

PATVIRTINTA

Nacionalinio egzaminų centro direktoriaus

2008-06-25 įsakymu Nr. (1.3.)-V1-132

2008 m. matematikos valstybinio brandos egzamino VERTINIMO INSTRUKCIJA

1–7 uždavinių atsakymai

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Ats.	B	E	D	B	C	D	B

Kitų uždavinių sprendimo nurodymai ir atsakymai

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
8		3	
	<p>1. 56000 Lt – 100%, x Lt – 70%, $x = 56000 \cdot 0,7 = 39200$ Lt. Ats.: 39200 Lt.</p> <p>2. Po metų automobilio kaina buvo 39 200 Lt. Dar po šešerių metų: $39200 \cdot 0,85^6 \approx 14800$ Lt. Ats.: 14 800 Lt.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą. Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastaba: Jeigu mokinys automobilio kainą po 7 metų apskaičiuoja kaip $56000 \cdot 0,85^7 \approx 18000$ Lt, jam skiriamas 1 taškas.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
9		4	
	<p>1. $5^{x-2} = 1$ $5^{x-2} = 5^0$ $x - 2 = 0$ $x = 2$ Ats.: $x = 2$</p> <p>2. $(6 - 3x)\sqrt{0,2^x - 25} = 0$ $6 - 3x = 0$ $\sqrt{0,2^x - 25} = 0$ $-3x = -6$ $0,2^x - 25 = 0$ $x = 2$ $5^{-x} = 5^2$ $x = -2$</p> <p>Apibrėžimo sritis: $0,2^x - 25 \geq 0$ $5^{-x} \geq 5^2$ $-x \geq 2$ $x \leq -2$ Ats.: $x = -2$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 2 • 1 	<p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Po vieną tašką už kiekvieną teisingai išspręstą lygtį.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastaba: Mokinys, sprenddamas 9.2 uždavinį, vietoj apibrėžimo srities, gali atlikti patikrą.

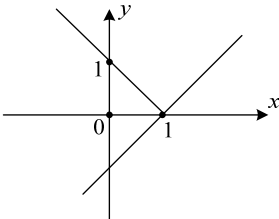
Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
10		3	
	<p>1. $\begin{cases} 2x - 5 > 0, \\ 3x + 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 2,5, \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow x > 2,5.$</p> <p>2. $\log_{0,5}(2x - 5) \leq \log_{0,5}(3x + 1) \Rightarrow$ $\begin{cases} 2x - 5 \geq 3x + 1, \\ x > 2,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -6, \\ x > 2,5 \end{cases} \Rightarrow$ sprendinių nėra. <i>Ats.: Sprendinių nėra.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą ir gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingą nelygybių sistemos sudarymą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastabos: 1. Jeigu mokinys, sprenddamas logaritminę nelygybę, nepakeičia nelygybės ženklo, bet toliau teisingai išsprendžia nelygybių sistemą $\begin{cases} x \geq -6 \\ x > 2,5 \end{cases} \Rightarrow x > 2,5$, jam skiriamas 1 taškas.

2. Jeigu mokinys teisingai išsprendžia tik nelygybę $2x - 5 \geq 3x + 1 \Rightarrow x \leq -6$ ir neatsižvelgia į apibrėžimo sritį, jam skiriamas 1 taškas.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
11		4	
	<p>Jei Arūnas dirbo x val., tai Simas dirbo $x + 6$ val., $x > 0$.</p> <p>Arūnas per vieną valandą uždirbo $\frac{270}{x}$, o</p> <p>Simas – $\frac{480}{x + 6} \Rightarrow$ $\frac{270}{x} \cdot (x + 6) = \frac{480}{x + 6} \cdot x : 30.$</p> <p>Pažymėkime $\frac{x + 6}{x} = t$, $t > 0$.</p> <p>Tada $9t = \frac{16}{t} \Rightarrow t^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow t = \frac{4}{3}$, nes $t > 0$.</p> <p>$\frac{x + 6}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow x = 18$ val.</p> <p><i>Ats.: Simas dirbo 24 val., Arūnas – 18 val.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už kintamųjų įvedimą ir teisingą abiejų stalių uždarbio per valandą išreiškimą.</p> <p>Už teisingos lygties sudarymą.</p> <p>Už teisingą lygties sprendimą (pvz. $16x^2 = 9(x + 6)^2 \Rightarrow$ $4x = 3(x + 6)$, nes $x > 0$)</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

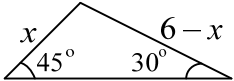
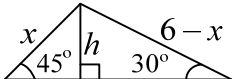
Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
12		2	
	<p>1 būdas.</p> <p>$1 - x = x - 1 \Rightarrow$ $\begin{cases} 1 - x \geq 0 \\ 1 - x = x - 1 \end{cases}$ arba $\begin{cases} 1 - x < 0 \\ x - 1 = x - 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} x > 1 \\ 0x = 0 \end{cases} \Rightarrow$ $x \geq 1$ <i>Ats.: $x \in [1; +\infty)$</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 	<p>Už teisingą lygties pakeitimą dviejų sistemų visuma.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

	<p>2 būdas. Kadangi reiškinių $1-x$ modulis lygus reiškiniui su priešingu ženklu, tai reiškinio $1-x$ reikšmės neteigiamos: $1-x \leq 0 \Rightarrow x \geq 1$. Ats.: $x \in [1; +\infty)$.</p> <p>3 būdas. Brėžiame funkcijų $y = 1-x$ ir $y = x-1$ grafikus.</p>  <p>Funkcijų reikšmės sutampa kai $x \geq 1$. Ats.: $x \in [1; +\infty)$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingo lygties sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingai nubraižytus funkcijų $y = 1-x$ ir $y = x-1$ grafikus.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>
--	---	--	--

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
13		6	
	<p>1. $y = f(x) + f'(x_0)(x - x_0)$, $f'(x) = -2x + 7$, $f'(3) = 1$, $f(3) = 2$, $y = 2 + (x - 3)$, $y = x - 1$.</p> <p>2. $y = x - 1$ kerta x ašį taške $A(1; 0)$; $-x^2 + 7x - 10 = 0$, $x^2 - 7x + 10 = 0$, $D = 49 - 40 = 9$, $x = 2$ ir $x = 5$ (netinka), $B(2; 0)$. Ats.: $A(1; 0)$, $B(2; 0)$.</p> <p>3. $S = S_1 - S_2$, $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ (arba $S_1 = \int_1^3 (x-1) dx = 2$), $S_2 = \int_2^3 (-x^2 + 7x - 10) dx = \frac{7}{6}$. $S = 2 - \frac{7}{6} = \frac{5}{6}$. Ats.: $S = \frac{5}{6}$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už teisingai apskaičiuotą funkcijos išvestinės reikšmę taške, kai $x = 3$, ir gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingai rastas taško A koordinates.</p> <p>Už teisingai rastas taško B koordinates.</p> <p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už teisingą ploto po kreive $y = -x^2 + 7x - 10$ užrašymą apibrėžtiniu integralu.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastabos: 1. Jeigu mokinys, ieškodamas taškų A ir B koordinatų, teisingai užrašo tik x koordinates, jam skiriamas 1 taškas.

2. Jeigu mokinys sprenddamas 13.2 uždavinį neteisingai randa taškų A ir/ar B koordinates, tai ploto skaičiavimas vertinamas naudojantis 13.3 uždavinio vertinimo instrukcija.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
14		3	
	<p>1 būdas. Sakykime, viena gegnės dalis x m, kita $6 - x$ m.</p>  <p>Pagal sinusų teoremą</p> $\frac{6-x}{\sin 45^\circ} = \frac{x}{\sin 30^\circ},$ $6-x = \sqrt{2}x,$ $x = \frac{6}{1+\sqrt{2}}.$ $x \approx 2,5 \text{ m.}$ <p>Ats.: 2,5 m.</p> <p>2 būdas. Sakykime, viena gegnės dalis x m, kita $6 - x$ m.</p>  <p>Išvedame statmenį h.</p> $h = \frac{\sqrt{2}x}{2} \text{ ir } h = \frac{1}{2}(6-x).$ $6-x = \sqrt{2}x,$ $x = \frac{6}{1+\sqrt{2}}.$ $x \approx 2,5 \text{ m.}$ <p>Ats.: 2,5 m.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už kintamųjų įvedimą ir teisingą sinusų teoremos pritaikymą.</p> <p>Už teisingą lygties sprendimą ir gautą sprendinį.</p> <p>Už teisingai suapvalintą atsakymą.</p> <p>Už kintamųjų įvedimą ir stačiųjų trikampių elementų priklausomybių teisingą taikymą.</p> <p>Už teisingą lygties sprendimą ir gautą sprendinį.</p> <p>Už teisingai suapvalintą atsakymą.</p>

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		4	
	<p>1. $a_1 = 200$, $d = 100 \Rightarrow$</p> $S_5 = \frac{2 \cdot 200 + 4 \cdot 100}{2} \cdot 5 = 2000 \text{ ml.}$ <p>Ats.: 2000 ml.</p> <p>2. $6,003 \text{ m}^3 = 6003000 \text{ ml}$</p> $\frac{400 + (n-1)100}{2} \cdot n = 6003000 \Rightarrow$ $n^2 + 3n - 120060 = 0 \Rightarrow$ $n = -348 \text{ arba } n = 345.$ <p>Ats.: Po 345 valandų.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingą vandens kiekio išreiškimą mililitrais.</p> <p>Už gautą teisingą kvadratinę lygtį.</p> <p>Už gautus teisingus kvadratinės lygties sprendinius, tenkinančius uždavinio sąlygą.</p>

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		2	
	$(\sin(2x) - 2)(\cos x - 1) = 0$ $\sin(2x) - 2 = 0$ arba $\cos x - 1 = 0$ $\sin(2x) = 2$ $\cos x = 1$ nėra sprendinių $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ Ats.: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.	<ul style="list-style-type: none"> 1 2 	<p>Už teisingą lygties užrašymą dviejų lygčių visumą.</p> <p>Po vieną tašką už kiekvieną teisingai gautą sprendinį.</p>

Pastabos: 1. Sprendžiant lygtį pakanka bent vieną kartą paminėti, kad $k \in \mathbb{Z}$.

2. Jeigu mokinys teisingai išsprendęs dvi lygtis neteisingai užrašo uždavinio atsakymą, jam skiriami 2 taškai.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		4	
	<p>1. Jei vektoriai \vec{m} ir \vec{n} statmeni, tai</p> $\vec{m} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow$ $\frac{1}{3} \cdot x + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{12} = 0 \Rightarrow$ $x = -\frac{1}{16}.$ <p>Ats.: $x = -\frac{1}{16}$.</p> <p>2.</p> <p>1 būdas. $\vec{p}\left(\frac{1}{3}a; \frac{1}{4}a\right)$.</p> <p>Kadangi $\vec{p} = 1$, tai</p> $\sqrt{\frac{1}{9}a^2 + \frac{1}{16}a^2} = 1,$ $\sqrt{\frac{25a^2}{144}} = 1,$ $ a = 2,4,$ $a = \pm 2,4.$ <p>Ats.: $a = 2,4$ arba $a = -2,4$.</p> <p>2 būdas. $a\vec{m} = a \vec{m} = 1$</p> $ \vec{m} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{16}} = \frac{5}{12}$ $ a = \frac{12}{5}$ $a = \pm 2,4$ <p>Ats.: $a = 2,4$ arba $a = -2,4$.</p>	<ul style="list-style-type: none"> 1 1 1 1 	<p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		3	
	<p>1. (Lukas; Andrius)</p> $(2; 5) \Rightarrow C_7^2 = 21,$ $(3; 4) \Rightarrow C_7^3 = 35,$ $(4; 3) \Rightarrow C_7^4 = 35,$ $(5; 2) \Rightarrow C_7^5 = 21.$ <p>Iš viso siuntinius kurjeriai gali pasidalinti $21 \cdot 2 + 35 \cdot 2 = 112$ būdų.</p> <p>2. $P(A) = \frac{35}{112} = \frac{5}{16}.$</p> <p>Ats.: $\frac{5}{16}.$</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 	<p>Už bent vieną teisingai suskaičiuotą variantą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastaba. Jeigu mokinys suklysta skaičiuodamas 18.1 dalyje, bet teisingai taiko klasikinę tikimybės apibrėžimą 18.2 dalyje, jam skiriamas 1 taškas.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		6	
	<p>1. $\triangle BOD \sim \triangle ECD$ (pagal du kampus) \Rightarrow</p> $\frac{BO}{EC} = \frac{OD}{CD} \Rightarrow$ $\frac{3+3t}{1,8} = \frac{l+t}{l} \Rightarrow$ $l(t) = \frac{1,8t}{1,2+3t}, \quad 0 \leq t \leq 3.$ <p>2. $l'(t) = \frac{2,16}{(1,2+3t)^2},$</p> <p>$l'(t) > 0$ su visomis $0 \leq t \leq 3$ reikšmėmis $\Rightarrow l(t)$ reikšmės intervale $0 \leq t \leq 3$ didėja. Didžiausią reikšmę funkcija $l(t)$ įgis intervalo gale, t. y. kai $t = 3$ s</p> <p>Ats.: Po 3 s.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 • 1 	<p>Už pastebėjimą ir teisingą pagrindimą, kad trikampiai panašūs.</p> <p>Už teisingos proporcijos su kintamaisiais t ir l sudarymą.</p> <p>Už gautą teisingą šešėlio ilgio išraišką.</p> <p>Už teisingai surastą funkcijos $l(t)$ išvestinę.</p> <p>Už teisingą pagrindimą, kad funkcijos $l(t)$ reikšmės didėja su visomis $0 \leq t \leq 3$.</p> <p>Už gautą teisingą atsakymą.</p>

Pastaba: Jeigu mokinys, sprenddamas 19.2 uždavinį, nustato, kad funkcija $l(t)$ kritinių taškų intervale $0 \leq t \leq 3$ neturi, ir teisingai nustato, kad funkcija didžiausią reikšmę įgyja, kai $t = 3$ s, jam skiriami visi taškai.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		3	
	<p>1. Sakykime, skirtingi natūralieji skaičiai yra a, b, c ir d. Tada visos galimos skirtingos sumos yra</p> $a+b, b+c, c+d, a+c, a+d, b+d.$ <p>(Pvz.: Jei skaičiai yra 1, 2, 4 ir 10, tai visos šešios sumos skirtingos: 3, 5, 11, 6, 12, 14.)</p> <p>Ats.: 6 skirtingos sumos.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 1 	<p>Už gautą teisingą atsakymą (pvz., $C_4^2 = 6$, galimų variantų perrinkimas, galimybių medis).</p>

7