2025 m. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO II DALIES BANDOMOJO PATIKRINIMO MOKINIŲ DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA

Išplėstinis kursas

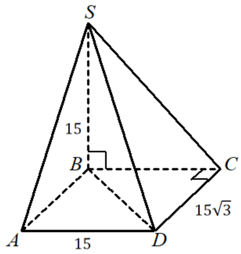
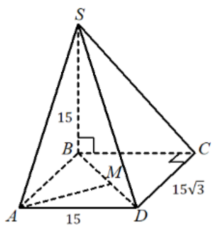
I dalis

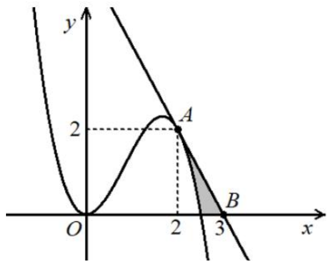
1	$A \cap B = [2; 3]$ (arba $[2; 3]$)
2	$500\sqrt{2}$ (arba $\sqrt{500000}$)
3	720
4	2 (2 sprendiniai)
5	9
6	$x = 3$ (arba 3)
7	$x \in (-7; 3)$ (arba $(-7; 3)$)
8	$F(x) = 2x + \frac{x^3}{3} + C$ *Pastaba:* Teisingas atsakymas ir tuomet, kai vietoj *C* parašytas bet kuris realusis skaičius.
9	0,28 (arba $\frac{7}{25}$)
10	$\text{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{3}$ (arba $\frac{2}{3}$)

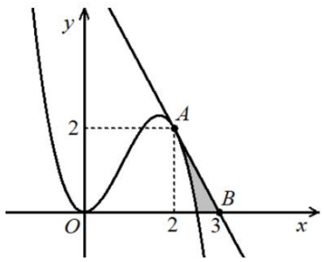
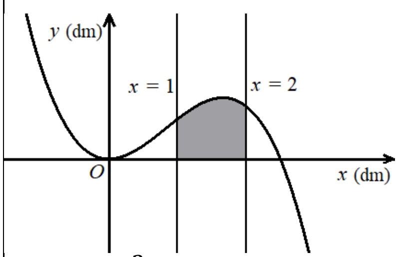
II dalis

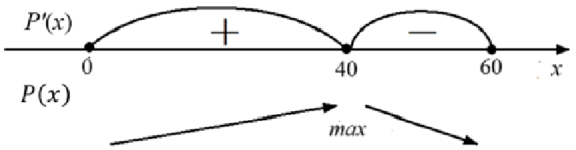
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
11		**7**	
11.1		**1**	
	$\frac{3^{2001,5}-3^{2000,5}}{3^{2000,5}}=\frac{3^{2000,5}(3-1)}{3^{2000,5}}=2.$ *Ats.:* 2.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.2		**2**	
	$\sqrt{(1-x)^2}+\lvert 1-x\rvert=\lvert 1-x\rvert+\lvert 1-x\rvert=$	1	Už teisingą kvadratinės šaknies pertvarkymą.
	$=2\lvert 1-x\rvert=2(x-1).$ *Ats.:* $2(x-1)$ (arba $2x-2$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.3		**2**	
	$\log_{a^5}(\sqrt{a})=\frac{1}{5}\log_a(\sqrt{a})=$	1	Už teisingai pritaikytą bent vieną logaritmų savybę.
	$=\frac{1}{5}\log_a\left(a^{\frac{1}{2}}\right)=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{10}.$ *Ats.:* 0,1 (arba $\frac{1}{10}$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.4		**2**	
	$\frac{\sin(x+100\pi)-2\sin(-x)}{\mathrm{tg}(x+11\pi)}=\frac{\sin x-2\sin(-x)}{\mathrm{tg}\,x}=$	1	Už teisingai pritaikytą sinuso ir tangento periodą
	$=\frac{\sin x+2\sin x}{\mathrm{tg}\,x}=3\sin x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}=3\cos x.$ *Ats.:* $3\cos x$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
12		**4**	
12.1		**1**	
	$p=1-0{,}7-0{,}25-0{,}01=0{,}04.$	1	Už teisingą parodymą, kad $p=0{,}04$.
12.2		**1**	
	$\mathbf{E}X=0\cdot 0{,}7+5\cdot 0{,}25+10\cdot 0{,}04+$ $+50\cdot 0{,}01=2{,}15.$	1	Už teisingą parodymą, kad $\mathbf{E}X=2{,}15$.
12.3		**2**	
	$\mathbf{E}Y=0\cdot 0{,}65+2\cdot 0{,}32+5\cdot 0{,}02+$ $+100\cdot 0{,}009+500\cdot 0{,}001=2{,}14.$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (teisingai apskaičiuota atsitiktinio dydžio Y matematinė viltis).
	Ats.: „Latgalių LOTO“ apsimoka žaisti labiau, nes $\mathbf{E}X>\mathbf{E}Y$.	1	Už padarytą teisingą, argumentuotą išvadą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
13		**7**	
13.1		**1**	
	$V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15\sqrt{3} \cdot 15 = 1125\sqrt{3}$. *Ats.*: $1125\sqrt{3}$. 	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.2		**2**	
	$SA = \sqrt{15^2 + \left(15\sqrt{3}\right)^2} = 30$,	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz. apskaičiuotas briaunos SA ilgis).
	$S_{SAD} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 225$. *Ats.*: 225.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.3		**1**	
	$\operatorname{tg} \angle SAB = \frac{15}{15\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Longrightarrow \angle SAB = 30°$. *Ats.*: $\angle SAB = 30°$ (arba 30°).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Pastaba: Mokinys gali apskaičiuoti kampo didumą ir kitais būdais, pvz., gali apskaičiuoti pagal kampo kosinusą arba sinusą.			
13.4		**3**	
	$AM \perp BD$ 	1	Už supratimą, kad AM statu BD.
	$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD$,	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
	$AM = \frac{15\sqrt{3} \cdot 15}{30} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$. *Ats.*: $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (arba $7{,}5\sqrt{3}$).	1	Už gautą teisingą AM ilgį.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
14		**8**	
14.1		**1**	
	$f'(x) = 5x - 3x^2$, $f'(2) = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = -2$. *Ats.:* $f'(2) = -2$ (arba -2).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
14.2		**1**	
	$f'(2) = -2$, $f(x_0) = f(2) = 2{,}5 \cdot 2^2 - 2^3 = 2$, $y = f'(2)(x-2) + f(2)$, $y = -2(x-2) + 2 = -2x + 6$.	1	Už teisingą parodymą, kad liestinės lygtis yra $y = -2x + 6$.
14.3		**4**	
	I būdas $2{,}5x^2 - x^3 = 0$, $x^2(2{,}5 - x) = 0$, $x_1 = 0, \quad x_2 = 2{,}5$. 	1	Už teisingai apskaičiuotus funkcijos nulius.
	$S_1 = \int_2^{2,5} (2{,}5x^2 - x^3)\mathrm{d}x =$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą. (pvz., už teisingai išreikštą bent vienos figūros, reikalingos galutiniam atsakymui gauti, plotą apibrėžtiniu integralu).
	$= \left(2{,}5 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4}\right)\Big\|_2^{2,5} =$	1	Už teisingą pirmykštę funkciją.
	$= \frac{113}{192}$, $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$, $S = S_\Delta - S_1 = \frac{79}{192}$. *Ats.:* $\frac{79}{192}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

	II būdas  $2{,}5x^2 - x^3 = 0,$ $x^2(2{,}5 - x) = 0,$ $x_1 = 0, \qquad x_2 = 2{,}5.$	1	Už teisingai apskaičiuotus funkcijos nulius.
	$S_1 = \int_2^{2{,}5} ((-2x + 6) - (2{,}5x^2 - x^3))\mathrm{d}x =$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., už teisingai išreikštą bent vienos figūros, reikalingos galutiniam atsakymui gauti, plotą apibrėžtiniu integralu).
	$= \left(-2{,}5 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} - x^2 + 6x\right)\Big\|_2^{2{,}5} =$	1	Už teisingą pirmykštę funkciją.
	$= \frac{31}{192},$ $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 1 = 0{,}25,$ $S = S_1 + S_\Delta = \frac{79}{192}.$ *Ats.*: $\frac{79}{192}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
14.4		**2**	
	 $V = \pi \int_1^2 \frac{1}{25}(2{,}5x^2 - x^3)^2\mathrm{d}x =$ $= \frac{\pi}{25}\int_1^2 (6{,}25x^4 - 5x^5 + x^6)\mathrm{d}x =$	1	Už teisingai išreikštą sukinio tūrį apibrėžtiniu integralu.
	$= \frac{\pi}{25} \cdot \left(6{,}25 \cdot \frac{x^5}{5} - \frac{5x^6}{6} + \frac{x^7}{7}\right)\Big\|_1^2 = \frac{123\pi}{700}.$ *Ats.*: $\frac{123\pi}{700}$ dm^3 (arba $\frac{123\pi}{700}$).	1	Už teisingą pirmykštę funkciją ir gautą teisingą sukinio tūrį.

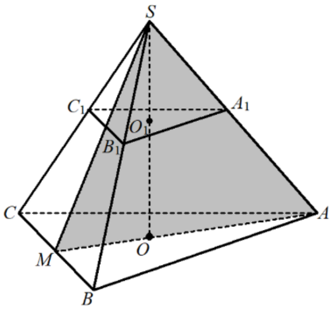
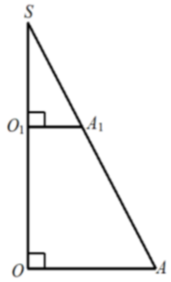
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		**5**	
15.1		**1**	
	$I(3) = 200 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 3^3 = 2664.$ *Ats.:* 2664 Eur (arba 2664).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
15.2		**1**	
	Jei per mėnesį pagaminama ir parduodama x tonų produkcijos, tai pelnas: $P(x) = 9900x - \left(200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3\right) =$ $= \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x.$	1	Už gautą teisingą pelno išraišką.
15.3		**3**	
	$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600.$	1	Už teisingai apskaičiuotą išvestinę.
	$4x^2 - 400x + 9600 = 0,$ $x = 40,\ x = 60.$	1	Už kritinių taškų suradimą.
	 *Ats.:* 40 tonų (arba 40).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		**3**	
	$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} - 5\sin\frac{x}{2} = 0,$	1	Už teisingai pritaikytą dvigubo kampo sinuso formulę.
	$\sin\frac{x}{2}\left(2\cos\frac{x}{2} - 5\right) = 0,$ $\sin\frac{x}{2} = 0,$ $\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$ $\cos\frac{x}{2} = 2{,}5.$ (sprendinių neturi). *Ats.:* $2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$	2	Po 1 tašką už kiekvieną teisingai išspręstą lygtį.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		**3**	
	$f'(x) = \frac{0{,}5^{1\,+\,2x} \cdot \ln(0{,}5) \cdot (1+2x)'}{2\ln(0{,}5)} = 0{,}5^{1\,+\,2x}$.	1	Už teisingai apskaičiuotą sudėtinės funkcijos išvestinę.
	$0{,}5^{1\,+\,2x} < \frac{1}{4}\ln(0{,}5) \cdot \frac{8}{2\ln(0{,}5)}$, $0{,}5^{1\,+\,2x} < 1$,	1	Už teisingai pertvarkytą nelygybę į $0{,}5^{1\,+\,2x} < 1$.
	$0{,}5^{1\,+\,2x} < 0{,}5^{0}$, $1 + 2x > 0$, $x > -0{,}5$. *Ats.:* $x \in (-0{,}5; +\infty)$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		**4**	
	$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17$,	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., aritmetinės progresijos apibrėžties taikymą).
	$2\log_a 17 = \log_{27} 17 + \log_3 17$, $2\log_a 17 = \frac{4}{3}\log_3 17$,	1	Už teisingai pritaikytas logaritmų savybes.
	$6 \cdot \frac{1}{\log_{17} a} = 4 \cdot \frac{1}{\log_{17} 3}$, $4\log_{17} a = 6\log_{17} 3$,	1	Už teisingą logaritmų pagrindų suvienodinimą.
	$\log_{17} a = \frac{3}{2}\log_{17} 3$, $\log_{17} a = \log_{17} 3^{\frac{3}{2}}$, $a = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}$. *Ats.:* $3\sqrt{3}$ (arba $3^{\frac{3}{2}}$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		**4**	
	Tegul p – tikimybė, kad Beno pagaminta detalė bus tinkama. Tada $1-p=2p \Rightarrow p=\frac{1}{3}$.	1	Už teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad Beno pagaminta viena detalė bus tinkama.
	$1-C_8^0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^8-C_8^1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^7-$ $-C_8^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^6=$ arba $C_8^3\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{2}{3}\right)^5+C_8^4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^4+C_8^5\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^3+$ $+C_8^6\left(\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{2}{3}\right)^2+C_8^7\left(\frac{1}{3}\right)^7\left(\frac{2}{3}\right)^1+C_8^8\left(\frac{1}{3}\right)^8\left(\frac{2}{3}\right)^0=$	1	Už bent vienos tikimybės teisingą $C_8^k\left(\frac{1}{3}\right)^k\left(\frac{2}{3}\right)^{8-k}$ užrašymą (supratimą, kad čia binominis bandymas).
		1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (arba už priešingo įvykio tikimybės skaičiavimą ir atėmimą iš 1, arba už visų reikalingų tiesiogiai apskaičiuoti rezultatą tikimybių išvardijimą).
	Ats:. $\frac{1163}{2187}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		**5**	
	  Kampas tarp piramidės briaunos SA ir pagrindo plokštumos ABC yra $\angle SAO$, todėl $\operatorname{tg}\angle SAO = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = AO \cdot \operatorname{tg}\angle SAO \Rightarrow$ $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO.$	1	Už teisingą aukštinės SO išraišką per AO.
	$S_{SAM} = 8S_{A_1B_1C_1}$, $\frac{1}{2}SO \cdot AM = 8 \cdot \frac{{A_1B_1}^2\sqrt{3}}{4}$, $\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO \cdot \frac{3}{2} \cdot AO = 8 \cdot \frac{3\sqrt{3} \cdot {A_1O_1}^2}{4}$, $\frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot AO^2 = 6\sqrt{3} \cdot {A_1O_1}^2$,	2	Po vieną tašką už teisingą trikampio SAM ploto išraišką per AO ir trikampio $A_1B_1C_1$ ploto išraišką per A_1O_1.
	$\left(\frac{AO}{A_1O_1}\right)^2 = 16 \Rightarrow \frac{AO}{A_1O_1} = 4.$	1	Už apskaičiuotą teisingą santykį $\frac{AO}{A_1O_1}$.
	Kadangi plokštuma $A_1B_1C_1$ lygiagreti su plokštuma ABC, tai AO lygiagreti su A_1O_1 ir trikampiai SAO bei SA_1O_1 yra panašieji. Todėl $\frac{AO}{A_1O_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO}{SO_1} = 4,$ $\frac{SO}{SO_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO_1 + OO_1}{SO_1} = 4 \Rightarrow 1 + \frac{OO_1}{SO_1} = 4,$ $\frac{OO_1}{SO_1} = 3 \Rightarrow \frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$ *Ats.:* $\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.