimo sritis yra visa realiųjų skaičių aibė.

Sprendžiame lygtį:

$$0,8 \cdot \sqrt[3]{12 - x} = 6,4, \quad | \cdot 10$$

$$8 \cdot \sqrt[3]{12 - x} = 64, \quad | : 8$$

$$\sqrt[3]{12 - x} = 8, \quad \uparrow^3$$

$$12 - x = 512,$$

$$-x = 500,$$

$$x = -500.$$

Atsakymas. $x = -500$.

21.2. Lygties apibrėžimo sritis yra visa realiųjų skaičių aibė.

Sprendžiame lygtį:

$$\frac{1}{4}x^3 - 125 = 3, \quad | \cdot 4$$

$$x^3 - 500 = 12, \quad | \cdot 4$$

$$x^3 = 512,$$

$$x = \sqrt[3]{512},$$

$$x = 8.$$

Atsakymas. $x = 8$.

Komentaras mokiniams.

Prieš rašant atsakymą, pravartu patikrinti:

21.1. Kai $x = -500$, tai lygybė $0,8 \cdot \sqrt[3]{12 - (-500)} = 6,4$ yra teisinga. Iš tikrųjų:

$$0,8 \cdot \sqrt[3]{12 - (-500)} = 0,8 \cdot \sqrt[3]{12 + 500} = 0,8 \cdot \sqrt[3]{512} = 0,8 \cdot 8 = 6,4.$$

21.2. Kai $x = 8$, tai lygybė $\frac{1}{4} \cdot 8^3 - 125 = 3$ yra teisinga: $\frac{1}{4} \cdot 8^3 - 125 = \frac{1}{4} \cdot 512 - 125 = 128 - 125 = 3$.

22. Išspręskite nelygybę $\log_{\frac{1}{4}} x > \log_{\frac{1}{4}} 10$. Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☐ $x \in (-\infty; 10)$

☒ $x \in (0; 10)$

☐ $x \in (10; +\infty)$

☐ $x \in (1; 10)$

Sprendimas.

Nelygybės $\log_{\frac{1}{4}} x > \log_{\frac{1}{4}} 10$ apibrėžimo sritis: $x > 0$.

Logaritmo pagrindas $\frac{1}{4} < 1$, todėl „numesdami logaritmus“ nelygybės ženklą „apsukame“:

$$\log_{\frac{1}{4}} x > \log_{\frac{1}{4}} 10, \Rightarrow x < 10.$$

Turime: $\begin{cases} x > 0, \\ x < 10, \end{cases} \Rightarrow x \in (0; 10).$

Atsakymas. $x \in (0; 10).$

Komentarai mokiniams.

1. Spendžiant logaritmines nelygybes būtina atsižvelgti į nelygybės apibrėžimo sritį.
2. Uždavinio sprendimą galima surašyti trumpiau:

$$\log_{\frac{1}{4}} x > \log_{\frac{1}{4}} 10, \Rightarrow \begin{cases} x > 0, \\ x < 10, \end{cases} \Rightarrow x \in (0; 10).$$

23. Nustatykite sveikąjį nelygybės $\frac{x+6}{2x+8} < 0$ sprendinį. Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas:

Sprendimas.

I būdas.

Nelygybę sprendžiame algebriskai. Trupmenos reikšmė yra neigiama, kai jos skaitiklio ir vardiklio reikšmės yra skirtingų ženklų, todėl:

$$\frac{x+6}{2x+8} < 0, \Rightarrow \begin{cases} x+6 < 0, \\ 2x+8 > 0; \end{cases} \text{ arba } \begin{cases} x+6 > 0, \\ 2x+8 < 0. \end{cases}$$

Išsprendžiame abi nelygybių sistemas:

$$\begin{cases} x+6 < 0, \\ 2x+8 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -6, \\ x > -4; \end{cases} \Rightarrow \text{sprendinių nėra;}$$

$$\begin{cases} x+6 > 0, \\ 2x+8 < 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -6, \\ x < -4; \end{cases} \Rightarrow x \in (-6; -4).$$

Vadinasi, nelygybės sprendiniai yra $x \in (-6; -4)$, o nelygybė turi vienintelį sveikąjį sprendinį $x = -5$.

II būdas. Intervalų metodas.

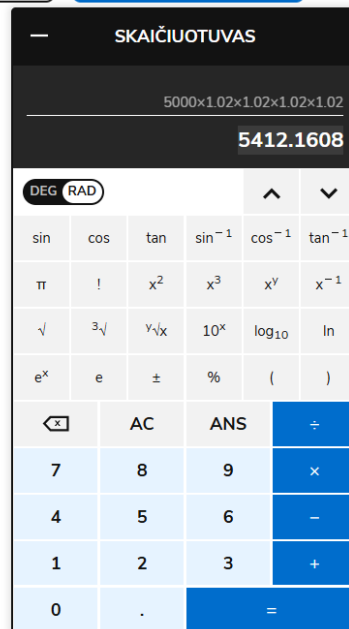
Atsakymas. -5 .

Komentaras mokiniams.

Trupmenines racionaliąsias nelygybes $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ reikia mokėti spręsti dviem būdais: algebriskai ir intervalų metodu.

24. Į banką padėtas 5000 Eur indėlis, kai mokamos 2 % sudėtinės metinės palūkanos. Apskaičiuokite, kiek indėlyje bus eurų po 4 metų (šimtųjų tikslumu). Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)

☐ 5520,40 Eur☐ 5400,00 Eur☐ 5306,04 Eur☒ 5412,16 Eur**Sprendimas.***I būdas.* Po metų sąskaitoje bus

$$5000 + 2\% (5000) = 5000 + 5000 \cdot 0,02 = 5000 + 100 = 5100 \text{ eurų. } (5000 \cdot 1,02 = 5100.)$$

Po dviejų metų sąskaitoje bus

$$5100 + 2\% (5100) = 5100 + 5100 \cdot 0,02 = 5100 + 102 = 5202 \text{ eurai. } (5100 \cdot 1,02 = 5202.)$$

Po trejų metų sąskaitoje bus

$$5202 + 2\% (5202) = 5202 + 5202 \cdot 0,02 = 5202 + 104,04 = 5306,04 \text{ euro. } (5202 \cdot 1,02 = 5306,04.)$$

Po ketverių metų sąskaitoje bus

$$5306,04 + 2\% (5306,04) = 5306,04 + 5306,04 \cdot 0,02 = 5306,04 + 106,1208 = 5412,16084 \approx 5412,16 \text{ euro. } (5306,04 \cdot 1,02 = 5412,16084 \approx 5412,16.)$$

II būdas. ✓

$$5000 \cdot 1,02 \cdot 1,02 \cdot 1,02 \cdot 1,02 = 5000 \cdot 1,02^4 = 5000 \cdot 1,08243216 = 5412,1608 \approx 5412,16 \text{ (euro).}$$

Atsakymas. 5624 eurai 32 centai.**Komentarai mokiniams.**

1. Paprastosios palūkanos – kuomet palūkanos kiekvieną kartą skaičiuojamos nuo pradinės indėlio sumos.

2. Sudėtinės palūkanos – kuomet palūkanos kiekvieną kartą skaičiuojamos nuo pradinės indėlio ir prieš tai priskaičiuotų palūkanų sumos.

25. Funkcijos $y = f(x)$ reikšmių sritis yra $E(f) = [-3; 8]$. Nustatykite funkcijos $g(x) = -2f(x) + 1$ reikšmių sritį. *Irašykite atsakymą į reikiamus langelius.*

(2 taškai)

Atsakymas: $E(g) = [$ $;$ $]$ **Sprendimas.**

$$\begin{aligned}y &\in [-3; 8], \\-3 &\leq y \leq 8, \quad | \cdot (-2) \\6 &\geq -2y \geq -16, \quad | + 1 \\7 &\geq -2y + 1 \geq -15, \\-15 &\leq -2y + 1 \leq 7.\end{aligned}$$

Atsakymas. $E(g) = [-15; 7]$.**Komentaras mokiniams.**

1. Funkcijos $y = f(x)$ apibrėžimo sritis yra visos tos x reikšmės su kuriomis reiškiny $f(x)$ turi prasmę, o reikšmių sritis yra visos tos y reikšmės kurias įgyja reiškiny $f(x)$.

2. Jei funkcijos $y = f(x)$ reikšmių sritis yra intervalas $[a; b]$, tai:

- pavyzdžiui, funkcijos $y = 2 \cdot f(x)$ reikšmių sritis yra intervalas $[2a; 2b]$;
- pavyzdžiui, funkcijos $y = f(x) + 3$ reikšmių sritis yra intervalas $[a + 3; b + 3]$;
- pavyzdžiui, funkcijos $y = 2 \cdot f(x) + 3$ reikšmių sritis yra intervalas $[2a + 3; 2b + 3]$;
- pavyzdžiui, funkcijos $y = -2 \cdot f(x)$ reikšmių sritis yra intervalas $[-2b; -2a]$;
- pavyzdžiui, funkcijos $y = f(x) - 3$ reikšmių sritis yra intervalas $[a - 3; b - 3]$;
- pavyzdžiui, funkcijos $y = -2 \cdot f(x) - 3$ reikšmių sritis yra intervalas $[-2b - 3; -2a - 3]$.

26. Nustatykite a ir b reikšmes, su kuriomis teisinga lygybė $\frac{700}{3-\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$; čia $a, b \in \mathbb{Z}$. Įrašykite atsakymą į reikiamus langelius.

Atsakymas: $a =$; $b =$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

(2 taškai)

Sprendimas.

$$\begin{aligned} \frac{700}{3-\sqrt{2}} + \frac{6}{\sqrt{2}} &= \frac{700 \cdot (3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2}) \cdot (3+\sqrt{2})} + \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{700 \cdot (3+\sqrt{2})}{3^2 - (\sqrt{2})^2} + \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{2} = \\ &= \frac{700 \cdot (3+\sqrt{2})}{7} + \frac{6 \cdot \sqrt{2}}{2} = 100 \cdot (3+\sqrt{2}) + 3 \cdot \sqrt{2} = \\ &= 300 + 100 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{2} = 300 + 103\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Atsakymas. $a = 300, b = 103$.

Komentaras mokiniams.

Reikia mokėti panaikinti šaknis trupmenos vardiklyje, kai vardiklyje yra:

- $\sqrt{a}$ – tada trupmenos ir skaitiklį, ir vardiklį dauginame iš $\sqrt{a}$;
- $a + \sqrt{b}$ – tada trupmenos ir skaitiklį, ir vardiklį dauginame iš $a - \sqrt{b}$;
- $a - \sqrt{b}$ – tada trupmenos ir skaitiklį, ir vardiklį dauginame iš $a + \sqrt{b}$

27. $\mathbb{R}$ – realiųjų skaičių aibė, $\mathbb{Q}$ – racionaliųjų skaičių aibė, $\mathbb{I}$ – iracionaliųjų skaičių aibė, $\mathbb{Z}$ – sveikųjų skaičių aibė, $\mathbb{N}$ – natūraliųjų skaičių aibė. Nustatykite, kurie du teiginiai yra teisingi, ir juos pažymėkite.

(2 taškai)

☒ $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \mathbb{I}$

☐ $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z} = \mathbb{R}$

☐ $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N} = \emptyset$

☒ $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$

☐ $\mathbb{I} \cap \mathbb{R} = \mathbb{Q}$

Sprendimas.

Tikriname pateiktas lygybes.

Atsakymas. $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} = \mathbb{I}$, $\mathbb{Z} \cup \mathbb{Q} = \mathbb{Q}$.

28. Pabaikite teiginį, kad jis būtų teisingas. *Pažymėkite teisingą atsakymą.*

(1 taškas)

Jeigu $\log_2 a = 2025$, tai $\log_2(2a) =$

☐ $2^{2025} + 1$

☐ 4050

☒ 2026

☐ $2^{2025} - 1$

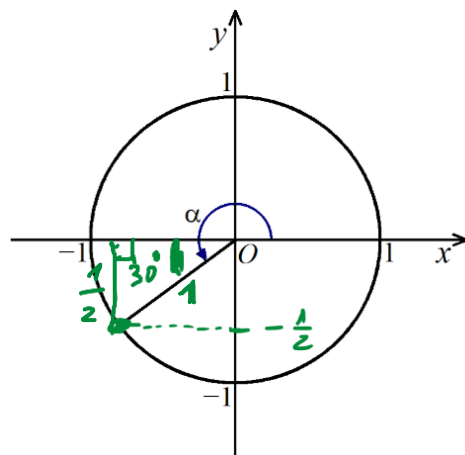
Sprendimas.

$$\log_2(2a) = \log_2(2) + \log_2(a) = 1 + 2025 = 2026.$$

Atsakymas. 2026.

29. Paveiksle pavaizduotas vienetinis apskritimas, kurio centras yra taškas O , ir posūkio kampas α ; $\alpha \in [0^\circ; 270^\circ]$. Yra žinoma, kad $\sin \alpha = -\frac{1}{2}$. Nustatykite kampo α didumą. *Irašykite atsakymą.*

(1 taškas)

Atsakymas: $\alpha =$ $^\circ$ **Sprendimas.**

Pasinaudojame $\sin(30^\circ)$ arba $\sin(-30^\circ)$ ir posūkio kampo samprata: $\sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$, $\sin(-30^\circ) = -\frac{1}{2}$:

$$\alpha = 180^\circ + 30^\circ = 210^\circ.$$

Atsakymas. $\alpha = 210^\circ$.

Komentarai mokiniams.

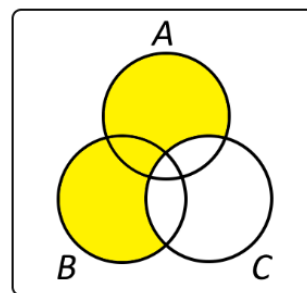
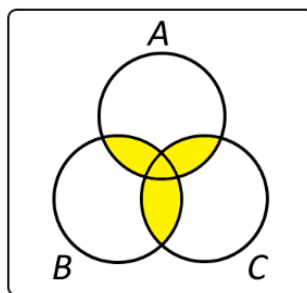
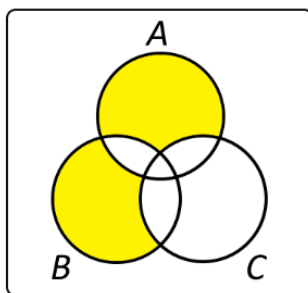
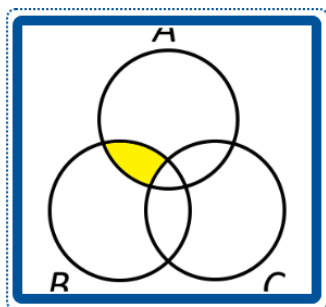
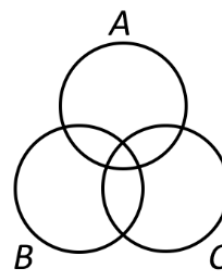
1. Iš paveikslėlio galima nustatyti, kad pavaizduotas posūkio kampas α yra:

- teigiamas, nes jis gautas sukant spindulį Ox kryptimi priešinga mechaninio laikrodžio rodyklių ėjimo kryptčiai;
- didesnis už 180° ir mažesnis už 270° , nes jis priklauso III ketvirčiui.

2. Šį uždavinį pravartu mokėti spręsti pasinaudojant skaičiuotuvu.

30. Veno diagramoje pavaizduotos trys aibės A , B ir C (žr. pav.). Kuris iš pateiktų variantų atitinka aibę $(A \cap B) \setminus C$? Pažymėkite teisingą atsakymą.

(1 taškas)



Komentaras mokiniams.

Būtina mokėti pavaizduoti veiksmus su aibėmis, naudojantis Veno diagramomis.

31. Nustatykite, su kuria k reikšme funkcijos $f(x) = \sqrt{8x + k}$ apibrėžimo sritis yra intervalas $[-0,5; +\infty)$. *Irašykite atsakymą.*

(1 taškas)

Atsakymas: $k =$

$$\underline{8x + k \geq 0}$$

Sprendimas.

Funkcijos apibrėžimo sritis:

$$8x + k \geq 0,$$

$$8x \geq -k,$$

$$x \geq -\frac{k}{8},$$

$$x \in \left[-\frac{k}{8}; +\infty\right).$$

Sąlygoje nurodyta, kad $x \in [-0,5; +\infty)$. Vadinasi,

$$-\frac{k}{8} = -0,5,$$

$$\frac{k}{8} = 0,5,$$

$$k = 0,5 \cdot 8 = 4.$$

Atsakymas. $k = 4$.

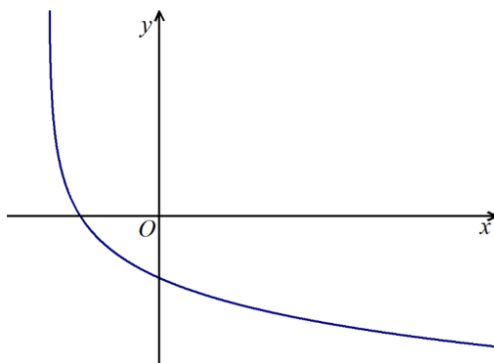
Komentaras mokiniams.

1. Kvadratinė šaknis turi prasmę tik, kai pošaknis yra neneigiamas.
2. Kubinė šaknis turi prasmę su visomis realiosiomis pošaknio reikšmėmis (pošaknis gali būti ir neigiamas).

32. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \log_a(x - b)$ grafiko eskizas. Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, pasirinkite teisingą teiginį ir jį pažymėkite.

(1 taškas)

☐ $a > 1, b > 0$
☒ $0 < a < 1, b < 0$
☐ $a > 1, b < 0$
☐ $0 < a < 1, b > 0$



Sprendimas.

Pavaizduota kreivė $y = \log_a(x - b)$ yra gauta grafiką $y = \log_a(x)$ pastumiant į kairę, todėl b yra neigiamas skaičius ($b < 0$).

Funkcija $y = \log_a(x - b)$ (bei funkcija $y = \log_a(x)$) yra mažėjančioji, todėl logaritmo pagrindas yra mažesnis už 1, t. y. $0 < a < 1$.

Atsakymas. $0 < a < 1, b < 0$.

Komentaras mokiniams.

1. Funkcijos $y = f(x - a) + b$, kai skaičiai a ir b yra teigiami, grafiką galima gauti funkcijos $y = f(x)$ grafiką pastumiant per:

- a vienetinių atkarpų į dešinę;
- b vienetinių atkarpų į viršų.

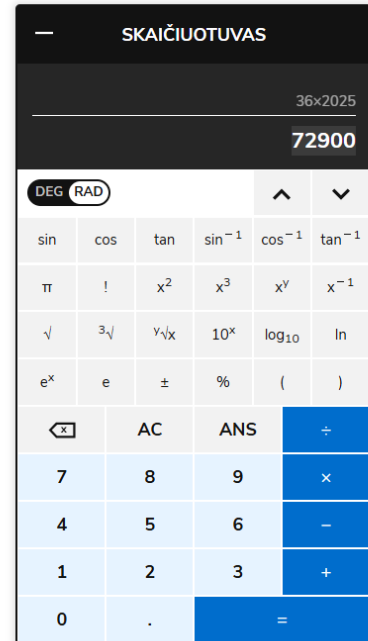
Funkcijos $y = f(x - a) + b$, kai skaičiai a ir b yra neigiami, galima gauti funkcijos $y = f(x)$ grafiką pastumiant per:

- a vienetinių atkarpų į kairę;
- b vienetinių atkarpų į apačią.

2. Būtina žinoti, kaip atrodo logaritminės, rodiklinės, antrojo ir trečiojo laipsnio, kvadratinės ir kubinės šaknys, trigonometrinių funkcijų grafikai.

33. Nustatykite, su kuria a reikšme lygybė $2^{2025} \cdot 4^{2025} \cdot 8^{2025} \cdot 16^{2025} \cdot 32^{2025} \cdot 64^{2025} \cdot 128^{2025} \cdot 256^{2025} = 2^a$ yra teisinga. Įrašykite atsakymą.

Atsakymas: $a =$



(1 taškas)

Sprendimas.

$$\begin{aligned}
 2^{2025} \cdot 4^{2025} \cdot 8^{2025} \cdot 16^{2025} \cdot 32^{2025} \cdot 64^{2025} \cdot 128^{2025} \cdot 256^{2025} &= 2^a, \\
 2^{2025} \cdot (2^2)^{2025} \cdot (2^3)^{2025} \cdot (2^4)^{2025} \cdot (2^5)^{2025} \cdot (2^6)^{2025} \cdot (2^7)^{2025} \cdot (2^8)^{2025} &= 2^a, \\
 2^{2025} \cdot 2^{2 \cdot 2025} \cdot 2^{3 \cdot 2025} \cdot 2^{4 \cdot 2025} \cdot 2^{5 \cdot 2025} \cdot 2^{6 \cdot 2025} \cdot 2^{7 \cdot 2025} \cdot 2^{8 \cdot 2025} &= 2^a, \\
 2^{2025+2 \cdot 2025+3 \cdot 2025+4 \cdot 2025+5 \cdot 2025+6 \cdot 2025+7 \cdot 2025+8 \cdot 2025} &= 2^a, \\
 a = 2025 + 2 \cdot 2025 + 3 \cdot 2025 + 4 \cdot 2025 + 5 \cdot 2025 + 6 \cdot 2025 + 7 \cdot 2025 + 8 \cdot 2025 &= \\
 = 2025 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 2025 \cdot 36 = 729\,000.
 \end{aligned}$$

Atsakymas. $a = 729\,000$.

Be komentarų.

34. Funkcija $y = g(x)$ yra nelyginė, o $f(x) = 11 + 2 \cdot g(x)$. Apskaičiuokite $f(-4)$, jeigu yra žinoma, kad $g(4) = 5$. Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas: $f(-4) =$

Sprendimas.

$$f(x) = 11 + 2 \cdot g(x),$$

$$f(-4) = 11 + 2 \cdot g(-4).$$

Funkcija $y = g(x)$ yra nelyginė, todėl

$$g(-x) = -g(x),$$

$$g(-4) = -g(4).$$

Vadinasi,

$$f(-4) = 11 + 2 \cdot g(-4) = 11 + 2 \cdot (-g(4)) = 11 - 2 \cdot g(4) = 11 - 2 \cdot 5 = 11 - 10 = 1.$$

Atsakymas. $f(-4) = 1$.

Komentarai mokiniams.

Jei funkcija $y = f(x)$ yra **lyginė**, tai:

- $f(-x) = f(x)$;
- funkcijos grafikas yra simetriškas ordinačių ašies (Ox) atžvilgiu.

Lyginės yra funkcijos

$$y = x^2, \quad y = \cos x,$$

Jei funkcija $y = f(x)$ yra **nelyginė**, tai:

- $f(-x) = -f(x)$;
- funkcijos grafikas yra simetriškas koordinačių pradžios taško $O(0; 0)$ atžvilgiu.

Nelyginės yra funkcijos

$$y = x^3, \quad y = \sqrt[3]{x}, \quad y = \sin x, \quad y = \operatorname{tg} x.$$

35. Keturi skaičiai a, b, c ir d ($a \neq 0$) yra tokie, kad a, b ir c yra iš eilės einantys geometrinės progresijos, kurios vardiklis lygus 3, nariai, o skaičiai b, c ir d yra iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai. Apskaičiuokite $\frac{a+b+c+d}{a}$. Įrašykite atsakymą.

(1 taškas)

Atsakymas: $\frac{a+b+c+d}{a} =$

Sprendimas.

Užrašome sąlygą, atitinkančią geometrinę progresiją, kurios pirmasis narys yra a , o vardiklis lygus 3:

$$a, 3a, 9a.$$

Sąlygą atitinkanti aritmetinė progresija yra:

$$3a, 9a, 15a,$$

nes jos skirtumas lygus $9a - 3a = 6a$, o trečiasis narys $d = 9a + 6a = 15a$.

Vadinasi, sąlygą atitinkantys skaičiai a, b, c, d yra šie:

$$a, 3a, 9a, 15a.$$

Apskaičiuojame:

$$\frac{a + 3a + 9a + 15a}{a} = \frac{28a}{a} = 28.$$

Atsakymas. 28.

Komentaras.

Seka	a	b	c	d
Geometrinė progresija	a	$3a$	$9a$	
Aritmetinė progresija		$3a$	$9a$	$15a$

SUVESTINĖ - Dalis I

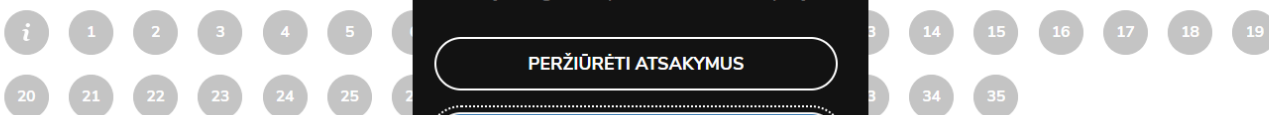
Visi Pažymėti (0) Nebaigti (0)

Instrukcijos



Testas

Liko 54 min



Ar tikrai norite pateikti savo atsakymus?

Pateikę nebegalėsite peržiūrėti savo atsakymų.

PERŽIŪRĖTI ATSAKYMUS

PATEIKTI



2025 m. matematikos VBE I dalis. (B). Bandomasis patikrinimas / Rezultatai / INFO_REZ ✓ išsaugotas

Bandomojo patikrinimo taškų suma – 40.**Jūs surinkote 40 iš 40.**

Ačiū! Jūs šauniai padirbėjote!

DĖMESIO! Atsakykite į pateiktus klausimus ir, norėdami baigti, būtinai paspauskite mygtuką „Baigti darbą“.

Ar užduotys Jums patiko?

☒ Taip ☐ Vidutiniškai ☐ Ne

Ar užteko laiko?

☒ Taip ☐ Vidutiniškai ☐ Ne

Ar buvo lengva viską atlikti?

☒ Taip ☐ Vidutiniškai ☐ Ne

Pažymėkite kalbą, kuria mokotės mokykloje.

☐ Lenkų ☒ Lietuvių ☐ Rusų

Spauskite „Baigti darbą“

BAIGTI DARBĄ