



# MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pakartotinė sesija

2008 m. birželio 18 d.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

## Valstybinio brandos egzamino formulės

**Trikampis.**  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$ ; čia  $a, b, c$  – trikampio kraštinės,  $p$  – pusperimetris,  $r$  ir  $R$  – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spinduliai,  $S$  – trikampio plotas.

**Skritulio išpjova.**  $S = \frac{\pi R^2}{360^\circ} \cdot \alpha$ ,  $l = \frac{2\pi R}{360^\circ} \cdot \alpha$ ; čia  $\alpha$  – centrinio kampo didumas laipsniais,  $S$  – išpjovos plotas,  $l$  – išpjovos lanko ilgis,  $R$  – apskritimo spindulys.

**Nupjautinis kūgis.**  $S = \pi(R+r) \cdot l$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi H(R^2 + Rr + r^2)$ ; čia  $R$  ir  $r$  – kūgio pagrindų spinduliai,  $S$  – šoninio paviršiaus plotas,  $V$  – tūris,  $H$  – aukštinė,  $l$  – sudaromoji.

**Nupjautinės piramidės tūris.**  $V = \frac{1}{3} H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$ ; čia  $S_1, S_2$  – pagrindų plotai,  $H$  – aukštinė.

**Rutulys.**  $S = 4\pi R^2$ ,  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ ; čia  $S$  – rutulio paviršiaus plotas,  $V$  – tūris,  $R$  – spindulys.

**Rutulio nuopjovos tūris.**  $V = \frac{1}{3} \pi H^2 (3R - H)$ ; čia  $R$  – spindulys,  $H$  – nuopjovos aukštinė.

**Vektorių skaliarinė sandauga.**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$ ;

čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{a}(x_1; y_1; z_1)$  ir  $\vec{b}(x_2; y_2; z_2)$ .

**Geometrinė progresija.**  $b_n = b_1 q^{n-1}$ ,  $S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}$ .

**Begalinė nykstamoji geometrinė progresija.**  $S = \frac{b_1}{1 - q}$ .

**Trigonometrinės funkcijos.**  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ ,  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ ,  $2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ ,

$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$ ,  $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$ ,  $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ ,

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha \pm \beta}{2} \cos \frac{\alpha \mp \beta}{2}$ ,  $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,

$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$ ,  $\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$ .

$\begin{cases} \sin x = a, -1 \leq a \leq 1, \\ x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}; \end{cases} \begin{cases} \cos x = a, -1 \leq a \leq 1, \\ x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \end{cases} \begin{cases} \operatorname{tg} x = a, \\ x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$

**Deriniai.**  $C_n^k = C_n^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .

**Tikimybių teorija.** Atsitiktinio dydžio  $X$  matematinė viltis yra  $\mathbf{E} X = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$ , dispersija  $\mathbf{D} X = (x_1 - \mathbf{E} X)^2 p_1 + (x_2 - \mathbf{E} X)^2 p_2 + \dots + (x_n - \mathbf{E} X)^2 p_n$ .

**Išvestinių skaičiavimo taisyklės.**  $(Cu)' = Cu'$ ;  $(u \pm v)' = u' \pm v'$ ;  $(uv)' = u'v + uv'$ ;  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ;

čia  $u$  ir  $v$  – diferencijuojamos funkcijos,  $C$  – konstanta.  $(a^x)' = a^x \ln a$ ,  $(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$ .

Sudėtinės funkcijos  $h(x) = g(f(x))$  išvestinė  $h'(x) = g'(f(x))f'(x)$ .

**Funkcijos grafiko liestinės taške  $(x_0; f(x_0))$  lygtis.**  $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ .

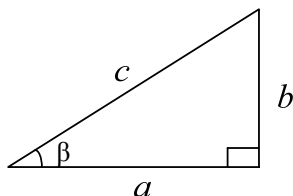
**Logaritmo pagrindo keitimo formulė.**  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ .

Kiekvienas teisingas 1–7 uždavinio atsakymas vertinamas 1 tašku.

1. Lygčių sistemos<sup>I</sup>  $\begin{cases} (x+0,2)^2 + (y+0,3)^2 = 0, \\ x-y = 0,1 \end{cases}$  sprendinys<sup>II</sup> yra:

- A  $(-0,2; 0,3)$     B  $(-0,2; -0,3)$     C  $(-0,3; -0,2)$     D  $(1; 0,9)$     E nėra sprendinių

2. Jei  $\beta$  yra stačiojo trikampio kampas<sup>III</sup> (žr. pav.), tai  $\sin(2\beta) =$



- A  $\frac{ab}{c}$     B  $\frac{ab}{c^2}$     C  $\frac{2a}{c}$     D  $\frac{2ab}{c}$     E  $\frac{2ab}{c^2}$

3. Funkcijos  $f(x) = x^2 + 4x - 5$  reikšmių sritis<sup>IV</sup>, kai  $x \in [-3; 1]$ , yra:

- A  $[-9; +\infty)$     B  $(-9; 0)$     C  $[-3; 1]$     D  $[-9; 0]$     E  $[-8; 0]$

**NEPAMIRŠKITE** pasirinktus atsakymus žyminčių raidžių įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje.

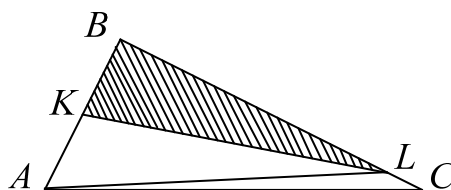
<sup>I</sup> sistema – układ – система

<sup>II</sup> sprendinys – rozwiązanie – решение

<sup>III</sup> stačiojo trikampio kampas – kąt trójkąta prostokątnego – угол прямоугольного треугольника

<sup>IV</sup> reikšmių sritis – zbiór wartości – область значений

4. Trikampio  $ABC$  kraštinėse  $AB$  ir  $BC$  taip pažymėti taškai  $K$  ir  $L$  (žr. pav.), kad  $BK : KA = 1 : 1$  ir  $BL : LC = 8 : 1$ . Jei trikampio  $ABC$  plotas<sup>I</sup> lygus 180, tai trikampio  $BKL$  plotas lygus:

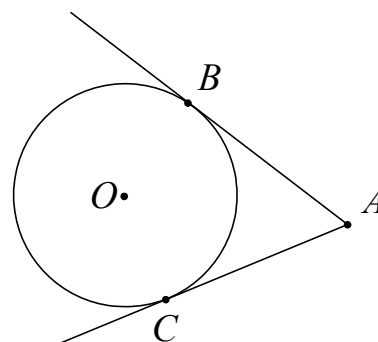


- A 70                      B 80                      C 85                      D 90                      E 100

5. Sekos<sup>II</sup> bendrojo nario<sup>III</sup> formulė  $a_n = 3^n$ . Pirmųjų dešimties iš eilės einančių šios sekos narių sandauga  $a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{10} =$

- A 88 572                      B  $3^{3\,628\,800}$                       C  $3^{55}$                       D  $3^{10}$                       E  $10 \cdot 3^n$

6. Žinoma, kad atstumas<sup>IV</sup> nuo taško  $A$  iki apskritimo centro  $O$  yra dvigubai ilgesnis už apskritimo spindulį<sup>V</sup>. Iš taško  $A$  nubrėžtos liestinės<sup>VI</sup>  $AB$  ir  $AC$  liečia apskritimą taškuose  $B$  ir  $C$  (žr. pav.).  $\angle BAC$  didumas yra:



- A  $30^\circ$                       B  $\arcsin 0,6$                       C  $45^\circ$                       D  $60^\circ$                       E  $90^\circ$

**NEPAMIRŠKITE pasirinktus atsakymus žyminčių raidžių įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje.**

<sup>I</sup> plotas – pole – площадь

<sup>II</sup> seka – ciąg – последовательность

<sup>III</sup> bendrasis narys – wyraz ogólny – общий член

<sup>IV</sup> atstumas – odległość – расстояние

<sup>V</sup> spindulys – promień – радиус

<sup>VI</sup> liestinė – styczna – касательная

7. Kiek yra triženklių<sup>I</sup> natūraliųjų skaičių, kurių bent vienas skaitmuo<sup>II</sup> 0?

A 162

B 171

C 180

D 189

E 271

---

## JUODRAŠTIS

**NEPAMIRŠKITE** pasirinktus atsakymus žyminčių raidžių įrašyti lentelėje, esančioje paskutiniame šio sąsiuvinio puslapyje.

<sup>I</sup> triženklis – trzycyfrowa – трёхзначное

<sup>II</sup> skaitmuo – cyfra – цифра

## JUODRAŠTIS

8. Naujas automobilis kainuoja 56 000 Lt. Per pirmus naudojimo metus automobilio vertė<sup>I</sup> sumažėja 30 proc., o per kiekvienus kitus metus – 15 proc. paskutinių praėjusių metų vertės.  
Kiek šis automobilis kainuotų:

8.1. po 1 metų?

(1 taškas)

8.2. po 7 metų? (Atsakymą pateikite šimtų litų tikslumu<sup>II</sup>.)

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

<b>Taškų suma</b>			
-------------------	--	--	--

## JUODRAŠTIS

<sup>I</sup> vertė – wartość – стоимость

<sup>II</sup> šimtų litų tikslumu – z dokładnością do setek litów – с точностью до сотен литов

9. Išspręskite lygtis:

9.1.  $5^{x-2} = 1$ .

9.2.  $(6-3x)\sqrt{0,2^x-25} = 0$ .

	Čia rašo vertintojai		
	I	II	III
(1 taškas)	—	—	—
(3 taškai)	—	—	—

Taškų suma			
------------	--	--	--

---

**JUODRAŠTIS**



10. Duota nelygybė<sup>I</sup>  $\log_{0,5}(2x-5) \leq \log_{0,5}(3x+1)$ .

10.1. Parodykite, kad nelygybės apibrėžimo sritis<sup>II</sup> yra  $x > 2,5$ .

(1 taškas)

10.2. Raskite nelygybės sprendinius.

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

Taškų suma			
------------	--	--	--

## JUODRAŠTIS

<sup>I</sup> nelygybė – nierówność – неравенство

<sup>II</sup> apibrėžimo sritis – dziedzina – область определения



**12.** Nustatykite, su kuriomis  $x$  reikšmėmis lygybė<sup>I</sup>  $|1 - x| = x - 1$  yra teisinga.

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
_____	_____	_____

---

---

**JUODRAŠTIS**

---

<sup>I</sup> lygybė – równość – равенство

**13.** Paveiksle pavaizduota kreivė<sup>I</sup>  $y = -x^2 + 7x - 10$  ir jos liestinė<sup>II</sup>, nubrėžta per tašką  $(3; 2)$ .

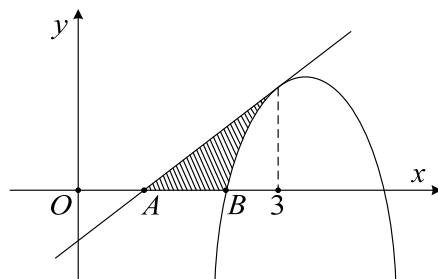
**13.1.** Parodykite, kad šios liestinės lygtis<sup>III</sup> yra  $y = x - 1$ .

(1 taškas)

**13.2.** Raskite taškų  $A$  ir  $B$  koordinates.

(2 taškai)

**13.3.** Apskaičiuokite figūros, kurią riboja parabolė<sup>IV</sup>, jos liestinė ir ašis  $Ox$ , plotą (žr. pav.).



(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

**Taškų suma**

--	--	--

<sup>I</sup> kreivė – krzywa – кривая

<sup>II</sup> liestinė – styczna – касательная

<sup>III</sup> liestinės lygtis – równanie stycznej – уравнение касательной

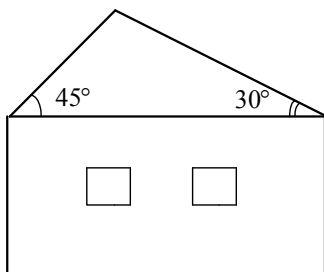
<sup>IV</sup> parabolė – parabola – парабола

---

---

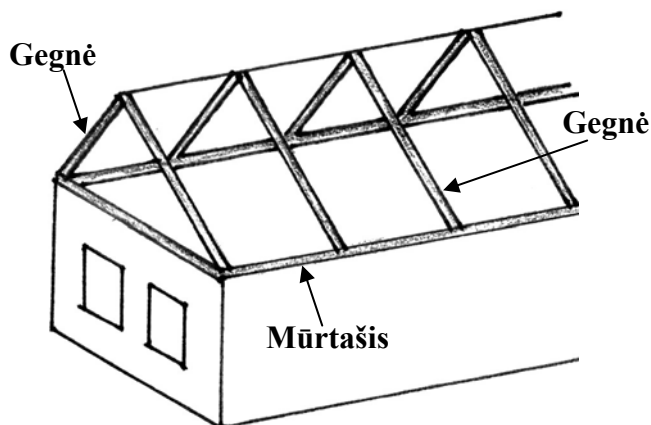
**JUODRAŠTIS**

14. Statant pirties stogą, 6 m ilgio gegnė turėjo būti padalyta į dvi dalis taip, kad tos dalys su atrama sudarytų  $45^\circ$  ir  $30^\circ$  kampus (žr. 1 pav.). Raskite trumpesniosios dalies ilgį. Atsakymą suapvalinkite iki dešimtųjų metro dalių<sup>I</sup>. Laikykite, kad  $\sqrt{2} = 1,41$ .



1 pav.

*Gegnė<sup>II</sup> – šlaitinio stogo<sup>III</sup> laikantysis konstrukcinis elementas, kurio vienas galas remiasi į atramą<sup>IV</sup> (mūrtašį) (žr. 2 pav.).*



2 pav.

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai

I

II

III

<sup>I</sup> metro dešimtosios dalys – dziesiąte części metra – десятые части метра

<sup>II</sup> gegnė – krokiew – стропилина

<sup>III</sup> šlaitinis stogas – dach spadowy – скатная крыша

<sup>IV</sup> atrama – podpora – подпора

---

**JUODRAŠTIS**

- 15.** Iš sugedusio vandens čiaupo per pirmą valandą nuo gedimo pradžios prilašėjo 200 mililitrų vandens. Buto savininkas pastebėjo, kad per kiekvieną kitą valandą prilaša 100 mililitrų vandens daugiau nei per ankstesniąją.

**15.1.** Kiek mililitrų vandens prilašės per pirmąsias 5 valandas?

(1 taškas)

**15.2.** Jei savininkas nepašalintų gedimo, tai per kiek valandų nuo gedimo pradžios prilašėtų  $6,003 \text{ m}^3$  vandens?

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

<b>Taškų suma</b>			
-------------------	--	--	--

---

**JUODRAŠTIS**



**16.** Išspręskite lygtį  $(\sin(2x) - 2)(\cos x - 1) = 0$ .

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
___	___	___

---

**JUODRAŠTIS**

17. Duoti du statmeni<sup>I</sup> plokštumos vektoriai  $\vec{m}\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{4}\right)$  ir  $\vec{n}\left(x; \frac{1}{12}\right)$ .

17.1. Apskaičiuokite  $x$  reikšmę.

(2 taškai)

17.2. Su kuriomis skaičiaus  $a$  reikšmėmis vektoriaus  $\vec{p} = a\vec{m}$  ilgis<sup>II</sup> lygus vienetui?

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
—	—	—
—	—	—

Taškų suma			
------------	--	--	--

## JUODRAŠTIS

<sup>I</sup> statmenas – prostopadly – перпендикулярный

<sup>II</sup> ilgis – długość – длина

**18.** Pašte yra 7 skirtingi siuntiniai, kuriuos du kurjeriai Lukas ir Andrius turi paimti ir išvežioti į skirtingas vietas.

**18.1.** Parodykite, kad Lukas ir Andrius šiuos 7 siuntinius gali pasidalyti 112 skirtingų būdų<sup>I</sup>, jei kiekvienas iš jų turi paimti bent du siuntinius.

(2 taškai)

**18.2.** Apskaičiuokite tikimybę<sup>II</sup>, kad pagal **18.1** dalyje nurodytą sąlygą, Lukas paims tris, o Andrius keturis siuntinius.

(1 taškas)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

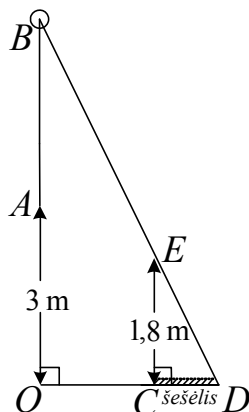
<b>Taškų suma</b>			
-------------------	--	--	--

## JUODRAŠTIS

<sup>I</sup> skirtingų būdų – różnych sposobów – разных способов

<sup>II</sup> tikimybė – prawdopodobieństwo – вероятность

- 19.** Iš cirko arenos centro  $O$  pastoviu  $1 \text{ m/s}$  greičiu tiesia linija pradeda eiti  $1,8 \text{ m}$  ūgio artistas. Tuo pačiu metu virš arenos centro  $3 \text{ m}$  aukštyje (taške  $A$ ) kabojęs šviečiantis prožektorius  $3 \text{ m/s}$  greičiu kyla vertikaliai aukštyn. Po  $3$  sekundžių ir artistas (taške  $C$ ), ir prožektorius (taške  $B$ ) nustoja judėti.



- 19.1.** Parodykite, kad artisto šešėlio ilgis<sup>I</sup>  $l$  laiko momentu  $t$  yra

$$l(t) = \frac{1,8t}{1,2 + 3t}, \quad 0 \leq t \leq 3.$$

(3 taškai)

- 19.2.** Kuriuo laiko momentu ( $0 \leq t \leq 3$ ) artisto šešėlis yra ilgiausias<sup>II</sup>?

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai

I II III

Taškų suma

<sup>I</sup> ilgis – długość – длина

<sup>II</sup> ilgiausias – najdłuższy – самый длинный

---

**JUODRAŠTIS**

**20.** Mergaitė lentoje rašo įvairius skaičius.

**20.1.** Kiek daugiausia skirtingų sumų<sup>I</sup> ji gali gauti 4 skirtingus natūraliuosius<sup>II</sup> skaičius sudėjusi po 2 visais galimais būdais?

(1 taškas)

**20.2.** Ar skaičiai 17, 18, 20, 21, 23, 26 gali būti **20.1** klausime minimos sumos? Atsakymą pagrįskite.

(2 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III
—	—	—
—	—	—

<b>Taškų suma</b>			
-------------------	--	--	--

---

## JUODRAŠTIS

---

<sup>I</sup> suma – suma – сумма

<sup>II</sup> natūralusis – naturalna – натуральное

21. Taškai  $A, B, C$  ir  $D$  nepriklauso<sup>I</sup> vienai plokštumai<sup>II</sup>. Įrodykite, kad atkarpų  $AB, BC, CD$  ir  $DA$  vidurio taškai<sup>III</sup> priklauso vienai plokštumai.

(3 taškai)

Čia rašo vertintojai		
I	II	III

---

## JUODRAŠTIS

---

<sup>I</sup> nepriklauso – nie nalaży – не принадлежит

<sup>II</sup> plokštuma – плоскость – płaszczyzna

<sup>III</sup> vidurio taškas – środek – середина