

Pirminiai ir sudėtiniai skaičiai

Uždaviniai

1. Skaičių 32 galima dviem skirtingais būdais užrašyti kaip dviejų pirminių skaičių sumą:
$$32 = 3 + 29 = 13 + 19$$

Keliais skirtingais būdais galima skaičių 24 užrašyti kaip dviejų pirminių skaičių sumą? (Jei skiriasi tik tų pačių dėmenų išsidėstymas, tai nėra naujas būdas.)
2. Pirminis skaičius vadinamas superpirminiu, jei jį padauginus iš 2 ir atėmus 1, irgi turimas pirminis skaičius. Rask visus superpirminius skaičius, mažesnius už 15.
3. Du skaičius įrašę (vieną) į skaitiklį ir (kitą) į vardiklį, sudarome vieną trupmeną. Panaudodamas skaičius nuo 1 iki 10 (kiekvieną lygiai po 1 kartą) sudaryk 5 trupmenas, kurių kiekviena būtų lygi sveikajam skaičiui.
4. Keli skaičiaus 48 dalikliai nėra nei pirminiai, nei trejeto kartotiniai?
5. Pusiau pirminiu (arba beveik pirminiu) vadinamas toks skaičius, kurio sandaugą sudaro du (nebūtinai skirtingi) pirminiai skaičiai. Todėl 4 ir 6 yra du mažiausi pusiau pirminiai skaičiai. Koks yra dešimtas pagal dydį pusiau pirminis skaičius?
6. Raskite didžiausią dviženklį pirminį skaičių, kuris lygus kitų dviejų pirminių skaičių sumai.
7. Keliais būdais galima užrašyti skaičių 47 kaip trijų pirminių skaičių sumą? (Jei skiriasi tik tų pačių dėmenų išsidėstymas, tai nėra naujas būdas.)

Pirminiai ir sudėtiniai skaičiai

8. Rask keturių pirminių skaičių, mažiau-
siai besiskiriančių nuo 58, aritmetinį
vidurkį.

9. Rask visus dviženklus skaičius, kurių
vienas kaimynas yra pirminis skaičius,
o kitas – tikslus kvadratas (t. y. sveikąjo
skaičiaus kvadratas).

10. Skaitmenis 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ir 9 panau-
dokite lygiai po 1 kartą ir sudarykite
keturis dviženklus pirminius skaičius,
kad skirtumas tarp didžiausio ir ma-
žiausio būtų įmanomas didžiausias.

11. Šeši skirtingi skaičiai užrašyti ant trijų
kortelių – po vieną ant kiekvienos pu-
sės. Sudėję bet kurios kortelės abiejų
pusių skaičius, turėtume tą pačią sumą.
Nematomose pusėse visi skaičiai yra
pirminiai. Kokia jų suma?

44	59	38
----	----	----

12. Dviejų natūraliųjų skaičių sandauga
lygi 167. Kam lygi jų suma?

13. Kokią liekaną turėsime pirmųjų septy-
nių pirminių skaičių sandaugą padaliję
iš 510?

14. a) Jei dviženklį skaičiaus A skaitmenis
sukeistume vietomis ir padaugintume
jį iš B, turėtume 217. Kam lygi A ir B
sandauga?

b) Jei dviženklį skaičiaus A skaitmenis
sukeistume vietomis ir padaugintume
jį iš B, turėtume 253. Kam lygi A ir B
sandauga?

15. Mėgstamiausias Pauliaus riešutų bato-
nėlis paprastai kainuoja 49 centus. Tad
kai parduotuvėje šie batonėliai buvo
nukainuoti, Paulius nupirko visus, kiek
tik jų buvo. Už šį pirkinį sumokėjo 31
eurą 93 centus. Kiek batonėlių jis įsigijo?

16. Raskite 48 ir 60 didžiausio bendro da-
liklio visų daliklių sandaugą.

Pirminiai ir sudėtiniai skaičiai

17. Skaičius n mažesnis už 1000, o jo dviejų pirminių daliklių suma lygi 193. Kam gali būti lygus n ?
18. Dviejų dviženklų skaičių sandauga lygi 6545. Kam lygi jų suma?
19. Pradinukas Vilius turi brolius dvynius. Jų trijų amžių sandauga lygi 6561. Kiek metų jo broliams?
20. Keturių skirtingų natūraliųjų skaičių sandauga lygi 2001. Kam lygi tų skaičių suma?
21. Skaičių vadiname tobulu, jei jo natūraliųjų daliklių suma yra dvigubai už jį didesnė. Mažiausias toks skaičius yra 6, nes $1 + 2 + 3 + 6 = 6 \cdot 2$. Koks yra kitas tobulas skaičius?
22. Iš kokio mažiausio natūraliojo skaičiaus reikia padauginti 180, kad rastume tikslųjį kubą (t. y. natūraliojo skaičiaus kubą)?
23. Raskite mažiausią skaičių, kuris dalijasi iš bet kokio skaičiaus nuo 1 iki 15.
24. Jei tą patį triženklį skaičių parašytume dukart iš eilės be tarpo, gautume „suklijuotą“ šešiaženklį skaičių (pvz., iš 315 gauname skaičių 315315). Koks yra visų „suklijuotų“ šešiaženklų skaičių didžiausias bendras daliklis?
25. a) Užrašyti 6 iš eilės einantys natūralieji skaičiai. Sudėjus 4 iš jų, turima pirminė suma. Ar gali likusiųjų dviejų skaičių suma irgi būti pirminė?

Pirminiai ir sudėtiniai skaičiai

b) Užrašyti 106 iš eilės einantys natūralieji skaičiai. Sudėjus 84 iš jų, turima pirminė suma. Ar gali likusiųjų dvidešimt dviejų skaičių suma irgi būti pirminė?

26. Trijų dviženklių skaičių sandauga lygi 636405. Kam lygi tų skaičių suma?

27. Ponas Jonaitis turi 4 anūkus, kurių amžių sandauga lygi 67184. Tik vienas iš anūkų yra paauglys (t. y. nuo 11 iki 19 metų imtinai), o vyriausias iš jų dar neturi 40 metų. Be to, vyriausio ir jauniausio anūko amžių skirtumas lygus 30. Kokio amžiaus jo anūkai?

Dalumas ir liekanos

1. Sugalvojau skaičių. Jei 100 padalyčiau iš jo, turėčiau liekaną 4. O jei 90 padalyčiau iš jo, turėčiau liekaną 18. Kokį skaičių sugalvojau?

2. Kokią liekaną gauname padaliję 813 ir 907 sandaugą iš 63 ir 37 sumos?

Pirminiai ir sudėtiniai skaičiai

3. Rask tris mažiausius skaičius, kurie pasižymi tuo, kad 109 padalijus iš bet kurio jų, liekana 4.
4. Sugalvojau natūralųjį skaičių. Jį padalijus iš 5, liekana 2. O jei dalyčiau iš 6 – liekana 1. Koks tas skaičius, jei gautų dalmenų skirtumas (iš didesnio atėmus mažesnį) lygus 3?
5. Sugalvojau skaičių tarp 20 ir 100. Jo skaitmenų suma dali iš 8, o patį skaičių dalijant iš 8, liekana 1. Koks tas skaičius?
6. 2019-aisiais metais švenčiau savo gimtadienį sekmadienį. Kokią savaitės dieną švėsiu jį 2119 metais?
7. Simbolium $n!$ (čia n yra natūralusis skaičius) žymima sandauga $n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Pvz., $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$. Įrodykite, kad
a) suma $54! + 55!$ dalijasi iš 57;
b) suma $57! + 58!$ dalijasi iš 59.