

Matematikos VBE (II dalies) kandidatų darbų vertintojų mokymai 2025 m.

VBE vertinimo gairių pristatymas

(2 akademinės val.)

Lektorė Jūratė Gedminienė

1. Vertinimo gairių tikslas – užtikrinti objektyvų ir informatyvų vertinimą:

- Pritaikyti **vienodus vertinimo kriterijus**, siekiant objektyviai įvertinti mokinių pasiekimus, eliminuoti subjektyvumo riziką.
- Užtikrinti, kad vertinant būtų remiamasi **vienodomis standartizuotomis normomis**, kas leistų analizuoti rezultatų tendencijas siekiant nustatyti ugdymo proceso efektyvumą.
- Užtikrinti, kad **vertinimas** būtų nešališkas, suprantamas, **objektyvus** ir patikimas.

2. Vertinimo gairių bendrosios nuostatos:

- Kartu su egzamino užduotimi, remiantis šiomis vertinimo gairėmis, yra rengiama pirminė vertinimo instrukcija. Po egzamino, remiantis kontrolinės grupės mokinių darbų analize, ši instrukcija gali būti koreguojama ir parengiama galutinė vertinimo instrukcija.
- Kiekvienas uždavinys vertinamas taškais. Taškų skaičius uždaviniui priskiriamas priklausomai nuo uždavinio tipo ir atliekamų žingsnių skaičiaus.
- Dėl šiose vertinimo gairėse neaprašytų atvejų vertinimo sprendimą priima matematikos valstybinio brandos egzamino vertinimo komisijos pirmininkas.

3. Uždavinių tipai ir vertinimo kriterijai

3.1. VBE pirma dalis

Uždavinio tipas	Vertinimo kriterijus	Vertinimo kriterijaus paaiškinimas	Vertinimas
Pasirenkamo atsakymo	Teisingas atsakymas	Taškas skiriamas už teisingą atsakymą. Jei uždavinys vertinamas 1 ar 2 taškais, jis turi turėti atitinkamą skaičių teisingų pasirinkimų (1 teisingas pasirinkimas už 1 tašką, 2 teisingi pasirinkimai už 2 taškus). Už kiekvieną teisingai pasirinktą atsakymą skiriamas vienas taškas.	1-2 taškai
Trumpojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Jeigu uždavinio vertė 1 taškas, tai taškas skiriamas už teisingą atsakymą. Jei uždavinio sąlyga reikalauja rasti daugiau nei vieną nežinomą dydį, tai taškas skiriamas už kiekvieną iš jų.	1-2 taškai

3.2. VBE antra dalis

Uždavinio tipas	Vertinimo kriterijus	Vertinimo kriterijaus paaiškinimas	Vertinimas
Trumpojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Taškas skiriamas už teisingą atsakymą.	1 taškas

Pilnojo sprendimo uždavinių vertinimas

Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas

Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas atskiru tašku vertinamas tuo atveju, jei numanoma, kad uždavinys (ar jo dalis) gali turėti ne vieną, bet kelias sprendimo strategijas. Šiuo atveju tokia formuluotė naudojama pirmam, esminiam sprendimo žingsniui įvardinti ir vertinti.

Laikoma, kad mokinys pasirinko **teisingą uždavinio sprendimo strategiją**, jei:

- Užrašo **pritaikytą** konkrečiam atvejui ir/arba **taiko** teisingą formulę, teoremą, taisyklę. Taisyklės nebūtina formuluoti apibendrintos, užtenka parašyti simboliais tinkančiais konkrečiam atvejui.

Pastaba: Jei taikoma formulė ar taisyklė yra nurodyta formulių lape arba ji yra matematikos pagrindinio ar vidurinio ugdymo bendrojoje programoje, mokinys gali taikyti ją iš karto įrašydamas skaičius (rašyti simboliais nebūtina). Tačiau jei formulės ar taisyklės nėra matematikos vidurinio ugdymo bendrojoje programoje, būtina ją užrašyti simboliais. ([Pavyzdžiai pateikti 6.1. punkte](#)).

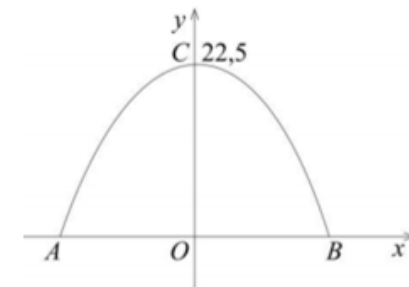
- Žodiniame uždavinyje (ar jo dalyje) teisingai įvardija visus nežinomuosius ir nustato jų **tiesiogiai sąlygoje nenurodytus** tarpusavio ryšius (juos aprašo žodžiais arba naudoja tolimesniame uždavinio sprendime). ([Pavyzdžiai pateikti 6.2. punkte](#)).

6. Teisingo sprendimo būdo pasirinkimo pavyzdžiai

6.1. Teisingos uždavinio sprendimo strategijos pasirinkimo pavyzdžiai

Sąlyga:

Ledo arenos pagrindas ABB_1A_1 yra stačiakampis. Priekinė ir galinė sienos statmenos pagrindui, lygios ir lygiagrečios. Jų kraštas yra parabolės $y = -0,1x^2 + 22,5$ formos (žr. pav.) Apskaičiuokite ledo arenos galinės sienos plotą.



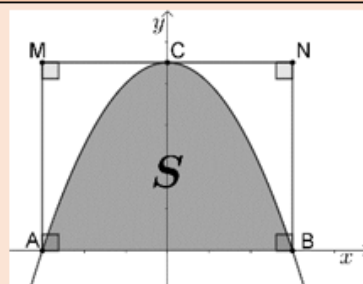
Netinkamas uždavinio strategijos pasirinkimo užrašymas

$$-0,1x^2 + 22,5 = 0 \Rightarrow x_1 = -15, x_2 = 15 \Rightarrow AB = 30.$$

$$\text{Tada } S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot AM \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot 22,5 \cdot 30 = 450.$$

Ats.: 450.

Pastaba: nenurodyta programoje nenumatyta formulė.



Tinkamas uždavinio strategijos pasirinkimo užrašymas

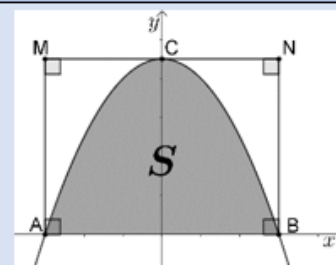
Pavaizduota kreivinė trapecija, kurios plotas S . Žinoma, kad

$$S = \frac{2}{3} \cdot S_{AMNB}$$

$$-0,1x^2 + 22,5 = 0 \Rightarrow x_1 = -15, x_2 = 15 \Rightarrow AB = 30.$$

$$\text{Tada } S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot S_{AMNB} = \frac{2}{3} \cdot AM \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot 22,5 \cdot 30 = 450.$$

Ats.: 450.



6.2. Teisingo kintamųjų įvardinimo ir sąryšio aprašymo pavyzdžiai

Sąlyga: Motociklininkas numatė per tam tikrą laiką nuvažiuoti 120 km. Tačiau dėl kelio darbų pusiaukelėje 10 min stovėjo, todėl likusią kelio dalį važiavo 12 km/h greičiau ir į numatytą vietą atvyko laiku. Kokiu greičiu motociklininkas važiavo iš pradžių?	
Netinkamas kintamųjų įvardijimas	Tinkamas kintamųjų įvardijimas Pastaba: kintamieji turi būti įvardinti tiksliai arba turėtų būti užrašyti matavimo vienetai.
1 pvz. pirma kelio pusė x , antra $x+12$ 2 pvz. x km/h ; $x+12$ km/h	1 pvz. pirmoji kelio pusė - x km/h, antroji – $x+12$ km/h 2 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis x , antrąją $x+12$ (jei nėra skirtingų matavimo vienetų)

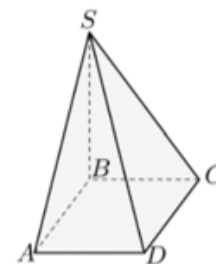
Teisingai atliktas vienas žingsnis	Kiekvienas žingsnis, už kurį numatomas taškas, turi būti aprašytas vertinimo instrukcijoje. Už kiekvieną teisingai atliktą žingsnį skiriamas taškas. Pastaba: sąlygos perrašymas nėra laikomas žingsniu. Laikoma, kad žingsnis atliktas teisingai, jei:
	• Žingsnio atlikimas tikslingai veda prie uždavinio (ar jo dalies) išsprendimo. • Sprendime nėra 4.1 punkte aprašytų klaidų.
Gautas teisingas atsakymas	Laikoma, kad atsakymas gautas teisingai, jei: mokinys atsakymą pagrindė skaičiavimais ar tekstu ir nepadarė žemiau aprašytų klaidų. Pastaba nr.1: jei mokinys į atsakymo langelį neparašė atsakymo, jo atsakymu laikomas <u>paskutinėje</u> sprendimo eilutėje pateiktas skaičius, reiškiny, funkcija ir pan. Pastaba nr.2: jei uždavinys (ar jo dalis) vieno žingsnio, tai vertinamas tik <u>gautas</u> teisingas atsakymas.

**Pagrindimas
arba
argumentavimas**

- Uždaviniuose, kurių sąlygoje nenurodyta „**parodykite**“ , „**pagrįskite**“, „**argumentuokite**“, pakanka parodyti sprendimo žingsnius.
- Uždaviniuose, kurių sąlygoje nurodyta „**parodykite**“, „**pagrįskite**“ arba „**argumentuokite**“, užtenka paaiškinti kodėl pasirenkamas tam tikras sprendimo būdas. Pavyzdžiui „ $AB \perp KL$ “, „trikampiai ABC ir KMN panašūs“ ir pan. Jei minima trijų statmenų teorema, būtina nurodyti bent pasvirąją, pavyzdžiui, „pagal trijų statmenų teoremą, pasviroji AM “. Įrodyti faktų nebūtina. Už pagrindimą skiriamas 1 taškas.
- **Įrodymo uždaviniuose** reikia pagrįsti kiekvieną sąlygoje nenurodytą teiginį ar faktą. Pvz. „Trikampiai panašūs, nes $\angle M = \angle N$; $\angle B = \angle C$ “. Jei minima trijų statmenų teorema, būtina nurodyti statmenį, pasvirąją ir jos projekciją, taip pat, jei tai tiesiogiai neišplaukia iš sąlygos, pagrįsti kodėl pasviroji ar projekcija yra statmena tam tikrai tiesei. Pats požymio užrašymas, jei išvardinti visi reikiami sąryšiai nėra būtinas. Jei įrodymas išbaigtas, išvada padaryta, žodis „įrodyta“ nėra būtinas. Kiekvieno tokio teiginio pagrindimas vertinamas atskiru tašku. ([Pavyzdžiai pateikti 7 punkte](#)).

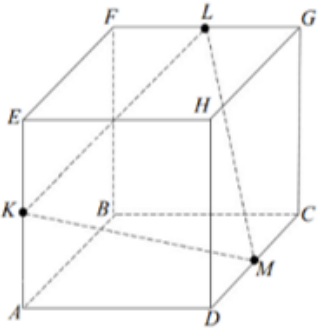
7. Teisingo argumentavimo pavyzdžiai

1 pvz. **Sąlyga.** Piramidės $ABCD S$ pagrindas yra kvadratas, kurio kraštinės ilgis lygus 6. Piramidės šoninė briauna yra statmena pagrindo plokštumai. Piramidės aukštinės ilgis lygus 8. **Irodykite, kad šoninė siena SAD yra statusis trikampis.**



Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas
$AB \perp AD$ (kvadrato kraštinės); $SB \perp (ABC)$, todėl trikampis SAD statusis.	$AB \perp AD$ (kvadrato kraštinės); $SB \perp (ABC)$, todėl $SA \perp AD$, trikampis SAD statusis.
SA – pasviroji, AB projekcija, $AB \perp AD$. Todėl trikampis SAD statusis.	SA – pasviroji, AB projekcija, $AB \perp AD$. Todėl $SA \perp AD$, trikampis SAD statusis.

2 pvz. **Sąlyga.** Paveiksle pavaizduotas kubas. Taškai K , L ir M yra atitinkamų briaunų AE , FG ir CD vidurio taškai. **Irodykite**, kad atkarpa MG statmena briaunai FG .



Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas
$GF \perp (DHGC)$; taigi $GF \perp MG$	$GF \perp (DHGC)$; $MG \subset (DHGC)$, taigi $GF \perp MG$
$MG \subset (DHGC)$, taigi $GF \perp MG$	
MG –pasviroji į plokštumą BCG , MC - statmuo į plokštumą BCG , CG – atkarpos MG projekcija, todėl $FG \perp MG$	MG –pasviroji į plokštumą BCG , MC - statmuo į plokštumą BCG , CG – atkarpos MG projekcija. $FG \perp GC$, todėl $FG \perp MG$

4. Klaidų sąrašas:

4.1. Taškas neskiriamas, jei padarytos šios klaidos:

- Aritmetinė klaida
- Algebrinė klaida
- Loginė/situacijos klaida

***Pastaba:** Jeigu padaryta loginė klaida pirmame sprendimo žingsnyje, dėl kurios sprendimo eiga pasikeičia iš esmės, už teisingai atliktus žingsnius, kurie numatyti vertinimo instrukcijoje, taškai skiriami. Esant sudėtingesnėms situacijoms dėl tokio uždavinio (ar jos dalies) vertinimo sprendimą priima matematikos egzamino vertinimo komisijos pirmininkas*

- Grubi neatidumo-komunikavimo klaida
- Negrubi neatidumo-komunikavimo klaida padaryta sprendžiant uždavinius, kurie yra priskirti **Matematinio komunikavimo pasiekimų srities pasiekimui B2**.

4.2. Taškas skiriamas, jei padarytos šios klaidos

Negrubi neatidumo-komunikavimo klaida (A, C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose (ar jų dalyse))

5. Klaidų tipų aprašymai:

5.1. Aritmetinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.1. punkte](#))

- Neteisingai atliktas aritmetinis veiksmas.

Taškas neskiriamas

1. Neteisingas apvalinimas/Apvalinama, kai to nereikia
2. Skaičiavimo klaida
3. Realus turinio uždaviniai, kuriuose atsakymas turi būti natūralusis skaičius pagal uždavinio prasmę. Pavyzdžiui, $10/2$ žmogaus laikomas neteisingu.
4. Atsakymas $\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$ laikomas neteisingu.
5. Uždavinyje, kuriame naudojami kelių rūšių matavimo vienetai, pvz. metrai ir centimetrai, matavimo vienetai atsakyme nenurodyti.

Taškas skiriamas, nelaikoma klaida

1. Atsakyme užrašyta nesuprastinta trupmena, neišskirta sveikoji dalis (išskyrus atvejus, kai ieškomas dydis pagal sąlygą turi būti natūralusis skaičius). Pavyzdžiui, atsakymai $\frac{4}{6}$; $\frac{10}{3}$ laikomi teisingais.
2. Dalinai neištraukta šaknis, jei nėra kitų veiksmų. Pavyzdžiui, atsakymas $\sqrt{8}$ laikomas teisingu.
3. Matavimo vienetai nenurodyti uždavinio, kuriame yra tik vienos rūšies atitinkami matavimo vienetai, atsakyme.

5.2. Algebrinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.2. punkte](#))

- Neteisingai pritaikyta formulė ar taisyklė.
- Neteisingai atlikti algebriniai pertvarkymai.

Neteisingai pritaikyta formulė ar taisyklė

1 pvz. $(a + b)^3 = a^3 + b^3$;

2 pvz. $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt{x^3}$

Neteisingai pritaikyti algebriniai pertvarkymai

Pvz. Kai $x \leq 1$, tai $|x - 1| = |x| - |1| = -x - 1$

5.3. Loginė ir situacijos klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.3. punkte](#))

- Sprendimas pradedamas nuo neteisingų prielaidų, parenkama netinkama strategija (pagal kontekstą pritaikyta ne ta teorema ar taisyklė)
- Uždavinio (ar jo dalies) sąlygų nepaisymas.
- Pateikti keli uždavinio (ar jo dalies) sprendimai, iš kurių bent vienas yra neteisingas. **Pastaba:** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- Teiginio įrodymas apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu. **Pastaba:** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- Mokinys perrašydamas sąlygą padaro klaidą ir palengvina /pasunkina uždavinį. **Pastaba:** palengvinus uždavinį taškas neskiriamas už pirmą žingsnį. Likę taškai skiriami, jei atlikti žingsniai yra aprašyti vertinimo instrukcijoje. Pasunkinus uždavinį taškai skiriami už žingsnius, kurie yra tokie patys arba analogiškai vertinimo instrukcijoje aprašytiems žingsniams.
- Padarius klaidą, gautas atsakymas nėra įvertinamas pradinės sąlygos kontekste (prieštarauja sąlygai, apibrėžimui, teoremai ar pan.).

Teorema arba taisyklė netinkamoje situacijoje arba sprendimas pradedamas nuo neteisingų prielaidų, parenkama netinkama žingsnio atlikimo strategija

1 pvz. $(x^2)' = \frac{x^3}{3} + C$

Uždavinio (ar jo dalies) sąlygų nepaisymas

Pvz. Kiek sprendinių turi lygtis $\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$, kai $x \in \left[-\frac{67\pi}{2}; \frac{101\pi}{2}\right]$?

Sprendimas. $\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$,

$$x = \frac{\pi}{2} + 6\pi k, k \in \mathbb{Z},$$

$$-\frac{67\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + 6\pi k \leq \frac{101\pi}{2},$$

$$-\frac{17}{3} \leq k \leq \frac{25}{3},$$

$$k = \frac{25}{3} - \left(-\frac{17}{3}\right) + 1 = 15 \text{ arba } k = \frac{25}{3} - \left(-\frac{17}{3}\right) = 14$$

Pateikti keli uždavinio (ar jo dalies) sprendimai, iš kurių bent vienas yra neteisingas

Pastaba: Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.

Pvz. Kiek sprendinių turi lygtis $\sin(3x) = 1$, kai $x \in [-101\pi; 303,5\pi]$?

$$3x = \pm\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$-101\pi \leq \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3} \leq 303,5\pi,$$

$$-152 \leq k \leq 454,75,$$

$$454 - (-152) + 1 = 607.$$

$$3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

$$-101\pi \leq \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3} \leq 303,5\pi,$$

$$-152 \leq k \leq 454,75,$$

$$454 - (-152) + 1 = 607.$$

Iš viso yra 607 sprendiniai.

Teiginio įrodymas apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu.

Pastaba: Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.

Pvz. Įrodykite, kad skaičių seka (a_n) yra aritmetinė progresija, kai $a_n = 5n - 1$.

Sprendimas.

$a_2 - a_1 = 9 - 4 = 5$; $a_3 - a_2 = 14 - 9 = 5$. Kadangi $a_3 - a_2 = a_2 - a_1$, tai a_n yra aritmetinė progresija.

Padarius klaidą, rezultatas prieštarauja sąlygai, apibrėžimams, teoremai.

1 pvz. Gauta tikimybė didesnė nei 1.

2 pvz. Gautas ilgis, plotas, tūris yra neigiamas ir pan. Tai pateikiama, kaip atsakymas.

- **5.4. Neatidumo-komunikavimo klaida** ([pavyzdžiai pateikti 8.4.1.-8.4.4. punktuose](#))
- Neatidumo ir komunikavimo klaidos dažnai panašios. Skiriasi jų atsiradimo priežastis. Neatidumo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl nepakankamo susikaupimo, skubėjimo ar dėmesio trūkumo atliekant užduotį. Komunikavimo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl neteisingo matematinės idėjos perteikimo; simbolių, matematinės terminijos, kalbos nemokėjimo ir neteisingo vartojimo. Tačiau dažniausiai neįmanoma nustatyti tokių klaidų atsiradimo priežasties. Todėl jos priskiriamos vienai grupei.
- Šios klaidos skirstomos į grubias ir negrubias. Už grubias klaidas taškas neskiriamas, už negrubias – skiriamas. Keturios pagrindinės taisyklės, pagal kurias šio tipo klaidos skirstomos į grubias ir negrubias.

Grubios klaidos		Negrubios klaidos
<u>Vienareikšmiškumo taisyklė</u> (<u>pavyzdžiai pateikti 8.4.1. punkte</u>)		
Daugiaprasmiai atsakymai, kai neįmanoma nustatyti ar atsakymas teisingas. Neapibrėžti, tiesiogiai sąlygoje nenurodyti kintamieji ir/ar įvykiai		Vienaprasmis, teisingas atsakymas, tačiau praleista sprendimo dalis (jei ji nevertinama atskiru tašku). Reiškinų prastinimas, reiškinių reikšmės apskaičiavimas atskirais veiksmais, nededant lygybės ženklų.
Sritis	Grubios klaidos	Negrubios klaidos
Atsakymo užrašymas	Jei sprendime aptinkamas teisingas atsakymas, tačiau jis nėra aiškiai arba vienareikšmiškai suformuluotas (nepakankamai konkretus, paliekantis vietos įvairioms interpretacijoms ar dviprasmybėms), o atsakymo langelyje atsakymas neįrašytas arba įrašytas neteisingas.	1. Jei sprendime gautas teisingas atsakymas (jis yra paskutinis gautas skaičius ar simbolis), nurodytas vienareikšmiškai, o atsakyme neteisingas (padaryta viena neatidumo(perrašymo) klaida). 2. Jeigu atsakyme yra perteklinės informacijos, tačiau vienareikšmiškai galima nustatyti uždavinio (ar jo dalies) atsakymą.
	Jeigu uždavinys (ar jo dalis) vertinamas 1 tašku	
	(instrukcijoje parašyta: „už gautą teisingą atsakymą“ arba „gautą reiškinį ...) Kai $x \in (0; 1)$, tai $\sqrt{(x^2 - 1)^2} = 1 - x^2$	
	Jeigu uždavinys (ar jo dalis) vertinamas daugiau nei 1 tašku	
Modulis		2 pvz. Suprastinkite reiškinį $\frac{\sqrt{(x^2-1)^2}}{x^2-2x+1}$, kai $x \in (0; 1)$. $\frac{\sqrt{(x^2-1)^2}}{x^2-2x+1} = \frac{1-x^2}{x^2-2x+1} = \frac{(1-x)(1+x)}{(x-1)^2} = \frac{1+x}{1-x}.$

Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimi du įvykiai (dvi tikimybės), tai sprendime kiekvienas jų turi būti tinkamai įvardintas.

Grubios klaidos	Negrubios klaidos	Teisingas įvykių/tikimybių įvardinimas
1 pvz. $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$. 2 pvz. $P_1 = 0,3, P_2 = 0,6$ arba 2 pvz. $p_1 = 0,3, p_2 = 0,6$.	1 pvz. $P(\textit{Jonas}) = 0,3, P(\textit{Petras}) = 0,6$; 2pvz. $P(J) = 0,3, P(P) = 0,6$.	1 pvz. Įvykis A – laimės Jonas, įvykis B – laimės Petras. Tada $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$. 2 pvz. p_1 – tikimybė, kad laimės Jonas, p_2 – tikimybė, kad laimės Petras.

Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimas vienas įvykis (viena tikimybė), jis, pageidautina, kad būtų tinkamai įvardintas, tačiau tai nėra būtina.

Grubios klaidos	Negrubios klaidos
1 pvz. $p = 0,3$. Tada $p = 1 - 0,3 = 0,7$. 2 pvz. $A = 0,3$ arba $L = 0,3$	1 pvz. $P(\textit{laimės}) = 0,3$ 2 pvz. $P(L) = 0,3$ arba $P(l) = 0,3$ 3 pvz. $P = 0,3$ 4 pvz. $P(A) = 0,3$ arba $P(\textit{įvykis}) = 0,3$

Pagrindimas, kad funkcija įgyja didžiausią/mažiausią reikšmę gautame kritiniame taške.

Pastaba: sąlygoje turi būti nurodyta funkcijos apibrėžimo sritis. Jeigu apibrėžimo sritis nenurodyta, ją mokinys turi nustatyti.

Jeigu apibrėžimo sritis atviras intervalas, turi būti aiškos išvestinės reikšmės nurodytuose intervaluose:

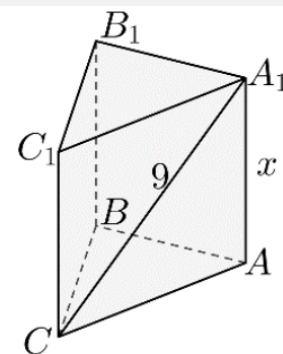
- skaičių tiesėje pažymėti ženklai $+/-$
ir/arba
- apskaičiuotos išvestinės reikšmės intervalų taškuose

Jeigu apibrėžimo sritis uždaras intervalas mokinys gali rinktis nagrinėti:

- išvestinės reikšmės intervalo galuose ir kritiniuose taškuose;
arba
- intervalą kaip atvirą.

(Šis žingsnis vertinamas tašku, todėl praleisti pagrindimo negalima)

Taisyklingosios trikampės prizmės $ABCA_1B_1C_1$ tūris apskaičiuojamas pagal formulę $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(81x - x^3)$; čia x yra prizmės aukštinės AA_1 ilgis, $x \in (0; 9)$. Nustatykite x reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę. (4 taškai)

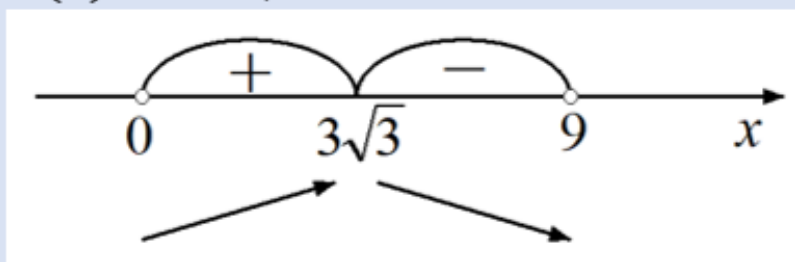


Teisingas sprendimas

1 pvz. Neparodyta grafike kur funkcija, kur išvestinė, tačiau parodyta, kad būtent išvestinės reikšmės skaičiavo.

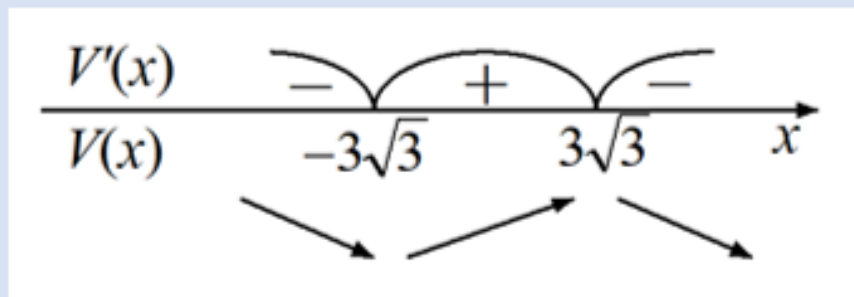
$$V'(1) = 19,5\sqrt{3} > 0$$

$$V'(8) = -27,75\sqrt{3} < 0$$



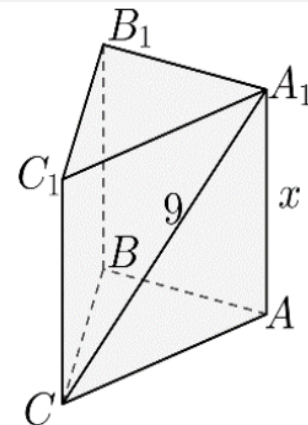
$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

2 pvz.



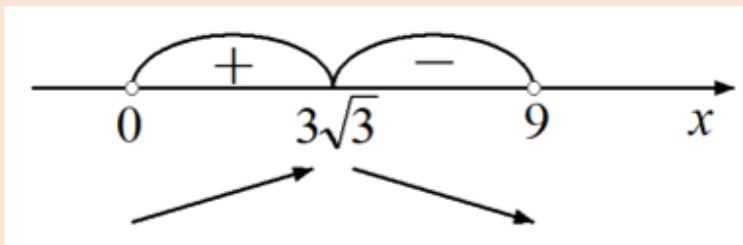
$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $x \in (0; 9)$.

Taisyklingosios trikampės prizmės $ABCA_1B_1C_1$ tūris apskaičiuojamas pagal formulę $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(81x - x^3)$; čia x yra prizmės aukštinės AA_1 ilgis, $x \in (0; 9)$. Nustatykite x reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę. (4 taškai)



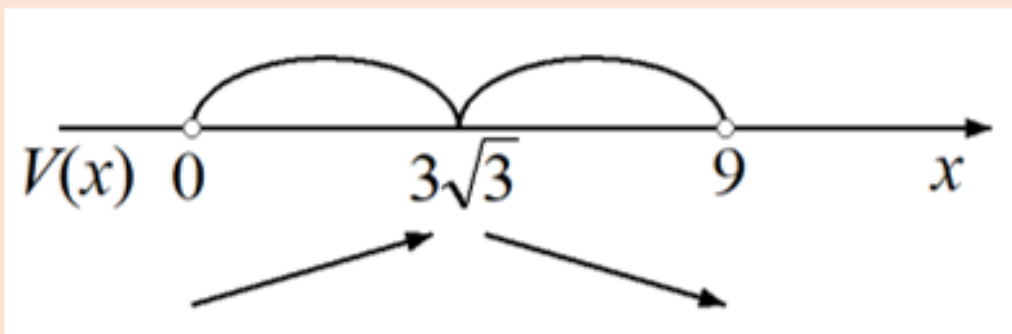
Grubios klaidos

1 pvz. Neparodyta grafike kur funkcija, kur išvestinė



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

2 pvz.



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

Apibrėžtinio integralo apskaičiavimas

Pastaba: skaičiuojant apibrėžtinio integralo reikšmę, turi būti nurodyta pirmyktė funkcija ir:

- skaitinys reiškiny su įrašytais rėžiais arba
- apskaičiuotos jos reikšmės atitinkamuose taškuose

Teisingas sprendimas

$$\begin{aligned}\text{Pvz. } \int_{-1}^1 (x + 2) dx &= \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_{-1}^1 = \\ &= \frac{1^2}{2} + 2 - \left(\frac{(-1)^2}{2} + 2 \cdot (-1) \right) = 4.\end{aligned}$$

Grubios klaidos

$$\int_{-1}^1 (x + 2) dx = 4, \text{ nes } F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + C.$$

Negrubios klaidos

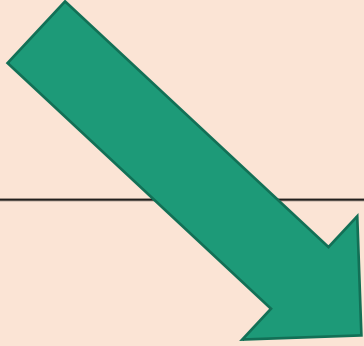
$$\begin{aligned}8 \text{ pvz. } \int_{-1}^1 (x + 2) dx &= 4, \text{ nes } F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x \\ \text{ir } F(1) &= 2,5\end{aligned}$$

8.4.2. Vieno karto taisyklės taikymo pavyzdžiai

Vieno karto taisyklė ([pavyzdžiai pateikti 8.4.2. punkte](#))

Jeigu netaisyklingas simbolis panaudotas 1 kartą iš vieno ir nėra kaip nustatyti ar gautas teisingas atsakymas.	Jeigu netaisyklingas simbolis panaudotas 1 kartą iš vieno, bet atsakymas teisingas.
--	--

Grubios klaidos	Negrubios klaidos
Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <u>Ats.</u> $A \cup B = 2; 4$	Nustatykite aibių A ir B sankirtą $A \cap B$, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <u>Ats.</u> $A \cup B = \{2; 4\}$
Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = (0; 2)$, $B = [-1; 1]$. <u>Ats.</u> $A \in (0; 1]$ <u>Ats.</u> $A \cup B \in (0; 1]$	Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <u>Ats.</u> $2; 4$
	Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = (0; 2)$, $B = [-1; 1]$. <u>Ats.</u> $A \cap B \in (0; 1]$ arba $x \in (0; 1]$



1 pvz. Kai $x \leq 1$, tai $\sqrt{(x-1)^2} = x-1 = 1-x$.

1 pvz. Kai $x \leq 1$, tai $\sqrt{(x-1)^2} = -x-1 = 1-x$.

1 pvz. $\lg^5 100 = \lg 100^5$

1 pvz. $\lg^5 100 = \lg 100^5 = 2^5 = 32$

2 pvz. Kai $a = 2, b = 8$, tai $\lg(a+b) = \lg 2 + 8$

2 pvz. Kai $a = 2, b = 8$, tai $\lg(a+b) = \lg 2 + 8 = \lg 10 = 1$

1 pvz. $\int_0^1 (x+2) = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) =$

1 pvz. $\int 2x \, dx = x^2 + C, C \in \mathbb{Z}$

2 pvz. $\int_0^1 x + 2 \, dx = \frac{x^2}{2} + 2x \Big|_0^1 =$

3 pvz. $\int_0^1 (x+2) = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big|_0^1 =$

4 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) =$

5 pvz. $(x+2)dx \int_0^1 = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big|_0^1 =$

6 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big|_0^1 =$

7 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx \int_0^1 = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big|_0^1 =$

50 % taisyklė (taikoma jei tas pats simbolis kartojamas nemažiau kaip 4 kartus)
 (pavyzdžiai pateikti 8.4.3. punkte)

Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami/ įrašomi nereikalingai/ įrašomi klaidingai daugiau nei 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas.
Pastaba: Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustui ar simboliui rašymo klaidos skaičiuojama atskirai.

Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami/ įrašomi nereikalingai/ įrašomi klaidingai ne daugiau nei 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas.
Pastaba: Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustui ar simboliui rašymo klaidos skaičiuojama atskirai.

Grubios klaidos

Negrubios klaidos

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = AB + BC + CD + DE = \overrightarrow{AE}.$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + BC + CD + DE = AE.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 \square + \sin \cos + \cos^2 \square)}{1 + \sin \cos} + \cos x =$$

$$\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \cos)}{1 + \sin \cos} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x =$$

$$\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \square \cos \square)}{1 + \sin \square \cos \square} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$$

$$\cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cos \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} + \cos x = \sin x - \cos x +$$

$$\cos x = \sin x.$$

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$$

$$\cos x = \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x = \sin x - \cos x +$$

$$\cos x = \sin x.$$

$$\int (x^2 + 1)^2 dx = \int (x^2 + 1)(x^2 + 1) = \int x^4 + 2x^2 + 1 =$$

$$= \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C$$

$$\int \frac{x-1}{x^2+x-2} dx = \int \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \int \frac{\cancel{x-1}}{(\cancel{x-1})(x+2)} = \int \frac{1}{x+2} dx =$$

$$= \ln |x + 2| + C$$

Esminės sampratos taisyklė ([pavyzdžiai pateikti 8.4.4. punkte](#))

Neteisingai vartojama matematinė kalba, aprašanti esmines, žemiau išvardintas sampratas:

1. Vartojamas išvestinės ženklas vietoj integralo ir atvirkščiai
2. Painiojami vektoriaus ir jo ilgio simboliai
3. Kampo didumas maišomas su jo sinusu, kosinusu ar tangentu.

8.4.4. Esminės sampratos taisyklės taikymo pavyzdžiai

Grubios komunikavimo klaidos

1 pvz. $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 60^\circ$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \mathbf{60^\circ} = 1.$$

2 pvz. $\vec{a} = 1, \vec{b} = 2, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 60^\circ,$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$$

3 pvz. $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \cos \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \mathbf{60^\circ},$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$$

- **5.5. Klaidomis nelaikomi užrašai** ([pavyzdžiai pateikti 8.5. punkte](#))
- Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir/arba naudojami skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.
- Klaidos, kurios atsiranda jei mokinys įvertinęs uždavinio kontekstą, bet to nenurodęs, pasirenka teisingą atsakymą.
- Kvadratinės lygties neigiamo sprendinio neužrašymas realaus turinio ir/arba geometriniuose uždaviniuose nėra laikomas klaida.
- Sprendžiant trigonometrines lygtis ar nelygybes bent vieną kartą sprendime ir/ar atsakyme būtina nurodyti, kad $k \in \mathbb{Z}$. Šios sąlygos nenurodymas kiekviename lygties/nelygybės sprendimo žingsnyje nėra laikomas klaida.
- Intervalų sąjunga rašoma be sąjungos ženklo, didėjimo mažėjimo intervalai su sąjungos ženklu ar uždaraais galais nelaikoma klaida.
- Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui (trupmenai).
- Praleista nereikšminga sprendimo dalis (**jei ji nevertinama atskiru tašku**).

8.5. Klaidomis nelaikomi užrašai

Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir/arba naudojami skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.

$$\log x; \tan x; \cos^{-1}(0,5); 2^3$$

Klaidos, atsiradusios jei mokinys įvertinęs uždavinio kontekstą, bet to nenurodęs, pasirenka teisingą atsakymą.

Pavyzdžiui: Išspręskite lygtį $\sqrt{6-x} = -x$.

Sprendimas.

$$(\sqrt{6-x})^2 = (-x)^2,$$

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$x_1 = -3, x_2 = 2.$$

Atsakymas. -3 .

Intervalų sąjunga rašoma be sąjungos ženklo nelaikoma klaida. Intervale skaičiai atskiriami kableliu nelaikoma klaida (jei aiškiai matoma, kokie skaičiai atskirti, t.y.jie sveikieji arba padėtas tarpas)

Pvz. (2; 5); (6; 8).

(2; 5) ir (6; 8);

(2; 5) arba (6; 8).

(2,5) arba (6,8).

Pvz. (2,2, 3,2)

Situacija, kai neaišku kokie skaičiai atskiriami kableliais pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida. Pvz. (2,3,5)

Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui.

1 pvz. $0,28 = 28\%$

2 pvz. $200 \cdot 5\% = 10$; $200 - 10 = 190$

3 pvz. $200 - 200 \cdot 5\% = 190$

Taško koordinatų atskyrimas kableliu nelaikoma klaida, jei yra aišku, kokie skaičiai atskirti.

(2,3); (2,3, 5).

Situacija, kai neaišku kokie skaičiai atskiriami kableliais, pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida. Pvz. (2,3,5)

Sinuso, kosinuso, tangento kampas susidedantis iš vieno skaičiaus ar simbolio gali būti rašomas skliausteliuose arba ne. Abu užrašai nelaikomi klaida

$\sin x$; $\sin(x)$; $\sin 2x$

Apibrėžimo arba reikšmių srities užrašymas naudojant skirtingus žymėjimus

$D(f) = (4; 6)$; $D_f = (4; 6)$; $D = (4; 6)$; $D(f): x \in (4; 6)$; $D(f): (4; 6)$; $D: (4; 6)$.

$E(f) = (4; 6)$; $E_f = (4; 6)$; $E = (4; 6)$; $E(f): x \in (4; 6)$; $E(f): (4; 6)$; $E: (4; 6)$.

Išplėstinio kurso programoje $\arcsin a$, $\arccos a$, $\arctg a$ apibrėžiamas kaip skaičius, tačiau jo apskaičiavimas laipsniais nelaikomas klaida.

1 pvz. (Išplėstinis kursas) $\arcsin(-0,5) = -30^\circ$

Nelygybės sprendiniai gali būti užrašomi nelygybe arba intervalu (jei sąlygoje nenurodomas užrašymo būdas)

Prastinant reiškinių lygybės ženklai dedami tik vienoje pusėje

$$\begin{aligned} 1 \text{ pvz. } & \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \\ &= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} \\ &= \sqrt{x}+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \text{ pvz. } & \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} = \\ & \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} = \\ & \sqrt{x}+2 \end{aligned}$$

Matematikos VBE vertinimo mokymai

II dalis

Bandomosios užduoties vertinimas

Lektoriai: Jūratė Gedminienė, Irena Šukienė, Šarūnas Repšys

Išplėstinis kursas

I dalis

1. Raskite aibių $A = [1; 3]$ ir $B = [2; 6)$ sankirtą $A \cap B$.

1	$A \cap B = [2; 3]$ (arba $[2; 3]$)
----------	--------------------------------------

2. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{1000}{\sqrt{2}}$ vardiklyje.

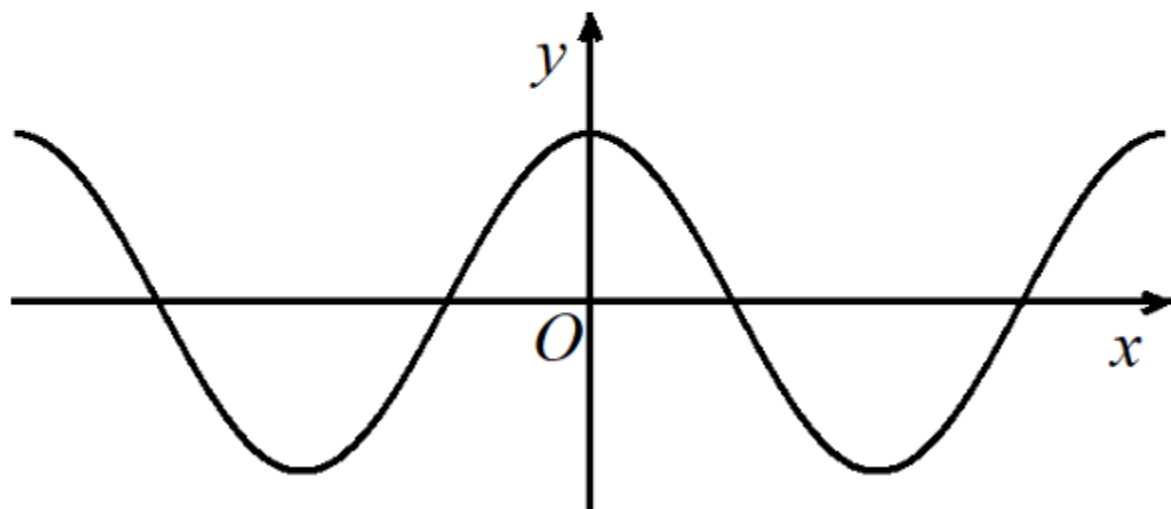
2	$500\sqrt{2}$ (arba $\sqrt{500000}$)
----------	---------------------------------------

3. Aurelija nori sudaryti šešių savo mėgstamiausių dainų grojaraštį. Apskaičiuokite, kiek yra skirtingų būdų išdėstyti šias šešias dainas grojaraštyje, kad kiekviena daina skambėtų tik vieną kartą.

3

720

4. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \cos x$ grafiko eskizas. Nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis $\cos x = -1$ intervale $[-2\pi; 2\pi]$.



4

2 (2 sprendiniai)

5. Geometrinės progresijos (b_n) bendrojo nario formulė yra $b_n = 3 \cdot 2^n$, $n \in \mathbb{N}$. Nustatykite, kelintas šios progresijos narys yra skaičius 1536.

5

9

6. Išspręskite lygtį $(x - 1)\sqrt{x - 3} = 0$.

6

$x = 3$ (arba 3)

7. Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes.

x	$(-\infty; -7)$	-7	$(-7; 3)$	3	$(3; +\infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$

Užrašykite funkcijos $f(x)$ reikšmių mažėjimo intervalą (ar intervalus).

7

$x \in (-7; 3)$ (arba $(-7; 3)$)

8. Raskite funkcijos $f(x) = 2 + x^2$ kurią nors pirmąją funkciją $F(x)$.

8

$$F(x) = 2x + \frac{x^3}{3} + C$$

Pastaba: Teisingas atsakymas ir tuomet, kai vietoj C parašytas bet kuris realusis skaičius.

9. Apskaičiuokite $\cos(2\alpha)$, kai $\cos \alpha = 0,8$, o $\sin \alpha = 0,6$.

9

$$0,28 \text{ (arba } \frac{7}{25})$$

10. Apskaičiuokite $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, kai $\operatorname{tg} \alpha = 5$.

10

$$\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{2}{3} \text{ (arba } \frac{2}{3})$$

1. $A \cap B = \{2, 3\}$ 0 t
2. $500\sqrt{2}$ 1 t
3. 6 0 t
4. 2 1 t
5. 9 1 t

6. $x=3$ 1 t
7. $(-7; 3)$ 1 t
8. $2x + \frac{x^3}{3} + C$ 1 t
9. 0,28 1 t
10. $\frac{2}{3}$ 1 t

2. $\frac{1000\sqrt{2}}{2}$ 1 t

II dalis

11. Suprastinkite reiškinius:

11.1. $\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}};$

(1 taškas)

11.1		1	
	$\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5}(3-1)}{3^{2000,5}} = 2.$ <i>Ats.: 2.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.2. $\sqrt{(1-x)^2} + |1-x|$, kai $x > 1$;

(2 taškai)

11.2		2	
	$\sqrt{(1-x)^2} + 1-x = 1-x + 1-x =$	1	Už teisingą kvadratinės šaknies pertvarkymą.
	$= 2 1-x = 2(x-1).$ <i>Ats.: $2(x-1)$ (arba $2x-2$).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.1. Sprendimas (1)

$$\frac{3^{2000,5} (3^1 - 1)}{3^{2000,5}} = 3 - 1 = 2$$

Ats.: 2

1 t

11.2. Sprendimas (2)

$$|1-x| + |1-x| = -1+x -1+x = 2x-2$$

Ats.: $2x-2$

2 t

11.1. Sprendimas (1)

$$\frac{3^{2061,5} - 3^{2060,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = 3^0 = 1$$

Ats.: 1

0 t

11.2. Sprendimas (2)

$$\sqrt{(1-t)^2} + |1-t| = 0$$

$$|1-t| + |1-t| = 0$$

$$-(1-t) - (1-t) = 0$$

$$-2 + 2t = 0$$

$$t = 1$$

Ats.: 1

1 t

11.1. Sprendimas

(1)

$$\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5} \cdot 3 - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5} \cdot (3 - 1)}{3^{2000,5}} = 2$$

Ats.: 2

0 t

11.2. Sprendimas

(2)

$$\sqrt{1-x} + |1-x| = 1-x \rightarrow 1-x$$

$$-x - x = 0$$

$$-2x = 0 \quad / : (-2)$$

$$x = 0$$

Ats.: $x = 0$

0 t

11.1. Sprendimas

$$\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5} \cdot 3 - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}} = \frac{3^{2000,5} \cdot (3 - 1)}{3^{2000,5}} = 3 - 1 = 2$$

Ats.: 2

1 t

11.1. Sprendimas

(1)

$$\frac{3^{1,5} - 3^{0,5}}{3^{0,5}} = 2$$

Ats.: 2

0 t

11.2.

Sprendimas

$$\sqrt{(1-x)^2} + |1-x| = 0 \quad 2x$$

$$-(1-x) + 1+x = 0$$

$$-1+x+1+x=0$$

Ats.:

$$2x$$

1 t; P

11.3. $\log_{a^5}(\sqrt{a});$

(2 taškai)

11.3		2	
	$\log_{a^5}(\sqrt{a}) = \frac{1}{5} \log_a(\sqrt{a}) =$	1	Už teisingai pritaikytą bent vieną logaritmų savybę.
	$= \frac{1}{5} \log_a(a^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}.$ Ats.: 0,1 (arba $\frac{1}{10}$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.4. $\frac{\sin(x + 100\pi) - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)}.$

(2 taškai)

11.4		2	
	$\frac{\sin(x+100\pi)-2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x+11\pi)} = \frac{\sin x-2 \sin(-x)}{\operatorname{tg} x} =$	1	Už teisingai pritaikytą sinuso ir tangento periodą
	$= \frac{\sin x+2 \sin x}{\operatorname{tg} x} = 3 \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 3 \cos x.$ Ats.: $3 \cos x.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.3. Sprendimas

(2)

$$\log_{a^5}(\sqrt{a}) = \log_{a^5} a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{a^5} a = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \log_a a = \frac{1}{10} \cdot 1$$

Ats.: $\frac{1}{10}$

2 t

11.4. Sprendimas

(2)

$$\frac{\sin(x - 100\pi) - 2\sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)} = \frac{\sin x + 2\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3\sin x}{1} \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 3\cos x$$

Ats.: $3\cos x$

2 t

11.3. Sprendimas

(2)

$$\log_{a^5} \sqrt{a} = \frac{1}{5} \log_a \sqrt{a} = \frac{1}{5} \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} \cdot \log_a a = \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}$$

Ats.: $\frac{1}{10}$

2 t

11.4. Sprendimas

(2)

$$\frac{\sin(x + 100\pi) + 2\sin x}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)} = \frac{\sin x \cos 100\pi + \cos x \cdot \sin 100\pi + 2\sin x}{\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 11\pi}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 11\pi}} = \frac{3\sin x}{1} = 3\sin x$$

$\operatorname{tg} 11\pi = 0$
 $\operatorname{tg} \cos 100\pi = 1$
 $\sin 100\pi = 0$

Ats.: $3\sin x$

1 t; P

11.3. Sprendimas

(2)

$$\log_a^5(\sqrt{a}) = \log_a^5(a^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{5} \log_a(a^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{10} \log_a a$$

Ats.: $\frac{1}{10} \log_a a$

1 t; P

11.4. Sprendimas

(2)

$$\begin{aligned} \frac{\sin(x+4\pi) - 2\sin(-x)}{\operatorname{tg}(x+4\pi)} &= \frac{\sin(x) + 2\sin(x)}{\sin(x+\pi)} = 3\sin(x) \cdot \frac{\cos(x+\pi)}{\sin(x+\pi)} = \cancel{-2\sin(x)} \\ &= 3\sin(x) \cdot \frac{-\cos(x)}{-\sin(x)} = -2\sin(x) - \cos(x) = -\sin(2x) \end{aligned}$$

Ats.: $-\sin(2x)$

1 t; P

11.3. Sprendimas

$$\log_a^5(\sqrt{a}) = \frac{\log_a a^5}{\log_a a^{\frac{1}{2}}} = \frac{5 \log_a a}{\frac{1}{2} \log_a a} = \frac{5 \cdot 1}{\frac{1}{2} \cdot 1} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10$$

Ats.: 10

1 t; P

11.4. Sprendimas

$$\frac{\sin(x + \pi) - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + \pi)} = \frac{\sin(x) + 2 \sin(x)}{\operatorname{tg}(x)} = \frac{3 \sin(x)}{\frac{\sin(x)}{\cos(x)}} = \frac{2 \sin(x)}{\cos(x)} = 2 \operatorname{tg}(x)$$

Ats.: $2 \operatorname{tg}(x)$

1 t; P

1.3. Sprendimas

$$\log_a^5 \sqrt{a} = \frac{1}{5} \log_a \sqrt{a}$$

Ats.: $\frac{1}{5} \log_a \sqrt{a}$

1 t; P

11.3. Sprendimas

$$(a^x)^x = \sqrt{a}$$

$$(a^x)^x = a^{\frac{1}{2}}$$

$$x = 0,1$$

Ats.: 0,1

2 t

11.4. Sprendimas

$$\frac{\sin(x + 100^\circ) - 2\sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 44^\circ)} = \frac{\sin x - (-2\sin x)}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sin x + 2\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3\sin x}{\operatorname{tg} x}$$

1) $\sin(x + 100^\circ) = \sin x \cdot \cos 100^\circ + \cos x \cdot \sin 100^\circ = \sin x$

2) $2\sin(-x) = -2\sin x$

3) $\operatorname{tg}(x + 44^\circ) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 44^\circ}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 44^\circ} = \operatorname{tg} x$

Ats.: $\frac{3\sin x}{\operatorname{tg} x}$

1 t; P

11.4. Sprendimas

$$\frac{\sin x \cdot \cos 100^\circ + \cos x \cdot \sin 100^\circ - 2\sin(-x)}{\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 44^\circ}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 44^\circ}} = \frac{\sin x + 2\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = 2\sin x \cos x$$

Ats.: $\sin(2a)$

1 t; P

11.4. Sprendimas $100x = x$
 $11x = x$

(2)

$$\frac{-\sin x - 2\sin(x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)} = \frac{-\sin x + 2\sin(x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)} = \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{\frac{\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \cos x$$

Ats.: ~~$\frac{\sin x}{\cos x}$~~ $\cdot \cos x$

1 t; A

12. Atsitiktinis dydis X – vieną kartą žaidžiant loteriją „Latgalių LOTO“ laimėta suma eurai. Pateikta atsitiktinio dydžio X skirstinio lentelė.

x	0	5	10	50
$\mathbf{P}(X = x)$	0,7	0,25	p	0,01

12.1. Parodykite, kad $p = 0,04$.

(1 taškas)

12.2. Parodykite, kad $\mathbf{E}X = 2,15$.

(1 taškas)

12.1		1	
	$p = 1 - 0,7 - 0,25 - 0,01 = 0,04.$	1	Už teisingą parodymą, kad $p = 0,04$.
12.2		1	
	$\mathbf{E}X = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,04 + 50 \cdot 0,01 = 2,15.$	1	Už teisingą parodymą, kad $\mathbf{E}X = 2,15$.

12.1. Sprendimas

(1)

$$p = 1 - 0,7 - 0,25 - 0,01 \text{ n.s. } 1 = 0,7 + 0,25 + p + 0,01$$

$$p = 0,04$$

12.2. Sprendimas

(1)

$$E_1 X = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,04 + 50 \cdot 0,01 = 2,15$$

12.1. Sprendimas

(1)

12.2. Sprendimas

(1)

$$E_X = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot p + 50 \cdot 0,01 = 2,75$$

~~$$0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot p + 50 \cdot 0,01 = 2,75$$~~

$$10 \cdot p = 0,4$$

$$p = 0,04$$

1 t

12.1. Sprendimas $p = 1 - 0,7 + 0,25 + 0,01 = 0,04$

12.2. Sprendimas $L = V - p = 0,7 - 0,04 = 0,66$

0 t

12.1. Sprendimas

$$0,7 + 0,25 + 0,04 + 0,01 = 1$$

12.2. Sprendimas f

1 t

12.1. Sprendimas

$$0,7 + 0,25 + p + 0,07 = 1$$

$$p = 1 - 0,04$$

$$p + 0,96 = 1$$

$$p = 1 - 0,96$$

12.2. Sprendimas

$$EX = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,4 + 50 \cdot 0,07 = 0 + 1,25 + 4 + 3,5 = 8,75$$

1 t

1 t

12.3. Atsitiktinis dydis Y – vieną kartą žaidžiant loteriją „Jotvingių LOTO“ laimėta suma eurai. Pateikta atsitiktinio dydžio Y skirstinio lentelė.

y	0	2	5	100	500
$P(Y = y)$	0,65	0,32	0,02	0,009	0,001

Kurią loteriją – „Latgalių LOTO“ ar „Jotvingių LOTO“ – labiau apsimoka žaisti, jeigu jų abiejų bilietai kainuoja tiek pat? Atsakymą argumentuokite.

(2 taškai)

12.3		2	
	$EY = 0 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = 2,14.$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (teisingai apskaičiuota atsitiktinio dydžio Y matematinė viltis).
	Ats.: „Latgalių LOTO“ apsimoka žaisti labiau, nes $EX > EY$.	1	Už padarytą teisingą, argumentuotą išvadą.

12.3. Sprendimas

(2)

$$E_2 X = 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = 2,14$$

$$E_1 X > E_2 X$$

Ats.: labiau apsimoka žaisti „Lotgalių LOTO“, nes vidutinės laimės daugiau ($E_1 X > E_2 X$)

2 t

12.3. Sprendimas $EX = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + x_3 \cdot p_3 + x_4 \cdot p_4 + x_5 \cdot p_5$

„Lotgalių LOTO“: $EX = 2,15$

„Jotvingių LOTO“: $EX = 0 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = 2,14$

$2,15 > 2,14$, vadinasi, kad labiau apsimoka žaisti „Lotgalių LOTO“

Ats.: „Lotgalių LOTO“

2 t

12.3.	Sprendimas daliau apsimoka žaisti „dailgalis LOTO“, kas yra didesne galimybe išlošti pinigų. pvz.: „dailgalis LOTO“ išlošti 5€ yra 0,25 %, o „Jotungis LOTO“ 5€ = 0,02 %. Ats.: daliau apsimoka „dailgalis LOTO“	(2)
-------	--	-----

1 t; P

12.3. Sprendimas $E_x = 0 \cdot 0.65 + 2 \cdot 0.32 + 5 \cdot 0.02 + 100 \cdot 0.009 + 300 \cdot 0.001 = 2.14$

Ats.: Jolvingis, nes jį mokymetis vilkės mažiau

13.1. Sprendimas $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z\}$

Ats.: *Falvignus* nei jej motomaters villas majores

13.1. Sprendimas $\{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z\}$

13.4. Sprendimas $DX(\text{Lūgys}) = (0, -2, 15)^2 \cdot 0,7 + (5-2, 15)^2 \cdot 0,25 + (10-2, 15)^2 \cdot 0,02 + (50-2, 15)^2 \cdot 0,04 = 30,63$ (3)

$EX(\text{Jotvingis}) = 0 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,32 + 100 \cdot 0,003 + 500 \cdot 0,004 = 2,14$

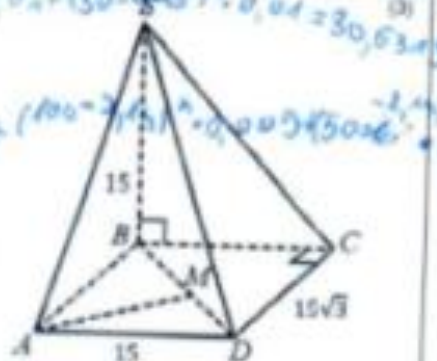
$DX(\text{Jotvingis}) = (0-2, 14)^2 \cdot 0,35 + (2-2, 14)^2 \cdot 0,32 + (5-2, 14)^2 \cdot 0,02 + (100-2, 14)^2 \cdot 0,003 + (500-2, 14)^2 \cdot 0,004 = 337,2004$

X - lūkimo laima

Pk $\frac{X}{DX(\text{Lūgys})}$ $\frac{X}{DX(\text{Jotvingis})}$ „iš mažesnės žarnos“

$\frac{X}{30,63} > \frac{X}{337,2004}$

Ats.: *Santvingis*



1 t; P

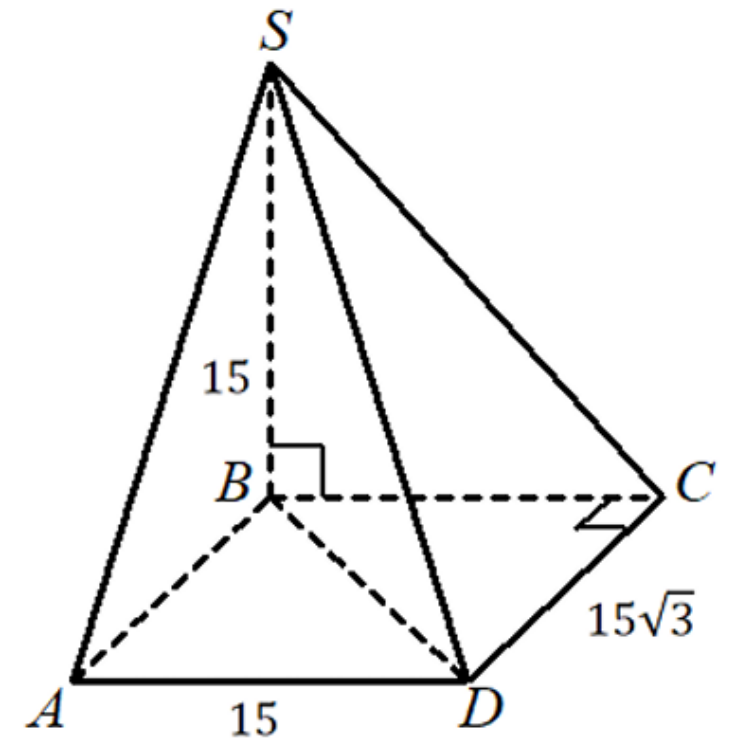
12.3. Sprendimas

	Latgalis LOTO	Oeur - 0,7 (70%)
Jotvingis LOTO	Oeur - 0,65 (65%)	

Ats.: „Jotvingis LOTO“ „iš mažesnės žarnos (5%) pralaimet“

0 t

- 13.** Paveiksle pavaizduotos piramidės $SABCD$ pagrindas – stačiakampis $ABCD$, kurio kraštinių ilgiai yra 15 ir $15\sqrt{3}$. Piramidės briauna SB – piramidės aukštinė, o jos ilgis yra 15.

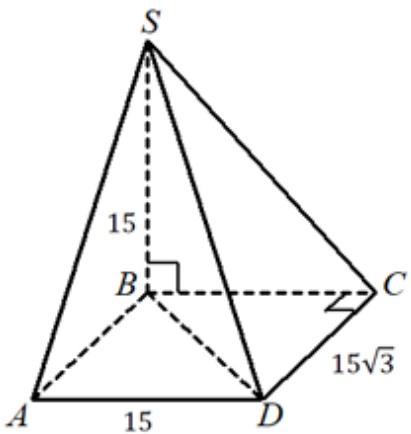


- 13.1.** Apskaičiuokite piramidės $SABCD$ tūrį.

(1 taškas)

- 13.2.** Yra žinoma, kad piramidės šoninė siena SAD yra statusis trikampis. Apskaičiuokite šios sienos plotą.

(2 taškai)

13		7	
13.1		1	
	$V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15\sqrt{3} \cdot 15 = 1125\sqrt{3}.$ <i>Ats.: $1125\sqrt{3}$.</i> 	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.2		2	
	$SA = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz. apskaičiuotas briaunos SA ilgis).
	$S_{SAD} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 225.$ <i>Ats.: 225.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

(3)

$$\frac{1}{3} \cdot 225\sqrt{3} - 15 = 1125\sqrt{3}$$

Ats.: $1125\sqrt{3}$

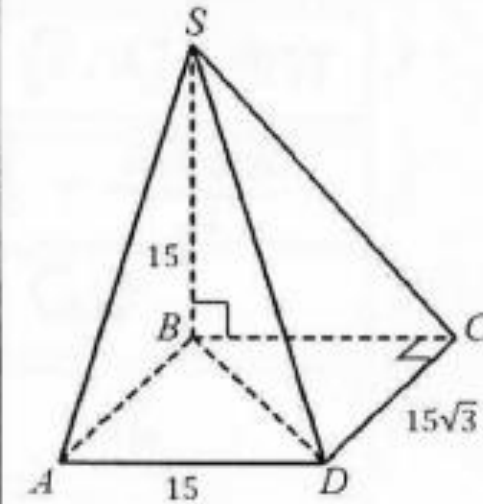
(2)

$$3A^2 = 225 + 645$$

$$SA = 30$$

$$S_{\text{AD}} = \frac{30 \cdot 15}{2} = 225$$

Ats.: 225 kv. vnt.



1 t

2 t

13.1. Sprendimas

$$V = \frac{1}{3} S \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 225\sqrt{3} \cdot 15 = 1125\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = 15 \cdot 15\sqrt{3} = 225\sqrt{3} ; H_{SD} = 15$$

Ats.: $1125\sqrt{3}$

13.2. Sprendimas

$$S_{AD} = S_{BC}$$

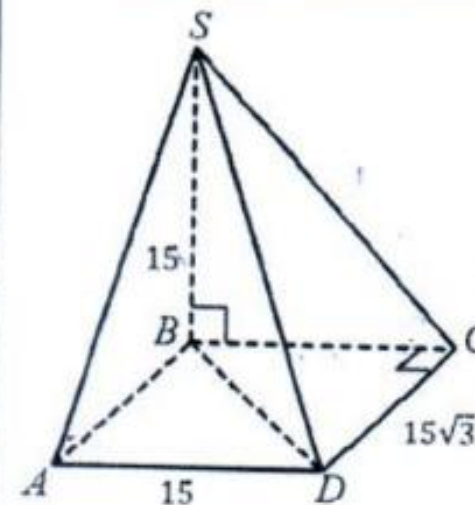
$$15^2 + 15^2 = SC^2$$

$$SC^2 = 450$$

$$SC = \pm 15\sqrt{2} \text{ (-neg.)}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{15 \cdot 15}{2} = 112,5$$

Ats.: $112,5$



1 t

0 t

13.2. Sprendimas $\angle BCO = 90^\circ$ $BO = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30$ (2)

SB aukštine $\rightarrow \angle SBO = 90^\circ \rightarrow SO = \sqrt{15^2 + 30^2} = 15\sqrt{5}$

SB aukštine $\rightarrow \angle SBA = 90^\circ \rightarrow SA = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30$ atžambinė

$$S_{SAO} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 15\sqrt{5} = \frac{225\sqrt{5}}{2}$$

Ats.: $S_{SAO} = \frac{225\sqrt{5}}{2}$

1 t; P

13.2. Sprendimas (2)

$$S = \frac{15 \cdot 15}{2} = 112,5$$

$$S = \frac{30 \cdot 15}{2} = \underline{225}$$

Ats.: 112,5

1 t; P

13.3. Sprendimas

$$SA = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30$$

$$\frac{30}{\sin 90^\circ} = \frac{15}{\sin \angle SAB}$$

$$\sin \angle SAB = \frac{15 \cdot \sin 90^\circ}{30}$$

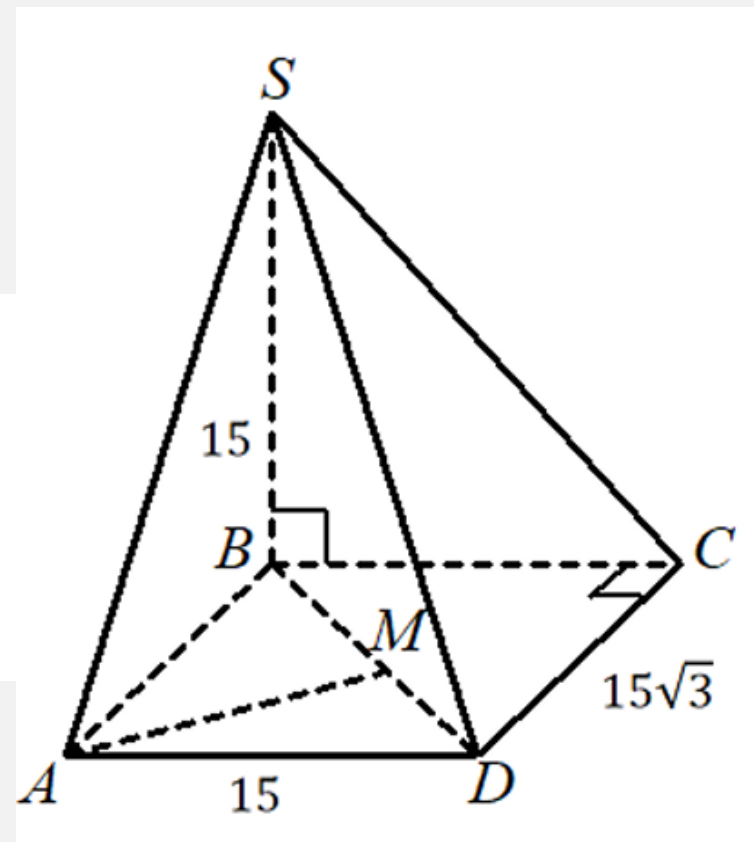
At

13.3. Nustatykite kampo tarp piramidės šoninės sienos SAD plokštumos ir pagrindo $ABCD$ plokštumos didumą.

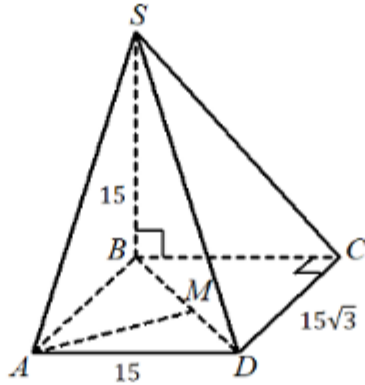
(1 taškas)

13.4. Yra žinoma, kad taškas M priklauso piramidės pagrindo įstrižainei BD ir atkarpos AM ilgis lygus atstumui nuo taško A iki plokštumos SBD . Apskaičiuokite atkarpos AM ilgį.

(3 taškai)



13.3		1	
	$\operatorname{tg} \angle SAB = \frac{15}{15\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle SAB = 30^\circ.$ <i>Ats.: $\angle SAB = 30^\circ$ (arba 30°).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Pastaba: Mokinys gali apskaičiuoti kampo didumą ir kitais būdais, pvz., gali apskaičiuoti pagal kampo kosinusą arba sinusą.			

13.4		3	
	$AM \perp BD$ 	1	Už supratimą, kad AM statu BD .
	$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
	$AM = \frac{15\sqrt{3} \cdot 15}{30} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$ <i>Ats.: $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (arba $7,5\sqrt{3}$).</i>	1	Už gautą teisingą AM ilgį.

13.3. Sprendimas Kampas tarp plokštumų SAD ir $ABCD$ tai $\angle SAB$

$$\frac{SB}{\sin(\angle SAB)} = \frac{SA}{\sin(\angle ABS)} \Rightarrow \frac{15}{\sin(\angle SAB)} = \frac{30}{\sin 30^\circ} \quad \sin(\angle SAB) = \frac{15 \cdot \sin 30^\circ}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\arcsin(\sin(\angle SAB)) = 30^\circ$$

Ats.: Kampas tarp plokštumų SAD ir $ABCD$ yra $\angle SAB = 30^\circ$

13.4. Sprendimas AM yra aukštine $\triangle ABO$

$$BO = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 - 15^2} = 30$$

$$(15\sqrt{3})^2 = 30^2 + 15^2 - 2 \cdot 30 \cdot 15 \cdot \cos(\angle AOB)$$

$$900 \cos(\angle AOB) = 1125 - 675$$

$$900 \cos(\angle AOB) = 450 / 900$$

$$\cos(\angle AOB) = \frac{1}{2}$$

$$\arccos(\cos(\angle AOB)) = 60^\circ \text{ arba } 300^\circ$$

300° netinka pagal sąlygą

$$\angle AOB = 60^\circ$$

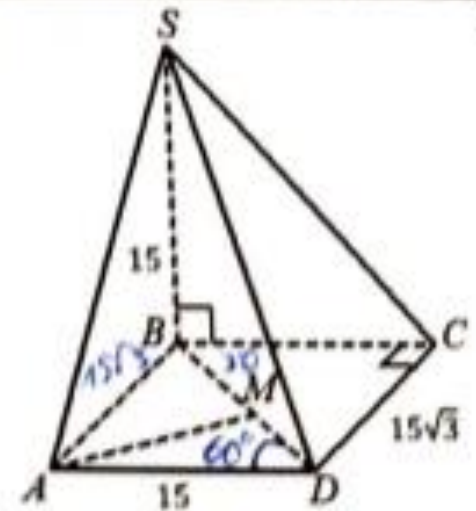
$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 30 \cdot \sin 60^\circ = \frac{225\sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{225\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot h$$

$$\frac{225\sqrt{3}}{2} = 15h$$

$$h = \frac{225\sqrt{3}}{30} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$AM = h = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$



Ats.: $AM = \frac{15\sqrt{3}}{2}$

13.3 1 t

13.4. 2 t Grubi klaida

13.3. Sprendimas

$$SA = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30$$

$$\frac{30}{\sin 90^\circ} = \frac{15}{\sin \angle SAB}$$

$$\sin \angle SAB = \frac{15 \cdot \sin 90^\circ}{30} = \cancel{30} \frac{1}{2}$$

Ans.: $\frac{1}{2}$

13.4. Sprendimas

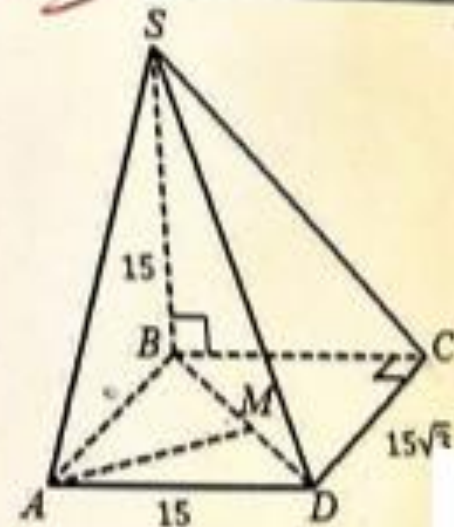
$$1) BD = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + 15^2} = 30$$

$$3) \frac{15\sqrt{3}}{\sin 30^\circ} = \frac{AM}{\sin 30^\circ}$$

$$2) \frac{15}{\sin \angle ABD} = \frac{30}{\sin 90^\circ}$$

$$AM = \frac{15\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \angle ABD = \frac{15 \cdot \sin 30^\circ}{30} = 30^\circ$$



Ans.: $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

13.3 0 t

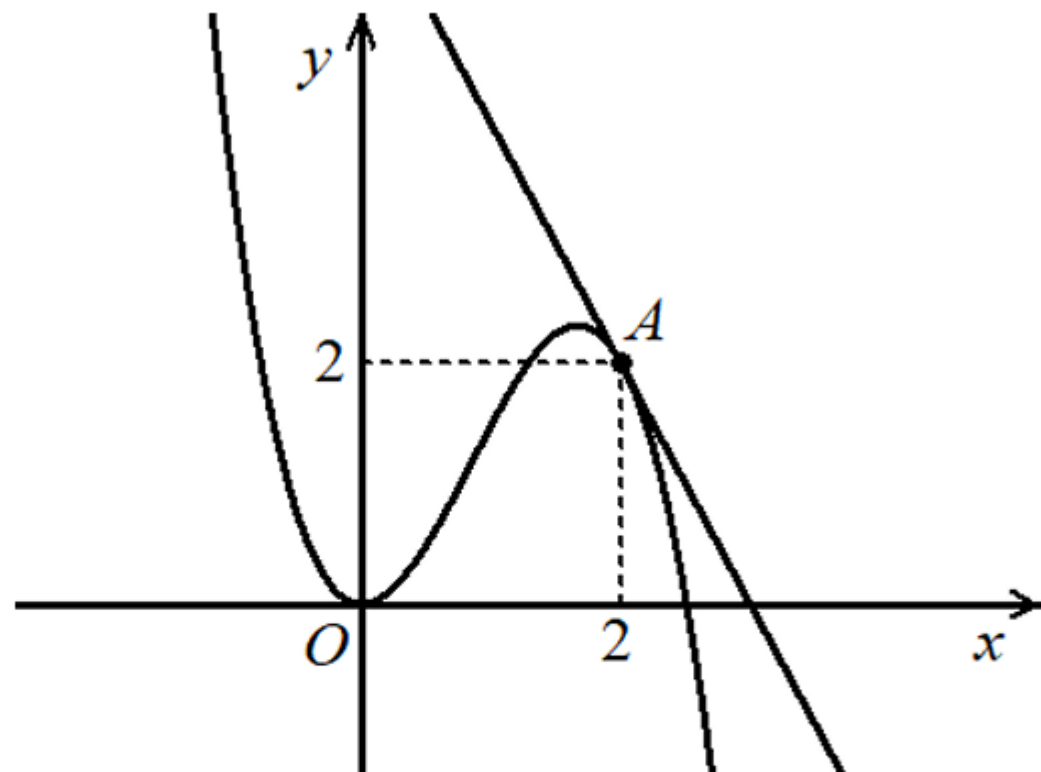
13.4 2t; P; T

14. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko eskizas ir jo liestinė taške $A(2; 2)$.

14.1. Apskaičiuokite $f'(2)$.

Juodraštis

(1 taškas)



14.2. Parodykite, kad funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinės, liečiančios funkcijos $y = f(x)$ grafiką taške $A(2; 2)$, lygtis yra $y = -2x + 6$.

(1 taškas)

14		8	
14.1		1	
	$f'(x) = 5x - 3x^2,$ $f'(2) = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = -2.$ <i>Ats.: $f'(2) = -2$ (arba -2).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
14.2		1	
	$f'(2) = -2,$ $f(x_0) = f(2) = 2,5 \cdot 2^2 - 2^3 = 2,$ $y = f'(2)(x - 2) + f(2),$ $y = -2(x - 2) + 2 = -2x + 6.$	1	Už teisingą parodymą, kad liestinės lygtis yra $y = -2x + 6$.

14.1. Sprendimas

$$f'(x) = 2 \cdot 2,5x - 3x^2 = 5x - 3x^2$$

$$f'(2) = 5 \cdot 2 - 3 \cdot 2^2 = -2$$

Ats.: $f'(2) = -2$

1 t

14.2. Sprendimas

$$f(2) = 2,5 \cdot 2^2 - 2^3 = 2$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = f'(2) \cdot (x - 2) + f(2) = -2(x - 2) + 2 = -2x + 4 + 2 = -2x + 6$$

paredžta

1 t

14.1. Sprendimas

$$f'(x) = 5 - 3x^2$$

$$f'(2) = 5 - 3 \cdot 2^2 = -7$$

(1)

Ats.: -7

0 t

14.2. Sprendimas

14.2. Sprendimas $A(2;2)$ $y = -2x + 6$ $f(\lambda) = 2,5 \times 2 \times 3 =$
 $2 = -2 \cdot 2 + 6$ $= 2,5 \cdot 2^2 - 2^3 =$
 $2 = 2$ $= 2$

0 t

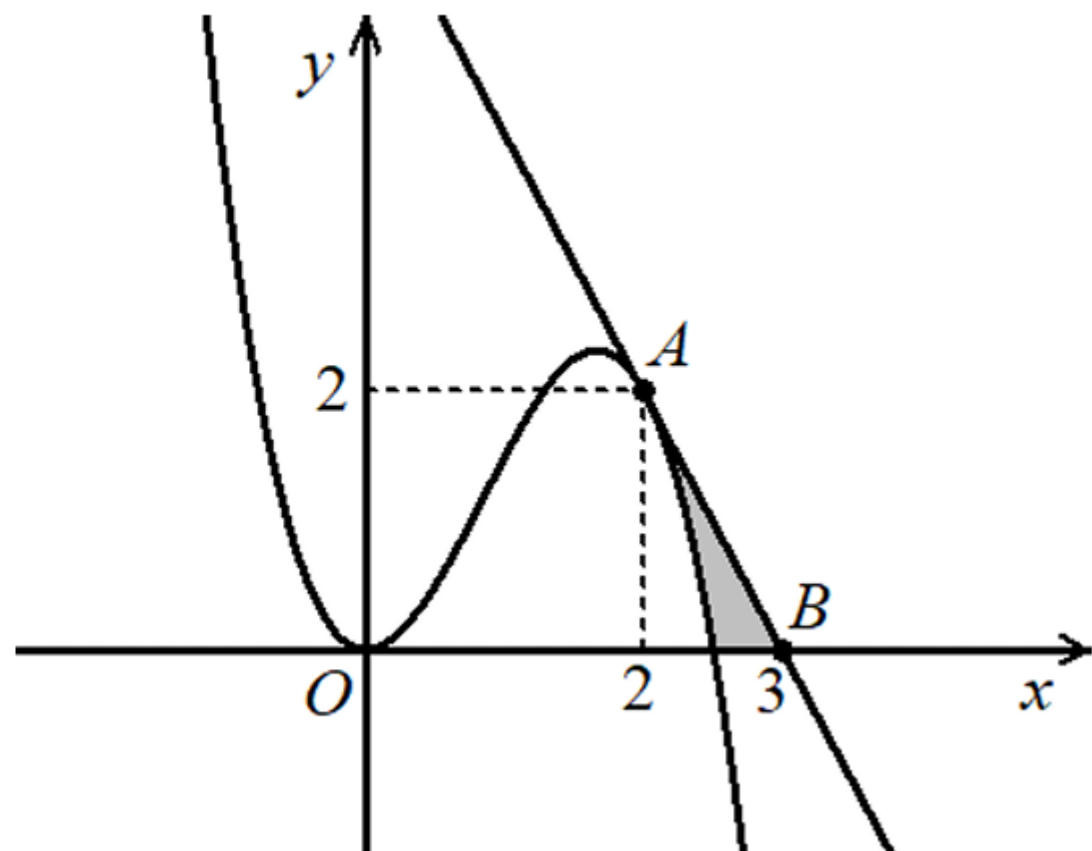
14.2. Sprendimas $y = 6x + b$ $b = 6$ $2 = 2b + 6$ $b = -2$
 $A(2;2)$ $2 - 6 = 2b$ $y = -2x + c$
 $-4 = 2b \mid :2$ $y = -2x + 6$

0 t

14.3. Funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinė $y = -2x + 6$ ašį Ox kerta taške $B(3; 0)$. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafikas, jo liestinė $y = -2x + 6$ ir Ox ašis, plotą (žr. pav.).

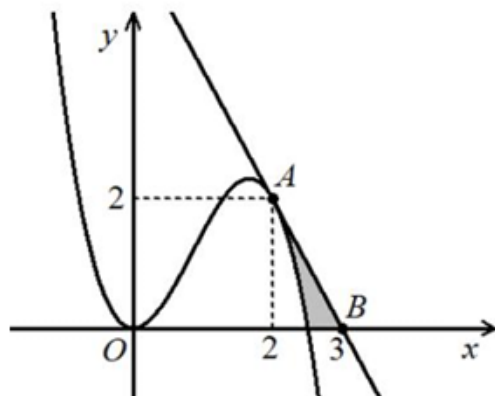
(4 taškai)

Juodraštis



I būdas

$$\begin{aligned}
 2,5x^2 - x^3 &= 0, \\
 x^2(2,5 - x) &= 0, \\
 x_1 &= 0, \quad x_2 = 2,5.
 \end{aligned}$$



1

Už teisingai apskaičiuotus funkcijos nulių.

$$S_1 = \int_2^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx =$$

1

Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą. (pvz., už teisingai išreikštą bent vienos figūros, reikalingos galutiniam atsakymui gauti, plotą apibrėžtiniu integralu).

$$= \left(2,5 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_2^{2,5} =$$

1

Už teisingą pirmąją funkciją.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{113}{192}, \\
 S_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1, \\
 S &= S_{\Delta} - S_1 = \frac{79}{192}.
 \end{aligned}$$

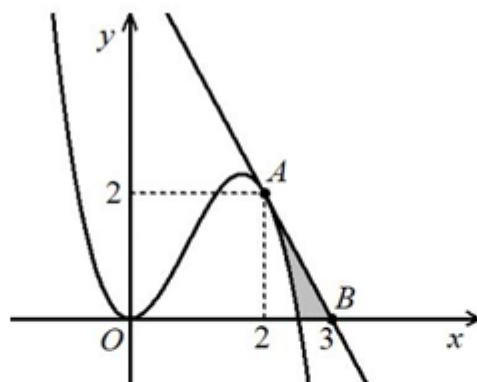
1

Už gautą teisingą atsakymą.

$$\text{Ats.: } \frac{79}{192}.$$

II būdas

$$\begin{aligned}
 2,5x^2 - x^3 &= 0, \\
 x^2(2,5 - x) &= 0, \\
 x_1 &= 0, \quad x_2 = 2,5.
 \end{aligned}$$



1

Už teisingai apskaičiuotus funkcijos nulių.

$$S_1 = \int_2^{2,5} ((-2x + 6) - (2,5x^2 - x^3)) dx =$$

1

Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., už teisingai išreikštą bent vienos figūros, reikalingos galutiniam atsakymui gauti, plotą apibrėžtiniu integralu).

$$= \left(-2,5 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} - x^2 + 6x \right) \Big|_2^{2,5} =$$

1

Už teisingą pirmąją funkciją.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{31}{192}, \\
 S_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 1 = 0,25, \\
 S &= S_1 + S_{\Delta} = \frac{79}{192}.
 \end{aligned}$$

1

Už gautą teisingą atsakymą.

$$Ats.: \frac{79}{192}.$$

14.3. Sprendimas $2,5x^2 - x^3 = 0$ $x^2(2,5 - x) = 0$ $x^2 = 0$ arba $2,5 - x = 0$
 $x = 0$ $x = 2,5$

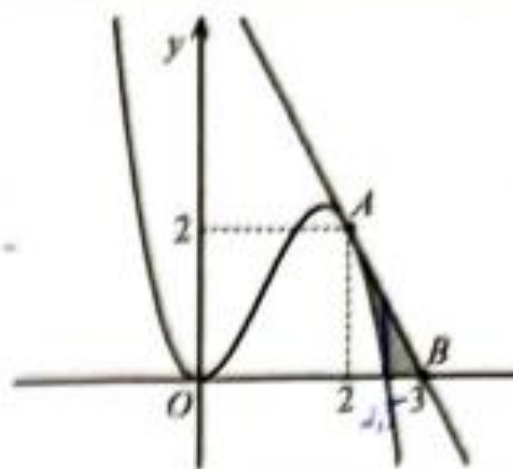
$$S_1 = \int_0^{2,5} ((-2x+6) - (2,5x^2 - x^3)) \cdot dx = \int_0^{2,5} (-2x+6-2,5x^2+x^3) \cdot dx =$$

$$\left(-2 \cdot \frac{x^2}{2} + 6x - 2,5 \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{2,5} = \left(x^2 + 6x - \frac{5x^3}{6} + \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{2,5} = \left((-2)^2 + 6 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 2^3}{6} + \frac{2^4}{4} \right) -$$

$$\left((-2)^2 + 6 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 2^3}{6} + \frac{2^4}{4} \right) = \frac{31}{12}$$

$$S_2 = \int_{2,5}^3 (-2x+6+0) \cdot dx = \left(-2 \cdot \frac{x^2}{2} + 6x \right) \Big|_{2,5}^3 = (-1 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3) - (-1 \cdot 2,5^2 + 6 \cdot 2,5) = 0,25$$

$$S_{\text{figūros}} = S_1 + S_2 = \frac{31}{12} + 0,25 = \frac{79}{192}$$



Ats.: $S_{\text{figūros}} = \frac{79}{192}$

4 t

14.3. Sprendimas

$$2,5x^2 - x^3 = 0$$

$$x^2(2,5 - x) = 0$$

$$x^2 = 0 \text{ arba } x = 2,5$$

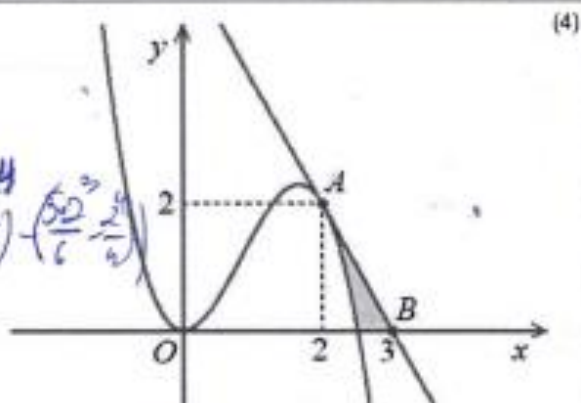
$$S = \int_0^3 (-2x+6) dx - \int_0^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx$$

$$S = \left(-x^2 + 6x \right) \Big|_0^3 - \left(\frac{5}{6} x^3 - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{2,5}$$

$$S = ((-3^2 + 6 \cdot 3) - (-2^2 + 6 \cdot 2)) - \left(\left(\frac{5}{6} \cdot 2,5^3 - \frac{2,5^4}{4} \right) - \left(\frac{5}{6} \cdot 0^3 - \frac{0^4}{4} \right) \right)$$

$$S = ((-9 + 18) - (-4 + 12)) - \left(\left(\frac{625}{48} - \frac{625}{64} \right) - \left(\frac{0}{3} - 0 \right) \right)$$

$$S = 1 - \frac{79}{192} = \frac{79}{192}$$



Ats.: $\frac{79}{192}$

4 t

14.3.

Sprendimas

$$2,5x^2 - x^3 = 0$$

$$x^2(2,5 - x) = 0$$

$$x^2 = 0 \text{ arba } x = 2,5$$

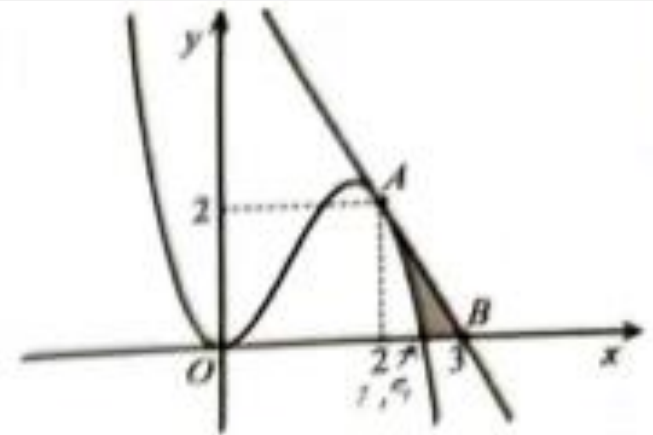
$$x = 0$$

$$S = S_2 - S_1$$

$$S_1 = \int_0^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx = \frac{113}{192}$$

$$S_2 = \int_2^3 (-2x + 6) dx = 1$$

$$S = 1 - \frac{113}{192} = \frac{79}{192}$$



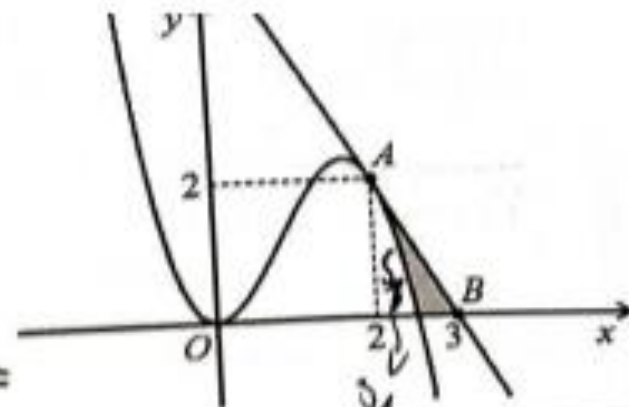
Ats.: $\frac{79}{192}$

14.3 3 t

Nėra pirmųkštės

14.3. Sprendimas $2,5x^2 - x^3 = 0$ $x^2(2,5 - x) = 0$
 $x^2 = 0$ arba $2,5 - x = 0$
 $x = 0$ $x = 2,5$

$$\begin{aligned} S &= \int_{2,5}^3 (-2x + 6 - 2,5x^2 + x^3) dx = -\frac{2x^2}{2} + 6x - \frac{2,5x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \Big|_{2,5}^3 \\ &= -\frac{2 \cdot (3)^2}{2} + 6 \cdot 3 - \frac{2,5 \cdot 3^3}{3} + \frac{3^4}{4} - \left(-\frac{2 \cdot (2,5)^2}{2} + 6 \cdot 2,5 - \frac{2,5 \cdot (2,5)^3}{3} + \frac{(2,5)^4}{4} \right) = \\ &= \frac{27}{4} - \frac{1055}{192} = \frac{241}{192} \end{aligned}$$

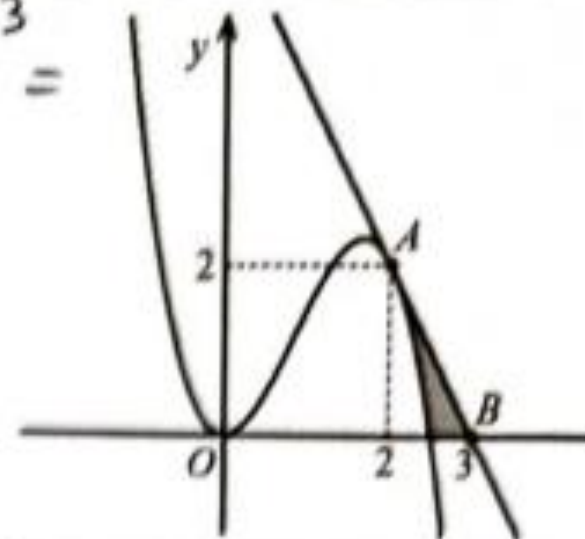


Ats.: $S = \frac{241}{192}$

14.3 2 t (P; T)

14.3. Sprendimas

$$\begin{aligned} \int_2^3 (-2x + 6 - (2,5x^2 - x^3)) dx &= -x^2 + 6x - \frac{5}{6}x^3 + \frac{x^4}{4} \Big|_2^3 = \\ &= \left(-3^2 + 6 \cdot 3 - \frac{5}{6} \cdot 3^3 + \frac{3^4}{4} \right) - \left(-2^2 + 6 \cdot 2 - \frac{5}{6} \cdot 2^3 + \frac{2^4}{4} \right) = \\ &= 6,75 - \frac{16}{3} = \frac{17}{12} \end{aligned}$$



Ats.: $\frac{17}{12}$

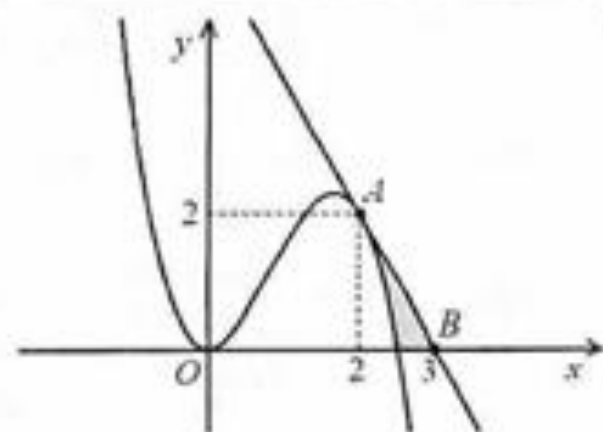
14.3 1 t T

14.3. Sprendimas $f(x) = 2,5x^2 - x^3$; $2,5x^2 - x^3 = 0$; $x^2(2,5 - x) = 0$

$x = 0$ ir $2,5$

$$\int_{2,5}^3 (-2x + 6 - 2,5x^2 + x^3) dx = \left(-x^2 + 6x - \frac{5}{6}x^3 + \frac{1}{4}x^4 \right) \Big|_{2,5}^3 =$$

$$= \frac{27}{4} - \frac{1055}{192} = \frac{241}{192} = 1 \frac{49}{192}$$



Ats.: $1 \frac{49}{192}$

14.3 2 t (P; T)

14.3. Sprendimas $2,5x^2 - x^3 = 0$ funkcija $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ O x ašį kerta taške $(2,5; 0)$

$$x^2(2,5 - x) = 0$$

$$x^2 = 0 \text{ arba } 2,5 - x = 0$$

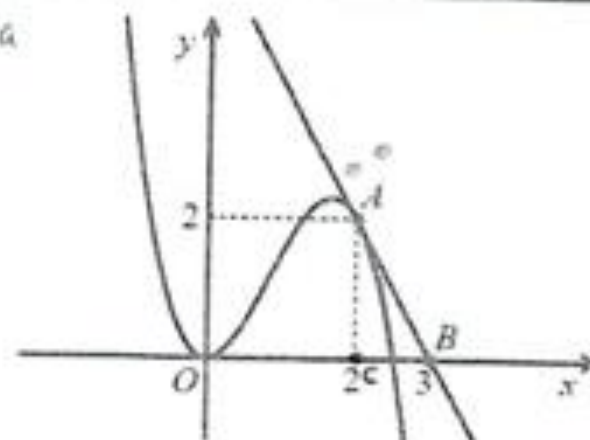
$$x = 0$$

$$x = 2,5$$

$$S = \int_0^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx = \left(5x - \frac{3x^3}{2} \right) \Big|_0^{2,5} = \frac{113}{192}$$

$$S_{\triangle ABC} = 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$S = 1 - \frac{113}{192} = \frac{79}{192}$$



Ats.: $S = \frac{79}{192}$

14.4. Sprendimas $1 - x^2 = 0$

14.3 3t (P; A; K)
Vietoj pirmąsios
apskaičiuota išvestinė

14.3. Sprendimas $2,5x^2 - x^3 = 0$

$$x^2(2,5 - x) = 0$$

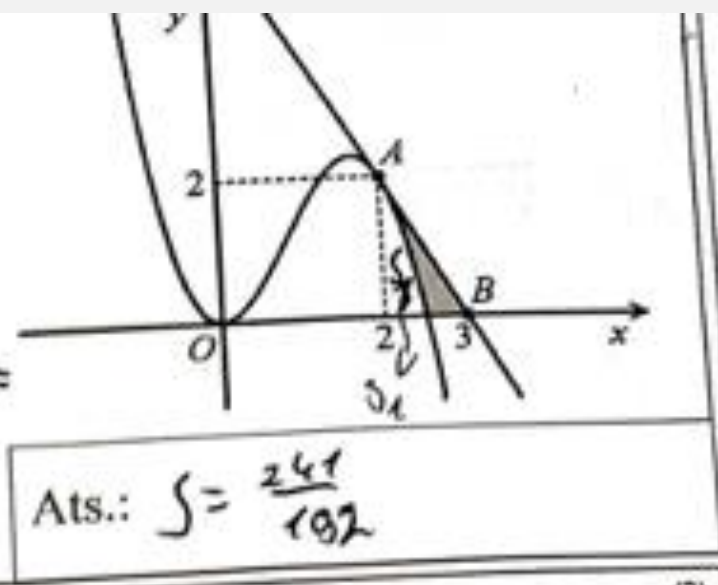
$$x^2 = 0 \text{ arba } 2,5 - x = 0$$

$$x = 0 \quad x = 2,5$$

$$S = \int_{2,5}^3 (-2x + 6 - 2,5x^2 + x^3) dx = -\frac{2x^2}{2} + 6x - \frac{2,5x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \Big|_{2,5}^3$$

$$= -\frac{2 \cdot (3)^2}{2} + 6 \cdot 3 - \frac{2,5 \cdot 3^3}{3} + \frac{3^4}{4} - \left(-\frac{2 \cdot (2,5)^2}{2} + 6 \cdot 2,5 - \frac{2,5 \cdot (2,5)^3}{3} + \frac{(2,5)^4}{4} \right) =$$

$$= \frac{27}{4} - \frac{1055}{192} = \frac{241}{192}$$



Ats.: $S = \frac{241}{192}$

(2)

14.3 2 t (P; T)

4.3.

Sprendimas $2,5x^2 - x^3 = -2x + 6$

$$2,5x^2 - x^3 + 2x - 6 = 0$$

$$2,5x^2 - x^3 = 0$$

$$x^2(2,5 - x) = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$2,5 - x = 0$$

$$x = 2,5$$

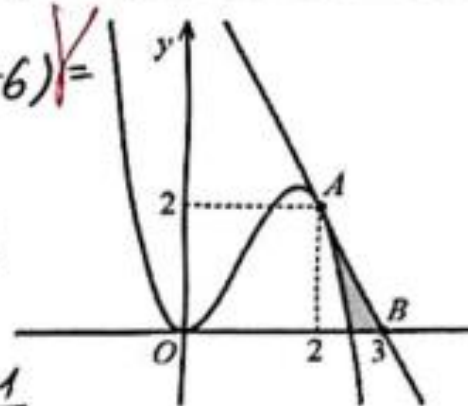
$$S = \int_0^3 (2,5x^2 - x^3) - (2x + 6) dx$$

$$= \left(\frac{2,5x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{2x^2}{2} - 6x \right) \Big|_0^{2,5} =$$

$$= \left(\frac{2,5 \cdot 3^3}{3} - \frac{3^4}{4} + 3^2 - 6 \cdot 3 \right) -$$

$$- \left(\frac{2,5 \cdot 2,5^3}{3} - \frac{2,5^4}{4} + (2,5)^2 - 6 \cdot 2,5 \right) = 24 \frac{151}{192}$$

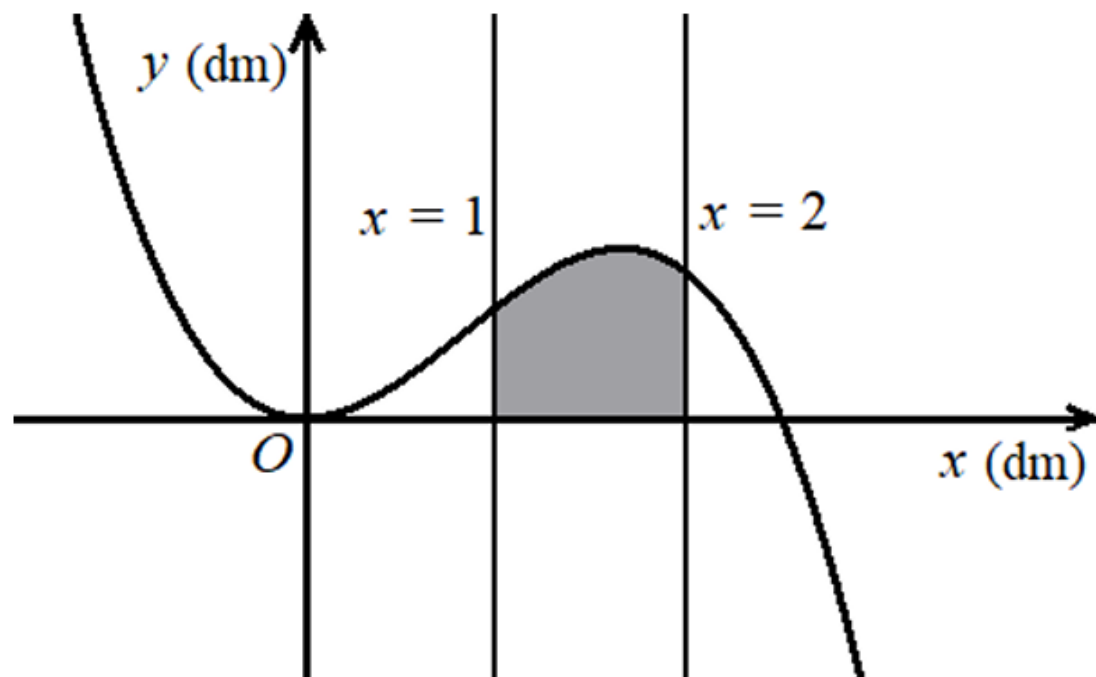
$$\text{Ats.: } 24 \frac{151}{192}$$

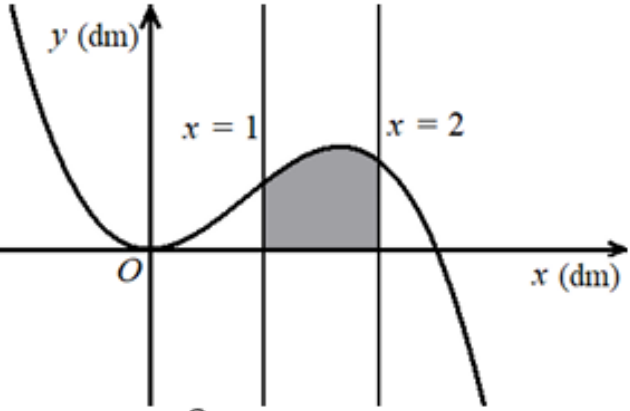


1 t; P

Neteisingai
apskaičiuota
pirmąją

14.4. Dekoratyvinė vazelė yra sukinio formos. Šis sukinys gautas apie abscisių ašį sukanant kreivinę trapeciją, apribotą funkcijos $g(x) = \frac{1}{5} \cdot f(x) = \frac{1}{5}(2,5x^2 - x^3)$ grafiku bei tiesėmis $x = 1$, $x = 2$ ir $y = 0$ (žr. pav.). Apskaičiuokite vazelės tūrį (į vazelės sienelių storį neatsižvelkite). Atsakymą pateikite su π kubiniais decimetrais.



14.4		2	
	 $V = \pi \int_1^2 \frac{1}{25} (2,5x^2 - x^3)^2 dx =$ $= \frac{\pi}{25} \int_1^2 (6,25x^4 - 5x^5 + x^6) dx =$	1	Už teisingai išreikštą sukinio tūrį apibrėžtiniu integralu.
	$= \frac{\pi}{25} \cdot \left(6,25 \cdot \frac{x^5}{5} - \frac{5x^6}{6} + \frac{x^7}{7} \right) \Big _1^2 = \frac{123\pi}{700}.$ <i>Ats.: $\frac{123\pi}{700} \text{ dm}^3$ (arba $\frac{123\pi}{700}$).</i>	1	Už teisingą pirmykštę funkciją ir gautą teisingą sukinio tūrį.

14.4. Sprendimas

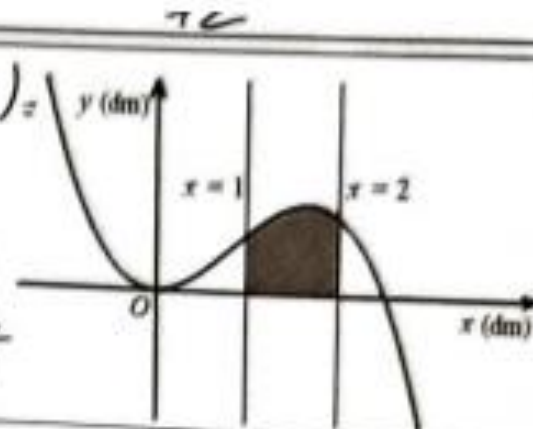
$$g^2(x) = \left(\frac{1}{5} (2,5x^2 - x^3) \right)^2 = \frac{1}{25} ((2,5x^2)^2 - 2 \cdot 2,5x^2 \cdot x^3 + (x^3)^2) =$$

$$= \frac{1}{25} (6,25x^4 - 5x^5 + x^6) = 0,25x^4 - 0,2x^5 + 0,04x^6$$

$$V = \pi \int_1^2 (0,25x^4 - 0,2x^5 + 0,04x^6) dx = \pi \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot x^5 - \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^6 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{25} \cdot \frac{1}{7} \cdot x^7 \right) \Big|_1^2 = \pi \left(\frac{1}{20} \cdot 2^5 - \frac{1}{30} \cdot 2^6 + \frac{1}{175} \cdot 2^7 \right) - \left(\frac{1}{20} \cdot 1^5 - \frac{1}{30} \cdot 1^6 + \frac{1}{175} \cdot 1^7 \right) =$$

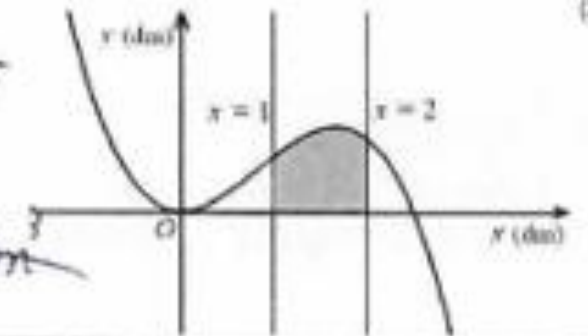
$$\frac{104}{525} - \frac{47}{2100} = \frac{123}{700}$$



Ats.: $\frac{123}{700}$

14.4. Sprendimas

$$\begin{aligned}
 V &= \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x^3 \right)^2 dx = \pi \int_1^2 \left(\frac{1}{9}x^4 - \frac{1}{6}x^5 + \frac{1}{36}x^6 \right) dx = \\
 &= \pi \cdot \left(\frac{1}{9}x^5 - \frac{1}{30}x^6 + \frac{1}{252}x^7 \right) \Big|_1^2 = \pi \cdot \left(\frac{128}{9} - \frac{64}{5} + \frac{128}{315} \right) = \pi \cdot \frac{123}{70} \text{ dm}^3
 \end{aligned}$$



Ats.: $\frac{123}{70} \pi \text{ dm}^3$

0 t; Neteisingai atskliausta;
neteisingai apskaičiuota pirmą kartą

15. Įmonė per mėnesį pagamina x tonų produkcijos. Šios produkcijos gamybos išlaidos (eurais) apskaičiuojamos pagal formulę $I(x) = 200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3$; $x \in [0; 60]$.

15.1. Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė 3 tonas produkcijos. Apskaičiuokite įmonės gamybos išlaidas per šį mėnesį.

(1 taškas)

15.2. Įmonės pajamos, pardavus vieną toną produkcijos, yra 9900 eurų.

Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė x tonų produkcijos. Parodykite, kad vieno mėnesio įmonės pelnas ($pelnas = pajamos - išlaidos$) eurais lygus $P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x$.

(1 taškas)

15		5	
15.1		1	
	$I(3) = 200 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 3^3 = 2664.$ <i>Ats.: 2664 Eur (arba 2664).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
15.2		1	
	Jei per mėnesį pagaminama ir parduodama x tonų produkcijos, tai pelnas: $P(x) = 9900x - \left(200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3\right) =$ $= \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x.$	1	Už gautą teisingą pelno išraišką.

15.1. Sprendimas

(1)

$$y(3) = 200 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 + \frac{4}{3} \cdot 3^3 = 2644$$

Ats.: 2664 €

15.2. Sprendimas $P(x) = 9900x - y(x)$

(1)

$$P(x) = 9900x - 200x^2 - 300x + \frac{4}{3}x^3$$

$$P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x$$

15.2. Sprendimas

(1)

$$P(3) = \frac{4}{3} \cdot 3^3 - 200 \cdot 3^2 + 9600 \cdot 3 = 29700 \text{ (eur. pajam.)}$$

~~pajamos = 2664~~

$$9900 \cdot 3 = 29700 \text{ (eur. pajam.)}$$

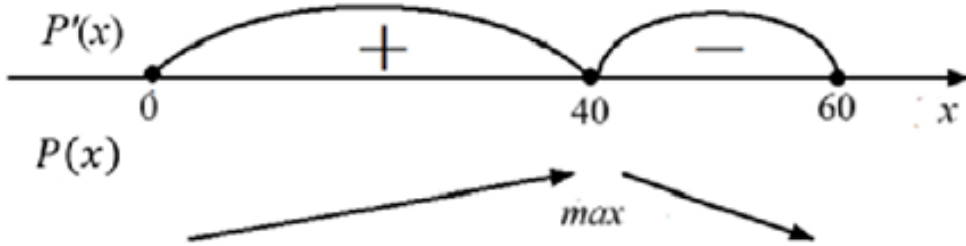
Pajamos - išlaidos = PELNAS

$$29700 - 2664 = 27036 \text{ (daroma funkcija (eur.))}$$

0 t

15.3. Nustatykite, kiek tonų produkcijos reikia pagaminti per mėnesį, kad ją pardavus įmonės mėnesio pelnas būtų didžiausias.

(3 taškai)

15.3		3	
	$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600.$	1	Už teisingai apskaičiuotą išvestinę.
	$4x^2 - 400x + 9600 = 0,$ $x = 40, x = 60.$	1	Už kritinių taškų suradimą.
	 Ats.: 40 tonų (arba 40).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

15.3. Sprendimas

$$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600$$

$$4x^2 - 400x + 9600 = 0$$

$$D = 6400$$

$$x_{1,2} = \frac{400 \pm 80}{8} = \begin{matrix} 40 \\ 60 \end{matrix}$$

$$P'(x) \begin{matrix} + & 0 & - \end{matrix} \rightarrow x$$

$$P(x) \begin{matrix} \nearrow & 40 & \searrow \\ & \text{max} & \end{matrix}$$

$$P'(30) = +$$

$$P'(50) = -$$

Ats.: 40

3 t

15.3. Sprendimas $P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x$

$$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600$$

Krit. t.:

$$4x^2 - 400x + 9600 = 0 \quad / : 4$$

$$x^2 - 100x + 2400 = 0$$

$$D = 10000 - 4 \cdot 1 \cdot 2400 = 400$$

$$x_1 = \frac{100 - 20}{2} = 40 \quad x_2 = \frac{100 + 20}{2} = 60$$

$$P'(x) \begin{matrix} & \text{max} & & \text{min} \\ & \cdot & & \cdot \\ \hline & \nearrow & 40 & \searrow & 60 & \nearrow \\ & f(x) & & & & \end{matrix}$$

$$x_{\text{max}} = 40$$

Ats.: $x = 40$ (t.)

2 t;

P; A

15.3. Sprendimas

(3)

$$P'(x) = \frac{4}{3} \cdot 3x^2 - 200 \cdot 2x + 9600 = 4x^2 - 400x + 9600$$

$$4x^2 - 400x + 9600 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 100x + 2400 = 0$$

$$10000 - 4 \cdot 2400 \cdot 1 = 400$$

$$x_1 = \frac{100 + 20}{2} = 60$$

$$x_2 = \frac{100 - 20}{2} = 40 \text{ nel. ?}$$

Ats.: 60

2 t;
P; A

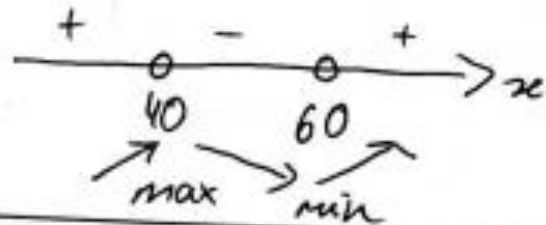
15.3. Sprendimas

(3)

$$P'(x) = \frac{4}{3} \cdot 3x^2 - 200 \cdot 2x + 9600 = 4x^2 - 400x + 9600$$

$$4x^2 - 400x + 9600 = 0$$

$$x_{1,2} = 60; 40$$



Ats.: 40 tonų

2 t; P
; A

16. Išspręskite lygtį $\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$.

(3 taškai)

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		3	
	$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0,$	1	Už teisingai pritaikytą dvigubo kampo sinuso formulę.
	$\sin \frac{x}{2} \left(2 \cos \frac{x}{2} - 5 \right) = 0,$	2	Po 1 tašką už kiekvieną teisingai išspręstą lygtį.
	$\sin \frac{x}{2} = 0,$ $\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$		
	$\cos \frac{x}{2} = 2,5.$ (sprendinių neturi).		
	<i>Ats.: $2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$</i>		

16.

Sprendimas $\sin x - 5 \sin \frac{x}{2} = 0$ $\sin(2 \cdot \frac{x}{2}) - 5 \sin(\frac{x}{2}) = 0$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0 \quad \cos \frac{x}{2} = 2,5$$

$$\sin \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} - 5) = 0$$

$$\frac{x}{2} = \pm \arccos 2,5 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = (-1)^k \arcsin 0 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Peržiūrėti visą puslapį

3 t

16. Sprendimas

$$\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} - 5) = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0 \text{ arba } 2 \cos \frac{x}{2} - 5 = 0$$

$$\frac{x}{2} = \pi n$$

$$x = 2\pi n$$

$$\cos \frac{x}{2} = 2.5$$

negali, nes $\cos x < 1$

Ats.: $2\pi n$

2 t; Nėra n
priklauso Z

16. Sprendimas

$$\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$\sin (2 \cdot \frac{x}{2}) = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} - 5) = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0$$

$$2 \cos \frac{x}{2} - 5 = 0$$

$$\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | :2$$

$$x = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos \frac{x}{2} = 5 \quad | :2$$

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{5}{2}$$

Ats.: $x = \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$

2 t

17. Sprendimas

16.

Sprendimas

$$\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} - 5) = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z} \quad | \cdot 2$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2 \cos \frac{x}{2} - 5 = 0$$

$$2 \cos \frac{x}{2} = 5 \quad | :2$$

$$\cos \frac{x}{2} = 2,5$$

$$\frac{x}{2} = \pm \arccos 2,5 + 2\pi k$$

$$x = \pm \arccos 5 + 4\pi k$$

$$\text{Ats.: } x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \arccos 5 + 4\pi k$$

2 t

ut pvz

16.

Sprendimas

$$\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$\sin x - 5 \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin x - 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin x - 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin \left(\frac{x}{2} \cdot 2 \right) = 0$$

$$\sin x - \frac{5}{2} \sin x = 0$$

$$-\frac{3}{2} \sin x = 0 \quad | : (-\frac{3}{2})$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x = \pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

0 t; Padarytos klaidos
supaprastino
uždavinio sprendimą

17. Išspręskite nelygybę $f'(x) < \frac{1}{4} \ln(0,5) \cdot f(-2)$, kai $f(x) = \frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)}$.

(3 taškai)

17		3	
	$f'(x) = \frac{0,5^{1+2x} \cdot \ln(0,5) \cdot (1+2x)'}{2 \ln(0,5)} = 0,5^{1+2x}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą sudėtinės funkcijos išvestinę.
	$0,5^{1+2x} < \frac{1}{4} \ln(0,5) \cdot \frac{8}{2 \ln(0,5)},$ $0,5^{1+2x} < 1,$	1	Už teisingai pertvarkytą nelygybę į $0,5^{1+2x} < 1.$
	$0,5^{1+2x} < 0,5^0,$ $1 + 2x > 0,$ $x > -0,5.$ <i>Ats.: $x \in (-0,5; +\infty).$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

17. Sprendimas

$$f'(x) = \frac{1}{4 \ln(0.5)} (0.5^{2x})' = \frac{1}{4 \ln 0.5} \cdot 0.5^{2x} \ln 0.5 \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 0.5^{2x} = 0.5^{2x+1}$$

$$0.5^{2x+1} < \frac{1}{4} \ln 0.5 \cdot \frac{0.5^{1+2 \cdot (-\frac{1}{2})}}{2 \ln(0.5)}$$

$$0.5^{2x+1} < 1 \quad 0.5^{2x+1} < 0.5^0$$

$$2x+1 > 0 \quad x > -\frac{1}{2}$$

$$2x+1 = 0$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

$$\text{Ats.: } x \in \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$$

3 t

17. Sprendimas

(3)

$$f(-2) = \frac{0,5^{-3}}{2 \ln(0,5)} = \frac{1}{0,125 \cdot 2 \ln(0,5)} = \frac{1}{0,25 \ln(0,5)}$$

$$f(x) = \frac{0,5^{1+2x} \ln(0,5) - 2}{2 \ln(0,5)} = 0,5^{1+2x}$$

$$1+2x < 0 \quad x < -\frac{1}{2}$$

$$2x < -1/2 \quad \text{|||||}$$

$$-\frac{1}{2}$$

$$0,5^{1+2x} < \frac{2 \ln(0,5)}{0,25 \ln(0,5)} \quad 0,5^{1+2x} < 1 \quad 0,5^{1+2x} < 0,5^0$$

Ats.: $(-\infty; -\frac{1}{2})$

2 t;
P; A

17. Sprendimas

$$1. f'(x) = \frac{(0,5^{1+2x})' \cdot 2 \ln(0,5) - 0,5^{1+2x} \cdot (2 \ln(0,5))'}{(2 \ln(0,5))^2} = \frac{0,5^{1+2x} \cdot 2 \ln(0,5)}{(2 \ln(0,5))^2} = \frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)}$$

$$2. f(-2) = \frac{0,5^{1+2 \cdot (-2)}}{2 \ln(0,5)} = \frac{4}{\ln(0,5)}$$

$$3. \frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)} < \frac{1}{4} \ln(0,5) \cdot \frac{4}{\ln(0,5)}$$

$$\frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)} < 1$$

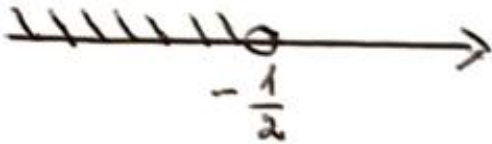
$$\frac{0,5^{1+2x} - 1}{2 \ln(0,5)} < 0$$

$$\frac{0,5^{1+2x} - 1}{2 \ln(0,5)} = 0$$

$$0,5^{1+2x} - 1 = 0$$

$$0,5^{1+2x} = 1$$

$$1+2x = 0$$

$$x = -\frac{1}{2}$$


Ats.: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$

1 t; A

Sprendimas

$$f'(x) = \frac{0,5^{1+2x} \cdot 2 \ln(0,5)}{2 \ln(0,5)} = 0,5^{1+2x}$$

$$f(-2) = \frac{8}{2 \ln(0,5)}$$

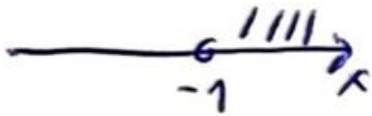
$$0,5^{1+2x} < \frac{1}{4} \ln(0,5) \cdot \frac{8}{2 \ln(0,5)}$$

$$0,5^{1+2x} < 2$$

$$0,5^{1+2x} < 0,5^{-1}$$

$$1+2x > -1$$

$$2x > -2$$

$$x > -1$$


Ats.: $x \in (-1; \infty)$

2 t;
P; T

17. Sprendimas 1) $f'(x) = (0,5^{1+2x})' \cdot (2 \ln 0,5) - (\ln 0,5)' \cdot 0,5^{1+2x} = \frac{(0,5^{1+2x} \cdot \ln 0,5) \cdot 2 \cdot 2 \ln 0,5}{(2 \ln 0,5)^2}$

$$= \frac{2 \ln 0,5 \cdot 0,5^{1+2x} \cdot 2 \ln 0,5}{(2 \ln 0,5)^2} = 0,5^{1+2x}$$

$f(-2) = \frac{0,5^{1-4}}{2 \ln 0,5} = \frac{8}{2 \ln 0,5}$

3) $0,5^{1+2x} < \frac{1}{4} \ln 0,5 \cdot \frac{8}{2 \ln 0,5}$

$$0,5^{1+2x} < \frac{\ln 0,5}{4} \cdot \frac{4}{\ln 0,5}$$

$0,5^{1+2x} < 0,5^0$ $x \in (\frac{1}{2}; \infty)$

$0,5 < 1$, todėl ženklo keičiasi

$$1+2x > 0$$

$$2x > -1$$

$$x > -\frac{1}{2}$$

Ats.: $x \in (\frac{1}{2}; \infty)$

2 t;
P A

18. Skaičiai $\log_3 17$, $\log_a 17$, $\log_{27} 17$ yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai. Nustatykite skaičiaus a reikšmę (čia $a > 0, a \neq 1$).

(4 taškai)

18		4	
	$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., aritmetinės progresijos apibrėžties taikymą).
	$2 \log_a 17 = \log_{27} 17 + \log_3 17,$ $2 \log_a 17 = \frac{4}{3} \log_3 17,$	1	Už teisingai pritaikytas logaritmų savybes.
	$6 \cdot \frac{1}{\log_{17} a} = 4 \cdot \frac{1}{\log_{17} 3},$ $4 \log_{17} a = 6 \log_{17} 3,$	1	Už teisingą logaritmų pagrindų suvienodinimą.
	$\log_{17} a = \frac{3}{2} \log_{17} 3,$ $\log_{17} a = \log_{17} 3^{\frac{3}{2}},$ $a = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Sprendimas

(4)

$$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17$$

$$\log_a 17 + \log_a 17 = \log_{27} 17 + \log_3 17$$

$$\log_a (17 \cdot 17) = \log_{27} 17 + \log_3 17$$

$$\log_a 289 = \frac{1}{3} \cdot \log_3 17 + \log_3 17$$

$$\log_a 289 = \log_3 17 \left(\frac{1}{3} + 1 \right)$$

$$\log_a 289 = \log_3 17 \cdot \frac{4}{3}$$

$$\log_a 289 = \log_{27} 17 \cdot 4$$

$$\log_a 289 = \log_{27} 289 \cdot 2$$

$$\frac{\log_a 289}{2} = \log_{27} 289$$

$$\frac{\log_a 289}{\log_a a^2} = \log_{27} 289$$

$$\log_{a^2} 289 = \log_{27} 289$$

$$a^2 = 27$$

$$a = \sqrt{27}$$

$$a = 3\sqrt{3}$$

Ats.: $a = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

18. Sprendimas

$$\log_a 17 = \frac{\log_3 17 + \log_{27} 17}{2}$$

$$a = \pm \sqrt{27}$$

$$a = \sqrt{27}$$

$$\log_a 17 = \frac{2}{3} \log_3 17$$

$$\frac{1}{2} \log_a 17 = \frac{1}{3} \log_3 17$$

$$\log_{a^2} 17 = \log_{3^3} 17$$

$$a^2 = 3^3$$

Ats.: $a = \sqrt{27}$

19. Sprendimas

18. Sprendimas $a_1 \quad a_2 \quad a_3$

$$\log_3 17, \log_9 17, \log_{27} 17 \quad \frac{1}{3} \log_3 17 - \log_3 17 = -\frac{2}{3} \log_3 17 \quad (4)$$

$$a_3 - a_1 = 2d$$

$$\log_{27} 17 - \log_3 17 = 2d$$

$$\frac{\log_{27} 17 - \log_3 17}{\log_{27} 3} = 2d$$

$$\frac{\log_3 17 - \log_3 17}{\log_3 27} = 2d \quad \checkmark$$

$$d = -\frac{1}{3} \log_3 17 \quad \checkmark$$

$$a_2 = \log_3 17 - \frac{1}{3} \log_3 17 = \frac{2}{3} \log_3 17 \quad \checkmark$$

$$a_3 = \log_3 17 + \frac{2}{3} \log_3 17 = \frac{5}{3} \log_3 17 \quad \checkmark$$

Ats.: 3

4 t

18. Sprendimas

$$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17 \quad \checkmark$$

$$2 \log_a 17 = \frac{1}{3} \log_3 17 + \log_3 17$$

$$2 \log_a 17 = \frac{4}{3} \log_3 17 \quad \checkmark$$

$$a = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$a = \sqrt[3]{9}$$

$$\log_a 17 = \frac{2}{3} \log_3 17$$

$$\log_a 17 = \log_{3^{\frac{2}{3}}} 17 \quad \times$$

Ats.:

$$a = \sqrt[3]{9}$$

19. Sprendimas

$$2x + x = 1$$

3 t

18. Sprendimas a, b, c - teigiamieji realieji skaičiai.

$$b - a = c - b$$

$$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17$$

$$\log_a 17 - \log_3 17 - \log_{27} 17 + \log_a 17 = 0$$

$$2 \log_a 17 - \log_3 17 - \log_{27} 17 = 0$$

$$2 \cdot \frac{\log 17}{\log a} - \frac{\log 17}{1} - \frac{\log 17}{\log_3 27} = 0$$

$$2 \cdot \frac{17}{a} - \log_3 17 - \frac{17}{27} = 0$$

$$\frac{34}{a} - 2 \cdot \frac{\log_3 17}{\log_3 a} - \log_3 17 - \frac{\log_3 17}{3} = 0$$

$$2 \cdot \frac{17}{a} - \log_3 17 - \frac{1}{3} \log_3 17 = 0$$

$$\frac{34}{a} - \frac{4}{3} \log_3 17 = 0$$

$$\frac{34}{a} = \frac{4}{3} \log_3 17$$

$$\frac{34}{a} = \frac{4 \log_3 17}{1}$$

$$\frac{34}{a} = \frac{4 \log_3 17}{1}$$

$$a \left(\frac{4}{3} \log_3 17 \right) = 34$$

$$a \cdot \log_3 17^{\frac{4}{3}} = 34 \quad | : \log_3 17^{\frac{4}{3}}$$

$$a = \frac{34}{\log_3 17^{\frac{4}{3}}}$$

$$a = \frac{34}{\frac{4}{3} \log_3 17}$$

$$a = \frac{51}{2 \log_3 17} //$$

$$\text{Ats.: } \frac{51}{2 \log_3 17}$$

2 t: P; A

Sprendimas

$\log_3 17$; $\log_a 17$; $\log_{27} 17$ - aritmetinė progresija

1)

$$1) \log_3 17 = \frac{\log_a 17}{\log_a 3}$$

$$\log_{27} 17 = \frac{\log_a 17}{\log_a 27}$$

$$2) \log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17$$

$$\log_a 17 - \frac{\log_a 17}{\log_a 3} = \frac{\log_a 17}{\log_a 27} - \log_a 17$$

Ats.:

2 t; P; T

- 19.** Benas neseniai pradėjo dirbti kalviu. Jam gaminant metalinę detalę, tikimybė, kad pagaminta detalė bus netinkama, yra dvigubai didesnė už tikimybę, kad pagaminta detalė bus tinkama. Benas pagamino 8 metalines detales. Apskaičiuokite tikimybę, kad tarp pagamintų detalių bus bent 3 tinkamos.

(4 taškai)

19		4	
	Tegul p – tikimybė, kad Beno pagaminta detalė bus tinkama. Tada $1 - p = 2p \Rightarrow p = \frac{1}{3}$.	1	Už teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad Beno pagaminta viena detalė bus tinkama.
	$1 - C_8^0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^8 - C_8^1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^7 -$ $- C_8^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$ arba $C_8^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^5 + C_8^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 + C_8^5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^3 +$ $+ C_8^6 \left(\frac{1}{3}\right)^6 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_8^7 \left(\frac{1}{3}\right)^7 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + C_8^8 \left(\frac{1}{3}\right)^8 \left(\frac{2}{3}\right)^0 =$	1	Už bent vienos tikimybės teisingą $C_8^k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{8-k}$ užrašymą (supratimą, kad čia binominis bandymas).
		1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (arba už priešingo įvykio tikimybės skaičiavimą ir atėmimą iš 1, arba už visų reikalingų tiesiogiai apskaičiuoti rezultatą tikimybų išvardijimą).
	Ats.: $\frac{1163}{2187}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

19. Sprendimas A - detalė su netiklumu; $P(A) = 2x$
 $\bar{A}$ - detalė su tiklumu; $P(\bar{A}) = x$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \quad \left| \quad P(A) = \frac{2}{3} \right.$$

$$x = 1 - 2x \quad \left| \quad P(\bar{A}) = \frac{1}{3} \right.$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

B - bent 3 tikslūs detalės

$\bar{B}$ - mažiau nei 3 tikslūs detalės

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

$$n=8$$

$$k=1; k=2$$

$$p = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

+

$$P(\bar{B}) = C_8^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^7 + C_8^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{1024}{6561} + \frac{1792}{6561}$$

$$= \frac{2816}{6561}$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B})$$

$$P(B) = 1 - \frac{2816}{6561} = \frac{3745}{6561}$$

$$\text{Ats.: } \frac{3745}{6561}$$

3 t

19. Sprendimas

$$\begin{cases} p+q = 1 \\ q=2p \end{cases}$$

$$p+2p=1$$

$$p = \frac{1}{3}$$

$$q = \frac{2}{3}$$

A - tikimybe, kad bus nulis bent tris dešimtainiai

(4)

$$\begin{aligned} P(A) &= 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(C_8^2 \left(\frac{1}{3} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \right)^6 + C_8^1 \left(\frac{1}{3} \right)^1 \left(\frac{2}{3} \right)^7 + C_8^0 \left(\frac{1}{3} \right)^0 \left(\frac{2}{3} \right)^8 \right) = \\ &= 1 - \left(\frac{1432}{6561} + \frac{1024}{6561} + \frac{256}{6561} \right) = 1 - \frac{3042}{6561} = \frac{3489}{6561} = \frac{1029}{2187} \end{aligned}$$

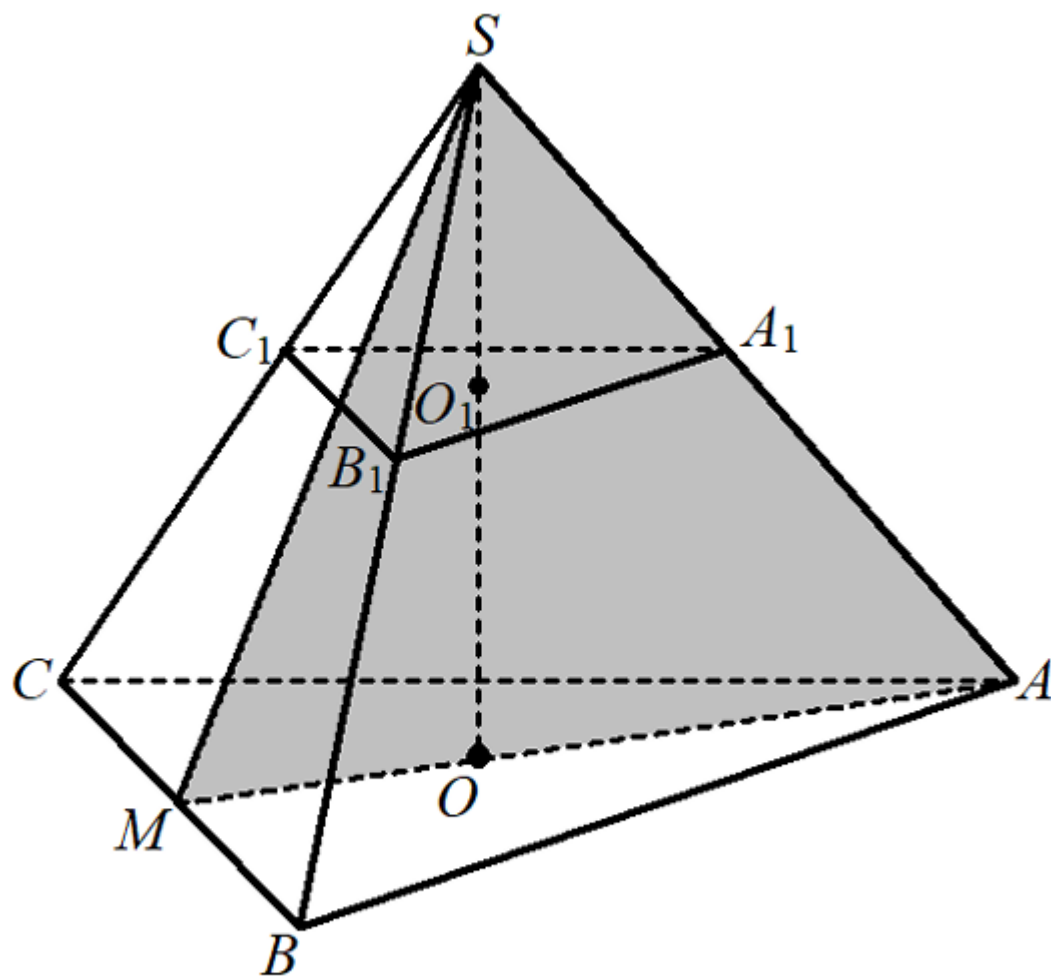
Ats.: $P(A) = \frac{1029}{2187}$

20. Sprendimas .

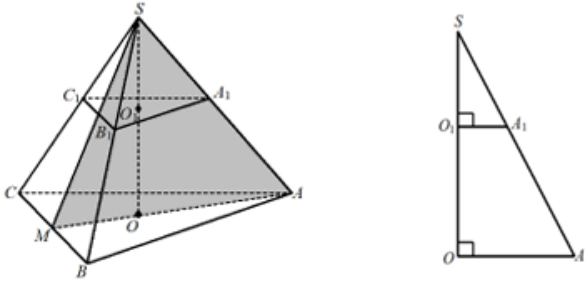
3 t

20. Atkarpa SO yra taisyklingosios trikampės piramidės $SABC$ aukštinė, atkarpa SM – piramidės šoninės sienos aukštinė (žr. pav.). Piramidės pjūvio SAM plotas yra 8 kartus didesnis už pjūvio $A_1B_1C_1$, lygiagretaus su pagrindu ABC , plotą. Aukštinė SO plokštumą $A_1B_1C_1$ kerta taške O_1 . Piramidės šoninė briauna SA į piramidės pagrindo plokštumą pasvirusi kampą, kurio tangentas lygus $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Apskaičiuokite $\frac{SO_1}{OO_1}$.



(5 taškai)

20		5	
	 Kampas tarp piramidės briaunos SA ir pagrindo plokštumos ABC yra $\angle SAO$, todėl $\operatorname{tg} \angle SAO = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = AO \cdot \operatorname{tg} \angle SAO \Rightarrow$ $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO.$	1	Už teisingą aukštinės SO išraišką per AO .
	$S_{SAM} = 8S_{A_1B_1C_1},$ $\frac{1}{2}SO \cdot AM = 8 \cdot \frac{A_1B_1^2 \sqrt{3}}{4},$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO \cdot \frac{3}{2} \cdot AO = 8 \cdot \frac{3\sqrt{3} \cdot A_1O_1^2}{4},$ $\frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot AO^2 = 6\sqrt{3} \cdot A_1O_1^2,$	2	Po vieną tašką už teisingą trikampio SAM ploto išraišką per AO ir trikampio $A_1B_1C_1$ ploto išraišką per A_1O_1 .
	$\left(\frac{AO}{A_1O_1}\right)^2 = 16 \Rightarrow \frac{AO}{A_1O_1} = 4.$	1	Už apskaičiuotą teisingą santykį $\frac{AO}{A_1O_1}$.
	Kadangi plokštuma $A_1B_1C_1$ lygiagreti su plokštuma ABC, tai AO lygiagreti su A_1O_1 ir trikampiai SAO bei SA_1O_1 yra panašieji. Todėl $\frac{AO}{A_1O_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO}{SO_1} = 4,$ $\frac{SO}{SO_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO_1 + OO_1}{SO_1} = 4 \Rightarrow 1 + \frac{OO_1}{SO_1} = 4,$ $\frac{OO_1}{SO_1} = 3 \Rightarrow \frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$ Ats.: $\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Sprendimas

$$AM = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$SO : \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{SO}{\frac{a\sqrt{3}}{3}} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3SO}{a\sqrt{3}} \quad 6SO = a^3 \quad SO = \frac{1}{2}a$$

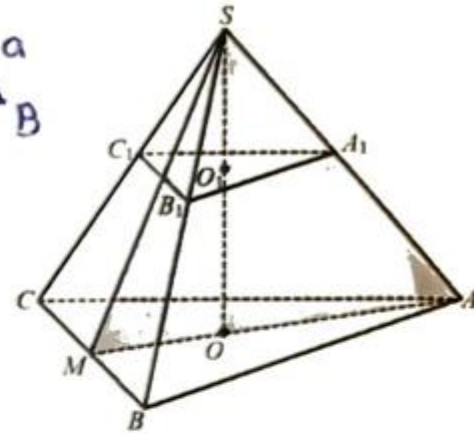
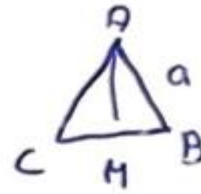
$$S_{SAM} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$S_{A_1B_1C_1} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} : 8 = \frac{a^2\sqrt{3}}{64} \quad S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$k^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} : \frac{a^2\sqrt{3}}{64} = \frac{64}{4} = 16 \quad k = 4$$

$$SO_1 = \frac{1}{2}a : 4 = \frac{1}{8}a \quad OO_1 = \frac{1}{2}a - \frac{1}{8}a = \frac{3}{8}a = \frac{3a}{8}$$

$$\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{\frac{1}{8}a}{\frac{3}{8}a} = \frac{1a}{8} \cdot \frac{8}{3a} = \frac{8a}{24a} = \frac{1}{3}$$



Ats.: $\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}$

5 t

20. Sprendimas

$$\angle SA_1M_1 = \angle SAM$$

$$SO = \sqrt{SM^2 - MO^2} = \sqrt{3^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{23}}{3}$$

$$SO_1 = \frac{\sqrt{23}}{3} \quad \cdot OO_1 = \frac{2}{3} SO$$

$$OO_1 = \frac{2\sqrt{23}}{9}$$

$$AM_1 = 2$$

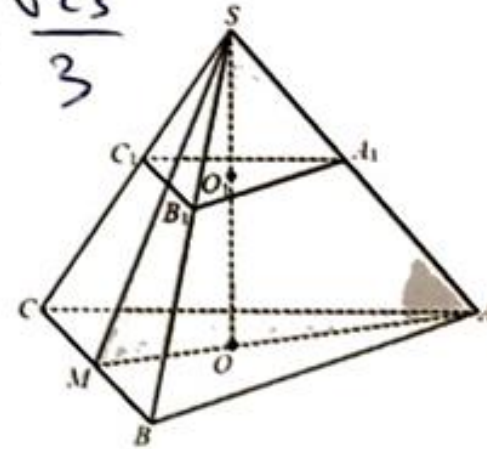
$$SM_1 = \sqrt{3}$$

$$SM = \sqrt{3}$$

$$AM = 2$$

$$\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{\frac{\sqrt{23}}{3}}{\frac{2\sqrt{23}}{9}}$$

$$= \frac{\sqrt{23} - 9}{3 - 2\sqrt{23}} = \frac{9}{6} = 1,5$$



0 t

Bendrasis kursas

1. Raskite aibių $A = (-2; 3)$ ir $B = (2; 5)$ sąjungą $A \cup B$.

1	$A \cup B = (-2; 5)$ (arba $[-2; 5]$)
----------	--

2. Išspręskite lygtį $0,5^{-2x} = 0,5^{2x+14}$.

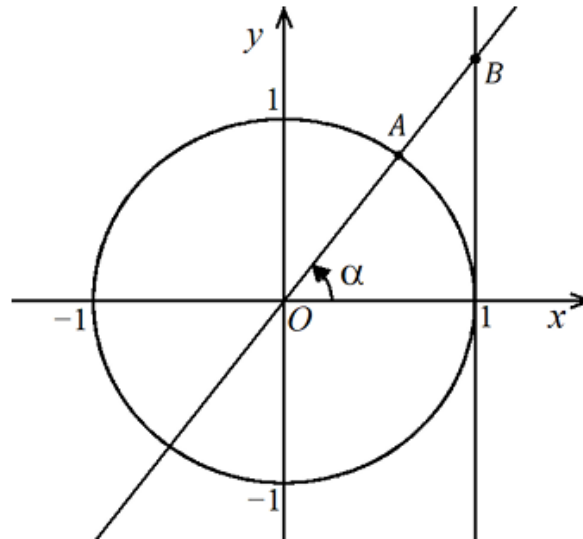
2	$x = -3,5$ (arba $-3,5$)
----------	---------------------------

3. Išspręskite lygtį $2x^5 + 486 = 0$.

3	$x = -3$ (arba -3)
----------	-----------------------

4. Paveiksle pavaizduotas vienetinis apskritimas, kurio centras yra taškas O , taip pat tiesė $x = 1$ ir tiesė, einanti per koordinačių pradžią bei taškus $A\left(\frac{20}{29}; \frac{21}{29}\right)$ ir $B\left(1; \frac{21}{20}\right)$. Naudodamiesi paveiksle pateiktais duomenimis, nustatykite $\operatorname{tg} \alpha$ reikšmę.

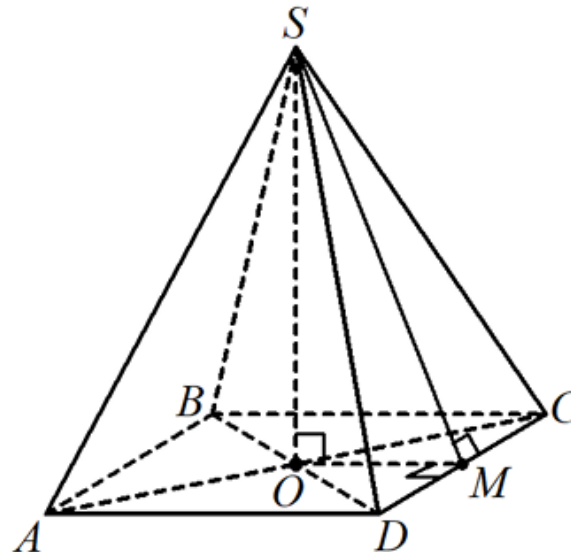
Juodraštis



4	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{21}{20}$ (arba $\frac{21}{20}$)
---	--

5. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji keturkampė piramidė $SABCD$. Atkarpa SO yra šios piramidės aukštinė, o atkarpa SM – šoninės sienos DSC aukštinė. Įvardykite kampą tarp šoninės sienos DSC plokštumos ir piramidės pagrindo $ABCD$ plokštumos.

Juodraštis



5	$\angle SMO$ (arba kampas SMO)
---	-----------------------------------

6. Nustatykite funkcijos $f(x) = \lg(3 - x) + 2$ apibrėžimo sritį.

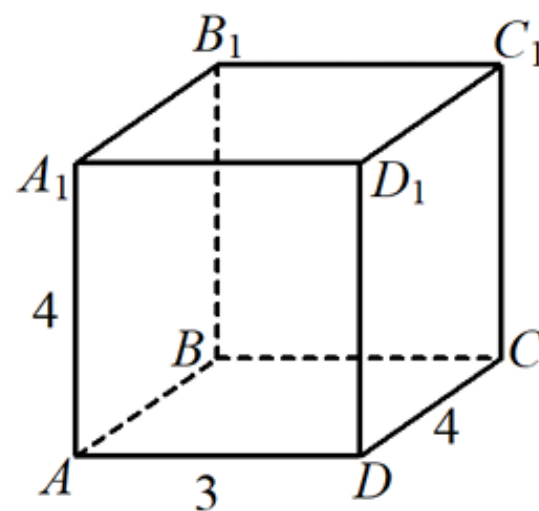
6	$x \in (-\infty; 3)$ (arba $(-\infty; 3)$, arba $x < 3$)
----------	--

7. Gitana ruošiasi šokinėjimo per šokdynę konkursui „Aukščiau nei žvaigždės“. Konkurso organizatoriai siūlo tokį pasiruošimo planą: per pirmąją treniruotę atlikti 25 šuoliukus, o kiekvieną kitą treniruotę – penkiais šuoliukais daugiau, negu buvo atlikta per paskutinę prieš tai buvusią treniruotę. Apskaičiuokite, per kelintą treniruotę Gitana atliks 115 šuoliukų.

7	19
----------	----

8. Stačiakampio gretasienio $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ kraštinių ilgiai yra $AD = 3$, $DC = 4$, $AA_1 = 4$ (žr. pav.). Apskaičiuokite atstumą nuo taško A_1 iki tiesės CC_1 .

Juodraštis



8	5
---	---

9. Apskaičiuokite $\cos^2 \alpha$, kai $\operatorname{tg} \alpha = 2$.

9	0,2 (arba $\frac{1}{5}$)
---	---------------------------

10. Dėžutėje yra baltų ir juodų vienodos formos ir vienodo dydžio kaladėlių. Tikimybė iš dėžutės atsitiktinai ištraukti juodą kaladėlę yra lygi 0,25. Iš dėžutės ištraukiama viena kaladėlė, užsirašoma jos spalva ir kaladėlė grąžinama atgal į dėžutę. Paskui traukiama antra kaladėlė. Apskaičiuokite tikimybę, kad abu kartus bus ištraukta juoda kaladėlė.

10	$\frac{1}{16}$ (arba 0,0625)
----	-------------------------------

1. $A \cup B (-2; 5)$ 1 t

2. $x = 3$ 0 t

3. $x = -48.6$ 0 t

4. 0 t

5. $\sin 90^\circ$ 0 t

6. $D_f (-\infty, +\infty)$ 0 t

7. 19 trenimočių 1 t

8. $\sqrt{2}1$ 0 t

9. $\cos^2 a = 5$ 0 t

10. 0.5 tikimybė 0 t

1. $A \cup B = [-1; 0.4; 13]$ 0 t

2. $-3\frac{1}{2}$ 0 t

3. -3 1 t

4. 60° 0 t

5. 0 t

6. $(-\infty; 3)$ 1 t

7. 19 1 t

8. 5 cm 0 t

9. 5 0 t

10. 1 t 0 t

1. $A \cup B(-2; -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5)$ 0 t

2. 0 t

3. $x = 3$ 0 t

4. $\angle SMO$ 0 t

5. $\angle SMO$ 1 t

6. 0 t

7. per 19 to terminate 1 t

8. 5 1 t

9. 0 t

10. 0 t

1. $A \cup B = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

0 t

6.

$$X = (-\infty; 3)$$

1 t, negrubi klaida

7.

25	40	55	70	85	100	115
30	45	60	75	90	105	
35	50	65	80	95	110	

Ats.: pēc 19 burtu

1 t

II dalis

11. Pertvarkykite skaitinius reiškinius ir atsakymus pateikite nurodyta forma.

11.1. $|12\sqrt{3} - 150| - 15$; atsakymą pateikite forma $a + b\sqrt{3}$ (čia $a, b \in \mathbb{Z}$).

(1 taškas)

11.1		1	
	$ 12\sqrt{3} - 150 - 15 = -12\sqrt{3} + 150 - 15 =$ $= -12\sqrt{3} + 135.$ <i>Ats.: $-12\sqrt{3} + 135.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.1. Sprendimas

(1)

$$|12\sqrt{3} - 150| - 15 = 135 + (-12\sqrt{3})$$

Ats.: $135 + (-12\sqrt{3})$

1 t

11.1. Sprendimas

(1)

$$\begin{aligned} |12\sqrt{3} - 150| - 15 &= 114,21\dots \\ 1 - 129 &= 129 \\ 129 - 15 &= 114,21\dots \\ 12\sqrt{3} + 150 - 15 &= -150 + 15 + 12\sqrt{3} = -114,21\dots \end{aligned}$$

Ats.: $\cancel{114,21\dots} - 150 + 15 + 12\sqrt{3}$

0 t

11.2. $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}}$; atsakymą pateikite forma $\sqrt[4]{a}$ (čia $a \in \mathbb{Z}$).

(2 taškai)

11.2		2		
	$\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[4]{25 \cdot 15}}{\sqrt[4]{3}} \text{ arba}$ $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{25}{3}} \cdot \sqrt[4]{15}, \text{ arba}$ $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{\frac{15}{3}}, \text{ arba}$ $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{25 \cdot 15}{3}}.$	$\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = \frac{(25 \cdot 15)^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} \text{ arba}$ $\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = \left(\frac{25}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}, \text{ arba}$ $\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = 25^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{15}{3}\right)^{\frac{1}{4}}, \text{ arba}$ $\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = \left(\frac{25 \cdot 15}{3}\right)^{\frac{1}{4}}.$	1	Už pritaikytą bent vieną šaknų arba laipsnių savybę.
	$\sqrt[4]{\frac{375}{3}} = \sqrt[4]{125}.$ Ats.: $\sqrt[4]{125}.$	$\left(\frac{25 \cdot 15}{3}\right)^{\frac{1}{4}} = (25 \cdot 5)^{\frac{1}{4}} =$ $= 125^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{125}.$ Ats.: $\sqrt[4]{125}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Sprendimas

$$\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{8}} = \frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{8}} = \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{25 \cdot 5} = \sqrt[4]{125}$$

Ats.: $\sqrt[4]{125}$

2 t

11.2. Sprendimas

$$\frac{\sqrt[4]{15} \cdot \sqrt[4]{24}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[4]{624}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{624:3} = \sqrt[4]{208 \frac{1}{3}}$$

Ats.: $\sqrt[4]{208 \frac{1}{3}}$

1 t; Su savo
klaida
sprendžia
teisingai

11.3. $\left(2025^{\frac{18}{25}}\right)^{7\frac{1}{2}}$; atsakymą pateikite forma 2025^a (čia $a \in \mathbb{Q}$).

(1 taškas)

11.3		1	
	$\left(2025^{\frac{18}{25}}\right)^{7\frac{1}{2}} = \left(2025^{\frac{18}{25}}\right)^{\frac{15}{2}} = 2025^{\frac{18 \cdot 15}{25 \cdot 2}} =$ $= 2025^{\frac{27}{5}}.$ Ats.: $2025^{\frac{27}{5}}$ (arba $2025^{5\frac{2}{5}}$)	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	Pastaba. Jeigu mokinys atsakymą pateikia iki galo nesuprastintą (po laipsnių savybės pritaikymo), tačiau teisingą (pvz., $2025^{\frac{270}{50}}$), taškas skiriamas.		

11.3. Sprendimas (1)

$$(2025^{\frac{18}{25}})^{\frac{1}{2}} = 2025^{\frac{18}{25} \cdot \frac{1}{2}} = 2025^{5,4}$$

Ats.: $2025^{5,4}$

1 t

11.3. Sprendimas (1)

$$(2025^{\frac{18}{25}})^{\frac{3}{2}} = 2025^{\frac{18}{25} \cdot \frac{3}{2}} = 2025^{5\frac{2}{5}}$$

Ats.: $2025^{5\frac{2}{5}}$

1 t

11.4. $16^{\log_4 5 + \log_4 3}$; atsakymą pateikite forma a^b (čia $a, b \in \mathbb{N}$).

(3 taškai)

11.4		3	
	I būdas $16^{\log_4 5 + \log_4 3} = 16^{\log_4 15} =$	1	Už pritaikytą logaritmų savybę.
	$= (4^2)^{\log_4 15} = (4^{\log_4 15})^2 =$	1	Už pritaikytą laipsnių savybę.
	$= 15^2.$ <i>Ats.: 15^2.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas $16^{\log_4 5 + \log_4 3} = 16^{\log_4 5} \cdot 16^{\log_4 3} =$	1	Už pritaikytą laipsnių savybę.
	$= (4^2)^{\log_4 5} \cdot (4^2)^{\log_4 3} =$	1	Už pritaikytą laipsnių savybę.
	$= (4^{\log_4 5})^2 \cdot (4^{\log_4 3})^2 =$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	$= 5^2 \cdot 3^2 = 15^2.$ <i>Ats.: 15^2.</i>		
Pastaba. Jeigu mokinys pateikia atsakymą 225, paskutinis taškas yra skiriamas.			

11.4. Sprendimas

$$16^{\log_4 5 + \log_4 3} = 16^{\log_4 (5 \cdot 3)} = 16^{\log_4 15} = 225$$

$$\sqrt{225} = 15$$

$$15^2 = 225$$

Ats.: 15^2

3 t

11.4. Sprendimas $16^{\log_4 5 + \log_4 3}$

$$\log_4 (5 \cdot 3) = \log_4 15$$

$$\text{Ats.: } 16^{\log_4 15}$$

Ats.: $16^{\log_4 15}$

1 t; P

11.4. Sprendimas $16 \log_4 5 + \log_4 3 = 225 \quad \sqrt{225} = 15$
 $15^2 = 225$

Ats.: 15^2

1 t;
paskutinis

11.4. Sprendimas $16 \log_2 5 + \log_2 3 = 16 \log_2 15$

Ats.: $16 \log_2 15$

1 t; P

11.4. Sprendimas

$$\log_4 5 + \log_4 3 = \log_4 (5 \cdot 3) = \log_4 1,95$$

Ats.: $16^{\log 1,95}$

0 t

12. Duota funkcija $f(\alpha) = \sin(-\alpha) - \operatorname{tg}(\alpha + 540^\circ) \cdot \cos \alpha$.

12.1. Apskaičiuokite $f(30^\circ)$.

(1 taškas)

12.1		1	
	$f(30^\circ) = \sin(-30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot$ $\cdot \cos 30^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1.$ Ats.: -1 .	1	Už gautą teisingą atsakymą.

12.2. Pagrįskite, kad $f(\alpha) = -2 \sin \alpha$.

(2 taškai)

12.2		2	
	$f(\alpha) = \sin(-\alpha) - \operatorname{tg}(\alpha + 540^\circ) \cdot \cos \alpha =$ $= -\sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha =$	1	Už $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ arba $\operatorname{tg}(\alpha + 540^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$.
	$= -\sin \alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = -\sin \alpha - \sin \alpha =$ $= -2 \sin \alpha.$	1	Už teisingą pagrindimą.

12.1. Sprendimas $f(30) = \sin(30) - \tan(30 + 540) \cdot \cos(30) =$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{0} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1$$

Ats.: -1

0 t

12.1. Sprendimas

$$f(30^\circ) = \sin(-30) - \tan(30^\circ + 540^\circ) \cdot \cos 30^\circ = -1$$

Ats.: -1

1 t

12.2. Sprendimas

12.2. Sprendimas

$$f(x) = -\sin x - \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos x = \frac{-\sin x \cdot \cos x}{1} - \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\cos x \cdot \cos x}{1} = \frac{-\sin x \cdot \cos x - \sin x \cdot \cos^2 x}{\cos x}$$

$$= -2 \sin x$$

1 t

12.3. Išspręskite lygtį $f(\alpha) = -1$ ir nurodykite jos sprendinį, kai $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

(2 taškai)

12.3		2	
	$-2 \sin \alpha = -1,$ $\sin \alpha = \frac{1}{2},$ $\alpha = (-1)^k \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + 180^\circ k, k \in \mathbb{Z},$ $\alpha = (-1)^k \cdot 30^\circ + 180^\circ k, k \in \mathbb{Z}.$	1	Už teisingai išspręstą lygtį.
	Kai $k = 0$, tai $\alpha = 30^\circ \notin [90^\circ; 180^\circ]$. Kai $k = 1$, tai $\alpha = 150^\circ \in [90^\circ; 180^\circ]$. Kai $k = 2$, tai $\alpha = 390^\circ \notin [90^\circ; 180^\circ]$. <i>Ats.: $\alpha = 150^\circ$.</i>	1	Už teisingai pasirinktą sprendinį, priklausantį duotajam intervalui.

12.3. Sprendimas - 2 žind = -11:1-2)

$$k=1, \text{ tai } x = (-1)^k \cdot 30^\circ + 180^\circ \cdot 1 = 150^\circ$$

$$\sin d = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{1}{2} + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^k \cdot 30^\circ + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0, \text{ tai } x = (-1)^0 \cdot 30^\circ + 180^\circ \cdot 0 = 30^\circ (\text{net})$$

Ats.: 150°

13.1. Sprendimas

(2)

2 t

- 13.** Ūkininkas ketina stačiakampio formos 64 m^2 plotą aptverti tvora ir įrengti aptvarą vištoms.

x



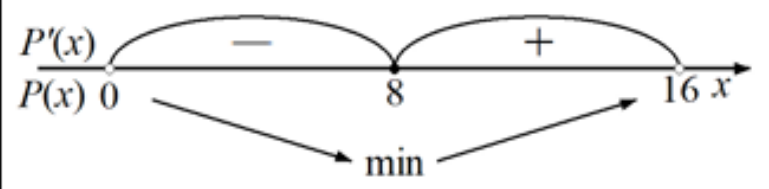
- 13.1.** Vienos aptvaro kraštinės ilgį pažymėję x metrų (žr. pav.), parodykite, kad aptvaro perimetras (tvoros ilgis) metrais išreiškiamas formule $P(x) = 2x + 128x^{-1}$ (čia $0 < x < 16$).

(2 taškai)

13.1		2	
	Tegul aptvaro kraštinių ilgiai yra x ir y . Tada $x \cdot y = 64$, $y = \frac{64}{x}$.	1	Už aptvaro kraštinių ilgių išreiškimą per x .
	$P(x) = 2x + 2y = 2x + 2 \cdot \frac{64}{x} = 2x + \frac{128}{x} = 2x + 128x^{-1}$.	1	Už gautą teisingą $P(x)$ išraišką.

13.2. Parodykite, kad aptvaro perimetras yra mažiausias, kai $x = 8$ m.

(2 taškai)

13.2		2	
	$P'(x) = 2 - \frac{128}{x^2} = 0;$ $2x^2 - 128 = 0,$	1	Už teisingai rastą išvestinę ir prilygintą nuliui.
	$x_1 = -8$ (netinka), $x_2 = 8$.  $x_{\min} = 8.$	1	Už teisingai surastą x reikšmę, su kuria išvestinė lygi nuliui ir pagrindimą, kad su šia reikšme aptvaro perimetras yra mažiausias.

13.3. Apskaičiuokite mažiausią aptvaro perimetrą.

(1 taškas)

13.3		1	
	$P(8) = 2 \cdot 8 + 128 : 8 = 32.$ Ats.: 32 m (arba 32).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

13.1. Sprendimas

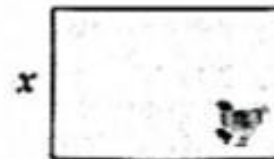
$$p'(x) = 2 - 128x^{-2}$$

$$\text{nuliniai: } 2 - 128x^{-2} = 0$$

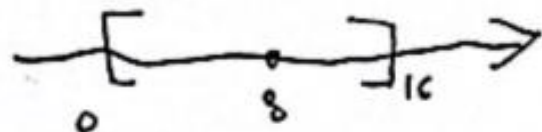
$$128x^{-2} = -2 \quad | \cdot (-128)$$

$$x^{-2} = \frac{1}{64}$$

$$x_1 = \sqrt[2]{\frac{1}{64}} = 8 \quad ; \quad x_2 = -\sqrt[2]{\frac{1}{64}} = -8 \text{ (netinku)}$$



13.2. Sprendimas



kai $x = 0$ tai

$$2 - 128 \cdot 0^{-2} = 2$$

kai $x = 8$ tai

$$2 - 128 \cdot 8^{-2} = 0$$

kai $x = 16$ tai

$$2 - 128 \cdot 16^{-2} = \frac{3}{2}$$

$$f_{\min} = 0$$

[0; 16]

1 t; P

13.3. Sprendimas

$$8 \cdot 4 = 32 \text{ m}$$

(1)

Ats.: 32 m

1 t

14.1. Sprendimas

13.3. Sprendimas

$$2 \cdot 8 + 128 \cdot 8^{-1} = 32 \text{ m}$$

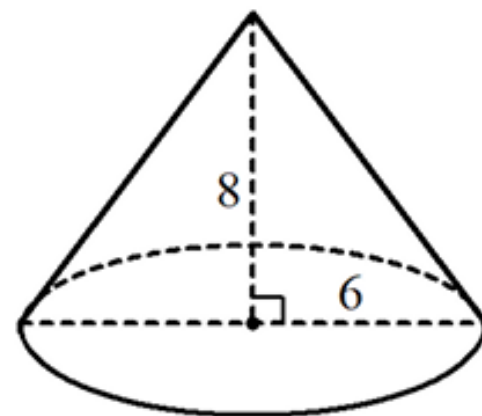
(1)

Ats.: 32 m

1 t

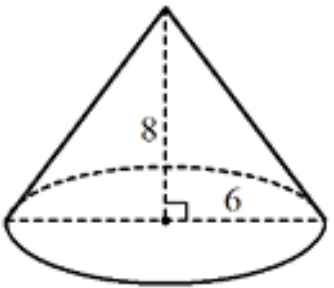
14.1. Sprendimas

- 14.** Paveiksle pavaizduoto kūgio pagrindo spindulio ilgis lygus 6, o kūgio aukštinės ilgis lygus 8.



- 14.1.** Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą.

(2 taškai)

14.1		2	
	$l = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$ 	1	Už teisingai apskaičiuotą kūgio sudaromosios ilgį.
	$S_{\text{šon.}} = 6 \cdot 10 \cdot \pi = 60\pi.$ Ats.: 60π.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

14.1. Sprendimas

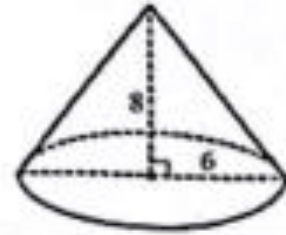
$$S_{\text{kon}} = \pi R l$$

$$SA^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

$$SA = 10, \text{ SA } \neq 0$$

$$S_{\text{kon}} = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi$$

Ats.: 60π



2 t

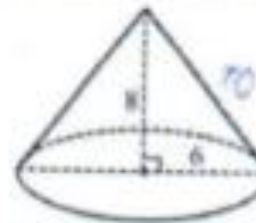
14.1. Sprendimas

$$8^2 + 6^2 = 100$$

$$\sqrt{100} = 10$$

$$S_{\text{kon}} = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi$$

Ats.: 60π



2 t

14.2. Sprendimas

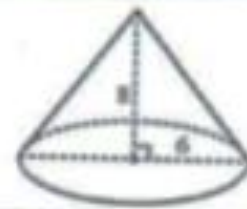
14.1. Sprendimas

$$S = S_{\text{kon. pav.}} = \pi R l$$

$$l = 6 \cdot 2 = 12$$

$$S_{\text{kon. pav.}} = \pi \cdot 6 \cdot 12 = 72\pi$$

Ats.: 72π



1 t; A

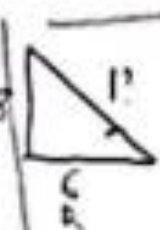
14.2. Sprendimas

14.1. Sprendimas

$$S = \pi R l$$

$$S = \pi R l$$

$$S = \pi R l$$



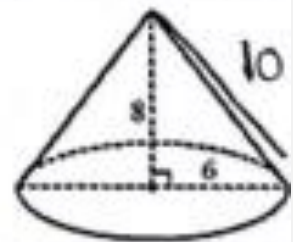
$$l^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36$$

$$l = \sqrt{100} = 10$$

$$l = 10$$

Ats.: ~~114π~~

10



1 t; P

14.2. Kūgio spindulio ilgį padidinus n kartų, o aukštinės ilgio nepakeitus, gautas naujas kūgis. Naujojo kūgio tūris 289 kartus didesnis už pradinio kūgio tūrį. Nustatykite n reikšmę.

(3 taškai)

14.2		3	
	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi,$	1	Už teisingai apskaičiuotą pradinio kūgio tūrį ar skaitinį reiškinių jam apskaičiuoti.
	$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6n)^2 \cdot 8 = 289 \cdot 96\pi,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį n reikšmei apskaičiuoti.
	$n^2 = 289,$ $n = 17.$ <i>Ats.: $n = 17.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

14.2. Sprendimas $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$ (3)

$$96\pi \cdot 289 = 27744\pi$$

$$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6 \cdot n)^2 \cdot 8 = 27744\pi$$

$$\text{jei } n = 17, \text{ tai } \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6 \cdot 17)^2 \cdot 8 = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 102 \cdot 8 = 27744\pi$$

Ats.: $n = 17$

2 t; P; A

14.2. Sprendimas

$$V_{\text{med}} = \frac{1}{3} \pi 6^2 \cdot 8 = 96\pi +$$

$$R = 232$$

$$V_{\text{nam}} = 96\pi \cdot 289 = 27744\pi$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot H$$

$$R^2 = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 27744$$

$$R^2 = 73984$$

Ats.: 232

1 t; P

14.2. Sprendimas *prail kug*: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi$

naufas kug: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot x^2 \cdot 8 = 27744\pi$

$$\frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot 8 = 27744 \quad | : \frac{8}{3}$$

$$x^2 = 10404$$

$$x^2 = 10404$$

$$x = 102 \quad (r = 102)$$

Ats.: $h = 102$

2 t; P; A

14.2. Sprendimas $V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = \frac{1}{3} \pi \cdot 36 \cdot 8 = 96\pi$$

$$n = 289$$

$$n = 289 - 96\pi / \pi$$

$$n = 193$$

Ats.: 193.

1 t; P

14.2. Sprendimas

1-ojo laipsnio tūris $V = 96\pi$

2-ojo laipsnio tūris $V = 27744\pi$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$27744 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot h$$

$$27744 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot h$$

$$\frac{27744 \cdot 3}{\pi \cdot 6^2} = h$$

$$h = 10404$$



$$27744 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot h$$

$$27744 = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot h$$

$$\frac{27744 \cdot 3}{\pi \cdot 6^2} = h$$

$$\frac{27744 \cdot 3}{\pi \cdot 6^2} = h$$

$$h = 10404$$

Ats.: $h = 10404$

1 t; P

15. Izabelė turi dėžutę, kurioje yra 60 vienodo dydžio ir vienodos formos rutuliukų. Kiekvienas rutuliukas yra mėlynas arba žalias. Tikimybė iš dėžutės atsitiktinai ištraukti žalią rutuliuką yra lygi $\frac{3}{10}$.

15.1. Apskaičiuokite, kiek mėlynų rutuliukų yra dėžutėje.

(2 taškai)

15.1		2	
	I būdas $P(M) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10},$	1	Už teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad bus ištrauktas mėlynas rutuliukas.
	$60 \cdot \frac{7}{10} = 42.$ <i>Ats.: 42.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas $60 \cdot \frac{3}{10} = 18,$	1	Už teisingai apskaičiuotą žalių rutuliukų skaičių.
	$60 - 18 = 42$ <i>Ats.: 42.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

15.1.

Spendimas 60 vnt

$$P = 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{2}{10} \text{ rezult.} = 0,2$$

$$H \text{ rezult.} = 0,8$$

$$\frac{60-100}{x-40}$$

$$\frac{40-60}{100} = 42 \text{ vnt.}$$

Ats.: 42

2 t

15.1. Sprendimas

$$\text{Mėlyna} = \frac{3}{10} \cdot 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \quad \text{Žalia} = \frac{3}{10}$$

$$7 \cdot 6 = 42$$

Ats.:

42

15.2. Sprendimas

0 t;
matematinė
komunikacija

15.2. Izabelė iš dėžutės atsitiktinai ištraukia vieną rutuliuką. Po to, negrąžinusi į dėžutę šio pirmo rutuliuko, ji iš dėžutės ištraukia antrą rutuliuką. Įvykis A – pirmas ištrauktas rutuliukas bus mėlynas arba žalias, o antras ištrauktas rutuliukas bus žalias. Apskaičiuokite įvykio A tikimybę.

(2 taškai)

15.2		2	
	$P(\check{Z}\check{Z}) = \frac{18}{60} \cdot \frac{17}{59}, \quad P(M\check{Z}) = \frac{42}{60} \cdot \frac{18}{59}.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą, t.y. už teisingai parašytą bent vieną tikimybę.
	$P(\check{Z}\check{Z} \text{ arba } M\check{Z}) = \frac{18}{60} \cdot \frac{17}{59} + \frac{42}{60} \cdot \frac{18}{59} = \frac{3}{10}.$ $Ats.: \frac{3}{10} \text{ (arba } 0,3).$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

15.2. Sprendimas

$$\check{Z}\left(\frac{18}{60}\right) \quad \check{Z}'\left(\frac{42}{60}\right)$$

$$M\left(\frac{42}{60}\right) \quad M'\left(\frac{18}{60}\right)$$

$$\left(\frac{42}{60} + \frac{18}{60}\right) \cdot \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$$

Ats.: $\frac{3}{10}$

1 t

15.2. Sprendimas

$$P(\check{Z}) = 0.3$$

$$P(M) = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$P(A) = 1 - 0.3 + 1 - 0.7 = 0.21$$

~~tikėtina 0.063~~

$$P(T) = 0.3 + 0.21 = 0.51$$

Ats.: $P(A) = 0.21$
išties tikėtina 0.

0 t

15.2. Sprendimas

išrankti mėsą arba kiaušius mėsinių galingumą $\frac{60}{60}$ (1)
ne to draudimo įgyvendinti A patalpos kiaušius mėsinius:

$$(A) 1 + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$$

Ats.: $\frac{13}{10}$

0 t

16.1. Sprendimas

16. Duota funkcija $f(x) = 2x^2(x + 3)$.

16.1. Nustatykite taškų, kuriuose funkcijos $y = f(x)$ grafikas kerta Ox ašį, abscises (x koordinatas).

(2 taškai)

16.1		2	
	$2x^2(x + 3) = 0;$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą taškų, kuriuose grafikas kerta Ox ašį, abscisėms nustatyti.
	$2x^2 = 0$ arba $x + 3 = 0;$ $x_1 = 0, x_2 = -3.$ <i>Ats.:</i> $-3; 0.$	1	Už teisingai gautas x reikšmes.

16.1. Sprendimas

$$2x^2(x+3)=0$$

$$2x^2=0 : 2 \quad x+3=0$$

$$x^2=0 \quad x=-3$$

$$x=0$$

Ats.: $x=0$ $x=-3$

2 t

16.1. Sprendimas

$$2x^2(x+3)=2x^3+6x^2$$

$$2x^3+6x^2=0$$

$$8x^2=0 : 8$$

$$x^2=0 : 1$$

$$x=0$$

Ats.: kerta Ox ašį; taškas $(0;0)$

1 t; P

16.1. Sprendimas

$$2x^2(x+3) = 0$$

$$2x^2 = 0 \quad \text{arba} \quad x+3 = 0$$

$$x = -3$$

Ats.: (-3)

1 t; P

16.2. Parodykite, kad $f'(x) = 6x^2 + 12x$.

(2 taškai)

16.2		2	
	$f(x) = 2x^3 + 6x^2;$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą išvestinei apskaičiuoti (teisingai pertvarkytą funkciją aprašantį reiškinį).
	$f'(x) = (2x^3 + 6x^2)' = 2 \cdot 3x^2 + 6 \cdot 2x = 6x^2 + 12x.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

16.2. Sprendimas

$$f(x) = 2x^3(x+3)$$

$$f^2(x) = 2x^3 + 6x^2$$

$$f'(x) = 6x^2 + 12x$$

2 t

16.2. Sprendimas

$$f(x) = 2x^3(x+3) = 2x^3 + 6x^2$$

$$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 + 6 \cdot 2x = 6x^2 + 12x$$

2 t

16.2. Sprendimas

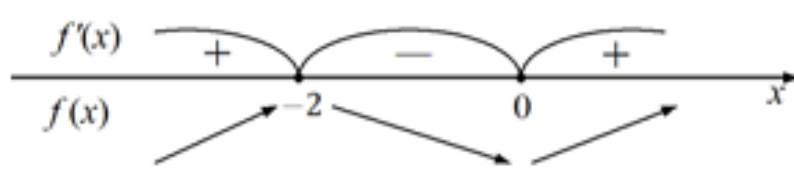
$$f(x) = 6x^2 + 12x$$

$$f'(x) = 12x + 12$$

0 t

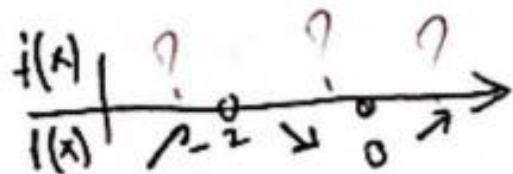
16.3. Nustatykite funkcijos $y = f(x)$ reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalus.

(2 taškai)

16.3		2	
	$f'(x) = 0;$ $6x^2 + 12x = 0,$ $6x(x + 2) = 0,$ $x_1 = -2, \quad x_2 = 0.$	1	Už teisingai gautus kritinius taškus.
	 Ats.: funkcijos reikšmės didėja intervaluose $(-\infty; -2)$ ir $(0; +\infty)$, mažėja intervale $(-2; 0)$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

16.3. Sprendimas

(2) 1



kai $x = -4$ tai

$$6 \cdot (-4)^2 + 12 \cdot (-4) = 48$$

kai $x = -1$ tai

$$6 \cdot (-1)^2 + 12 \cdot (-1) = -6$$

kai $x = 2$ tai

$$6 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 = 48$$

Ats.: didėja nuo $(-\infty; -2) \cup (0; \infty)$
mažėja nuo $(-2; 0)$

1 t; A

16.3. Sprendimas

(2)

$$6x^2 + 12x = 0$$

$$x(6x + 12) = 0$$

$$x = 0 \quad 6x + 12 = 0 \quad / :6$$

$$x = -2$$



$$\text{mėcijų} = (-2; 0)$$

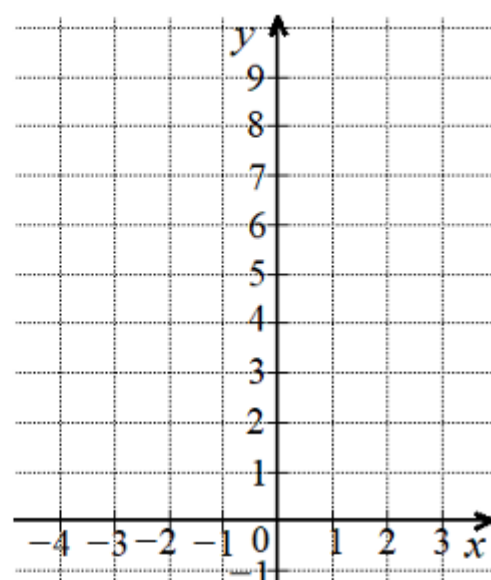
$$\text{didėja} = (-\infty; -2) \cup (0; \infty)$$

1 t; P

- 16.4.** Nustatę funkcijos $f(x) = 2x^2(x + 3)$ ekstremumus, duotoje koordinačių plokštumoje nubraižykite funkcijos $y = f(x)$ grafiką, kai $x \in [-3; 1]$. Aiškiai pažymėkite koordinačių ašių ir grafiko susikirtimo taškus, funkcijos ekstremumus.

(2 taškai)

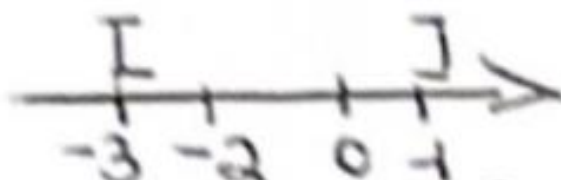
Juodraštis



16.4		2	
	$x_{\max} = -2, \quad y_{\max} = f(-2) = 8;$ $x_{\min} = 0, \quad y_{\min} = f(0) = 0.$	1	Už teisingai nustatytus funkcijos ekstremumus.
		1	Už teisingai nubraižytą grafiko eskizą (nubrėžta glodi kreivė, kai $x \in [-3; 1]$). Pastaba: Jeigu mokinys nubrėžė teisingą grafiką didesniame intervale, jam skiriamas taškas.

16.4. Sprendimas

(2)



$$+(-3) = 2 \cdot (-3) \cdot 2.$$

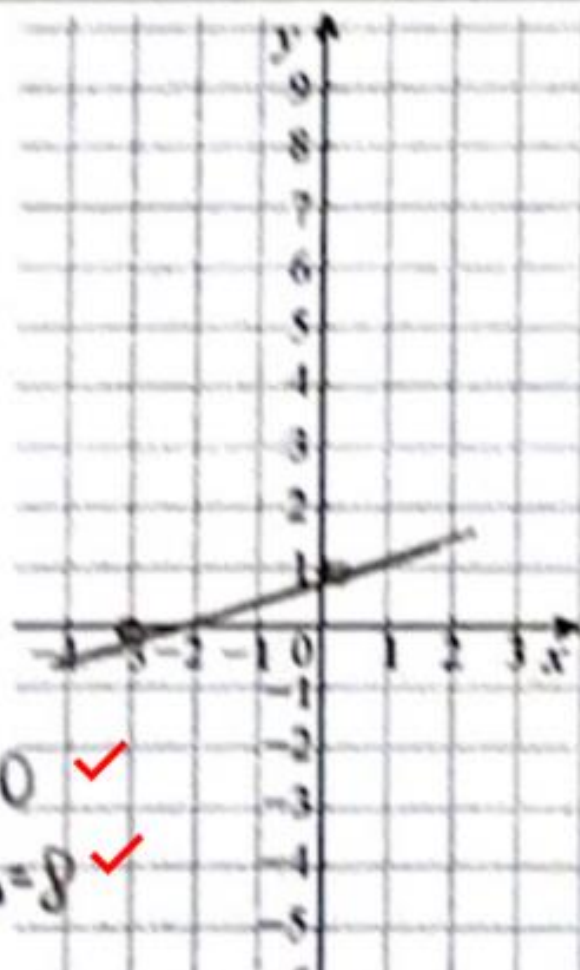
$$(-3 + 3) = 0$$

$$+(-2) = 2 \cdot (-2) \cdot 2.$$

$$(-2 + 3) = 1$$

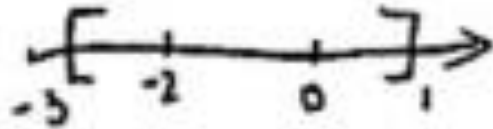
$$+(0) = 2 \cdot 0 \cdot (0 + 3) = 0 \quad \checkmark$$

$$+(1) = 2 \cdot 1 \cdot (1 + 3) = 8 \quad \checkmark$$



0 t

4. Sprendimas



kuri $x = -3$ tai

$$6 \cdot (-3)^2 + 12 \cdot (-3) = 18$$

kuri $x = -2$ tai

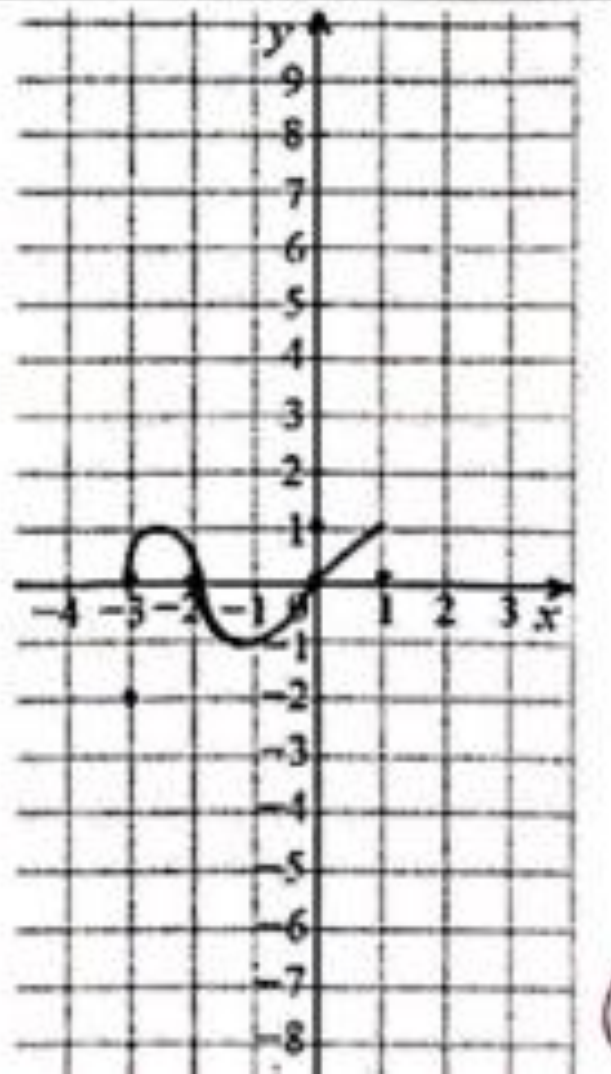
$$6 \cdot (-2)^2 + 12 \cdot (-2) = 0$$

kuri $x = 0$ tai

$$6 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 = 0$$

kuri $x = 1$ tai

$$6 \cdot 1^2 + 12 \cdot 1 = 18$$



0 t

17. Išspręskite nelygybę $\log_5(12 - x) > \log_5(3x + 15)$.

(4 taškai)

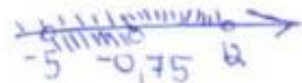
17		4	
	$12 - x > 3x + 15,$	1	Už teisingai sudarytą tiesinę nelygybę.
	$-4x > 3,$ $x < -\frac{3}{4};$	1	Už teisingai išspręstą tiesinę nelygybę.
	$\begin{cases} 12 - x > 0, \\ 3x + 15 > 0; \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytą nelygybių sistemą.
	$\begin{cases} x < -\frac{3}{4}, \\ x \in (-5; 12). \end{cases}$ Arba nubraižyta skaičių tiesė, pavaizduoti nelygybių sprendiniai ir pažymėta jų sankirta. <i>Ats.: $x \in \left(-5; -\frac{3}{4}\right)$.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

17. Sprendimas

$$12 - x > 3x + 15$$

$$-4x > 3 \quad | :(-4)$$

$$x < -0,75$$



$$(-\infty; -0,75)$$

$$12 - x > 0 \quad | +x$$

$$3x + 15 > 0 \quad | -15$$

$$\text{Ats.: } (-5; -0,75)$$

4 t

17. Sprendimas

$$\log_5(12 - x) > \log_5(3x + 15)$$

$$12 - x > 3x + 15$$

$$-x - 3x > 15 - 12$$

$$-4x > 3 \quad | :(-4)$$

$$x < -\frac{3}{4}$$

$$\text{Ats.: } x < -\frac{3}{4}$$

2 t: P; A

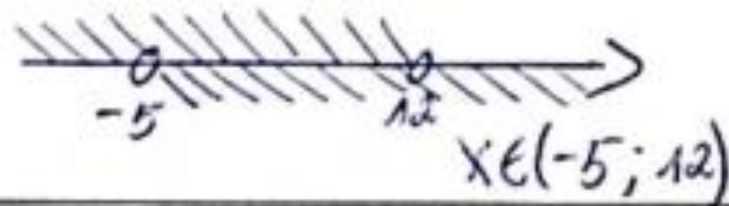
17. Sprendimas $\log_5(12-x) > \log_5(3x+15)$
 $5 > 1$, nelygybės ženklas nesikeičia

$$\begin{aligned} 12-x &> 3x+15 \quad + \\ -x-3x &> 15-12 \\ -4x &> 3 / :(-4) \\ x &< -\frac{3}{4} \quad + \end{aligned}$$

Ap. brūkšnis: $\begin{cases} 12-x > 0 \\ 3x+15 > 0 \end{cases} \quad +$

$$\begin{cases} -x > -12 / :(-1) \\ 3x > -15 / :3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 12 \\ x > -5 \end{cases}$$



Ats.: $x \in (-5; 12)$

3 t: P; A; T

17. Sprendimas $\log_5 (12-x) > \log_5 (3x+15)$

$$\log_5 (12-x) - \log_5 (3x+15) > 0$$

$$\frac{12-x}{3x+15} > 0$$

našiai: $12-x=0$; arba $3x+15=0$
 $-x=-12 : (-1)$ $3x=-15 : 3$
 $x=12$ $x=-5$



atp. sąlygos:

$$\begin{cases} 12-x > 0 \\ 3x+15 > 0 \end{cases}$$

$$x < 12$$

$$x > -5$$



Ats.: $(-5; 12)$

1 t; T

17. Sprendimas $\log_5 (12-x) > \log_5 (3x+15)$

$$12-x > 3x+15$$

$$\begin{cases} 12-x > 0 \\ 3x+15 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x > 12 : (-1) & x < -12 \\ 3x > 15 : 3 & x > 5 \end{cases}$$



$$(-\infty; -12) \cup (5; \infty)$$

Ats.: $[-\infty; -12] \cup [5; \infty]$

2 t; P; T

18. Funkcijos $f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 4$ grafiko liestinės krypties koeficientas $k = 5$. Nustatykite liestinės ir funkcijos $y = f(x)$ grafiko lietimosi taškų abscises, t. y. x koordinates.

(3 taškai)

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		3	
	$f'(x) = 3x^2 + 2x - 3,$	1	Už teisingą funkcijos išvestinę.
	$3x^2 + 2x - 3 = 5,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$3x^2 + 2x - 8 = 0,$ $x = -2$ arba $x = 1\frac{1}{3}.$ <i>Ats.: $x = -2; x = 1\frac{1}{3}.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

18. Suprimas $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

Gratias leta $0x$ $\frac{0}{0}$, wae $y=0$
 $x_0=0$

$$f(x_0) = 0^3 + 0^2 - 3 \cdot 0 + 4 = 4$$

$$f'(x_0) = 3x^2 + 2x - 3 \cdot 1 = 3x^2 + 2x - 3$$

$$f'(x_0) = 3 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 - 3 = 53$$

$$y = 53 \cdot (x - 0) + 4 = 53x + 4$$

$$53x + 4 = 0$$

$$53x = -4 : 53$$

$$x = -\frac{4}{53}$$

$$\text{Ans.: } x = -\frac{4}{53}$$

1 t; P

18. Sprendimas

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$f(x_0) = f(5) = 5^3 + 5^2 - 3 \cdot 5 + 4 = 139$$

$$f'(x_0) = (x^3)' + (x^2)' - (3x)' + (4)' = 3x^2 + 2x - 3 + 0 \quad a = 3 \quad b = 2 \quad c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 40 \quad (2\sqrt{10})$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \quad x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{10}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{10}}{2 \cdot 3} = -\frac{1 + \sqrt{10}}{3}$$

Ats.: $-5; -\frac{3}{4}$

1 t: P

18. Sprendimas

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$f'(x_0)$$

$$f' = 3x^2 + 2x - 3$$

$$f' = 5x - 3$$

$$y = f'(5) \cdot (5x - 3 - 5) + f(5)$$

$$y = 5x - 3(5) \cdot (5x - 3 - 5) + f(5)$$

$$y = 5x - 15 = 5x - 8 + 5$$

$$y = 30x - 23 = 0$$

$$30x - 23 = 0$$

$$30x = 23$$

$$x = \frac{23}{30}$$

Ats.: $\frac{23}{30}$

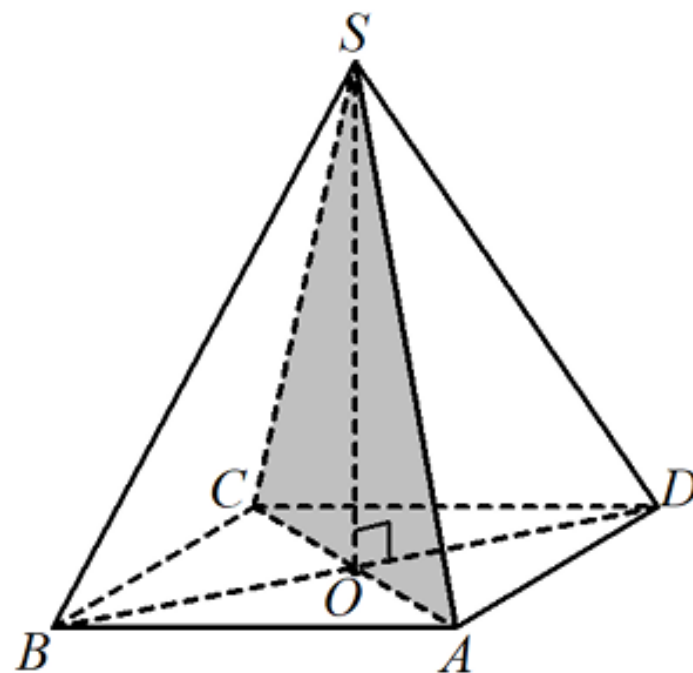
0 t

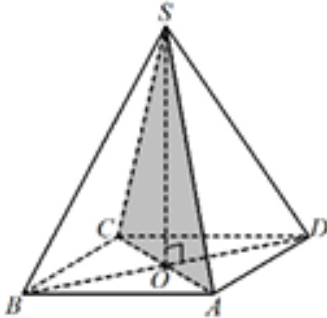
19. Sprendimas

- 19.** Taisyklingosios keturkampės piramidės $SABCD$ įstrižinis pjūvis SAC yra lygiakraštis trikampis, kurio kraštinės ilgis yra lygus 6 (žr. pav.). Apskaičiuokite šios piramidės tūrį.

(5 taškai)

Juodraštis

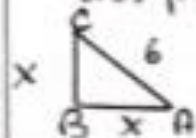


Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		5	
	$\sin 60^\circ = \frac{SO}{SA},$ 	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą SO ilgiui apskaičiuoti.
	$SO = 6 \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}.$	1	Už gautą teisingą SO ilgį.
	$AB = BC = a,$ $a^2 + a^2 = 6^2,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą pagrindo $ABCD$ kraštinės ilgiui apskaičiuoti.
	$a^2 = 18,$	1	Už gautą teisingą piramidės pagrindo plotą.
	$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot SO = 18\sqrt{3}.$ <i>Ats.: $18\sqrt{3}.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

19. Sprendimas $V = \frac{1}{3} S H$

(5)

1) Taisyklų įrašymas: keturkampis piramidės pagrindu yra kvadratas, taigi visų pagrindų kraštinių yra lygios.



$$CA^2 = x^2 + x^2 \text{ P.D.T.}$$

$$x^2 + x^2 = 36$$

$$2x^2 = 36 / 2$$

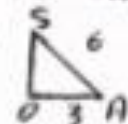
$$x^2 = 18$$

$$x = \pm \sqrt{18}$$

$$x = \pm 3\sqrt{2} \text{ (-3\sqrt{2} netinka)}$$

$$c) S_{\text{psmd.}} = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

3) Jei $AC = 6$, tai OA arba $OC = 3$, nes pagrindas kvadratas, o jo įstrižainės dalinamos pusėmis.

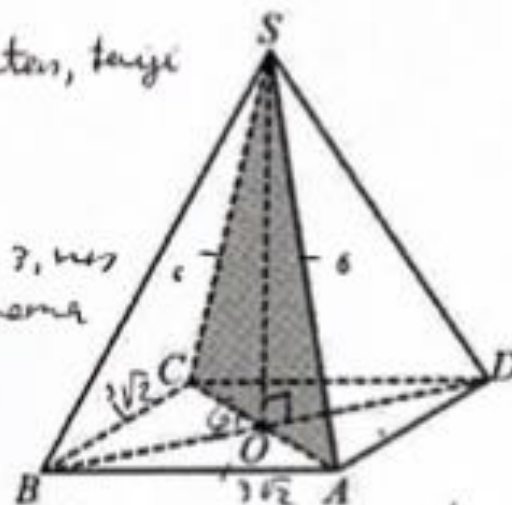


$$OS^2 = 6^2 - 3^2$$

$$OS^2 = 27$$

$$OS = \pm \sqrt{27}$$

$$OS = \pm 3\sqrt{3} \text{ (-3\sqrt{3} netinka, nes negalima būti aukščio negalima būti.)}$$



$$4) V = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{Ats.: } V = 18\sqrt{3}$$

5 t

19. Sprendimas

$$CO = 6 : 2 = 3$$

$$SO^2 = 6^2 - 3^2 = \sqrt{27}$$

$$SO = 3\sqrt{3}$$

$$6^2 = x^2 + x^2$$

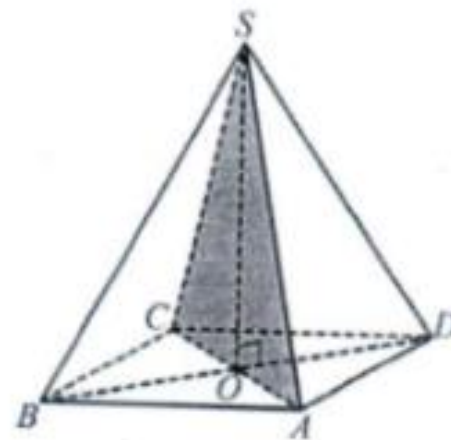
$$36 = 2x^2 \quad / : 2$$

$$18 = x^2$$

$$3\sqrt{18} = x \quad (-ve \text{ at})$$

$$S_{\text{pagr}} = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$



Ats.:

20. Sprendimas

4 t

19. Sprendimas

(5)

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H$$

$$S = a \cdot b = 3 \cdot 6 = 18$$

$$S = 18$$

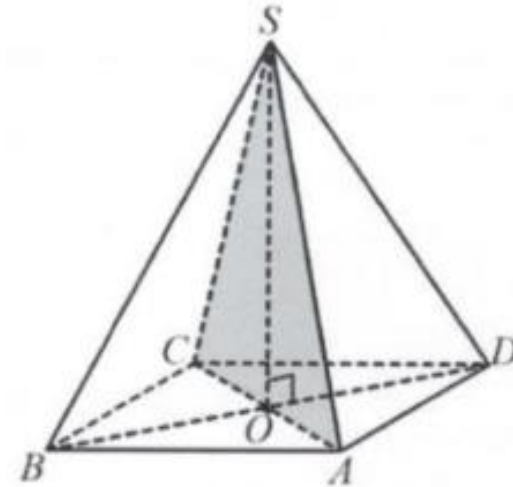
$$6^2 - 3^2 = 27$$

$$\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$SO = 3\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

$$V = 18\sqrt{3}$$

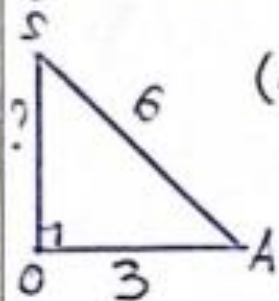


Ats.: $18\sqrt{3}$

3 t;
Neteisingai
gautas plotas

19. Sprendimas $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H$

$$S = 6 \cdot 2 = 12 \text{ (cm)}$$



(statinis esantis prie 30° kampų yra lygus
pusi žiambinės)

$$3 : \frac{1}{2} = 6$$

$$SO^2 = 6^2 - 3^2$$

$$SO^2 = 36 - 9 = 27$$

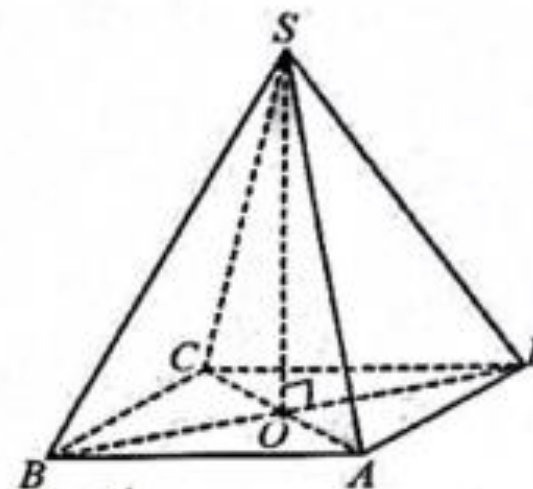
$$SO_1 = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$SO_2 = \sqrt{27} = -3\sqrt{3} \text{ (netink.)}$$

$$\begin{aligned} AO &= 6 \\ AO &= 6 : 2 = 3 \end{aligned}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$



Ats.: $V = 12\sqrt{3} \text{ cm}^3$

3 t;
neteisingai
gautas plotas

19. Sprendimas

~~Atsakymas~~

$$h = 3^2 \cdot x^2 = 6^2$$

$$9 \cdot x^2 = 36$$

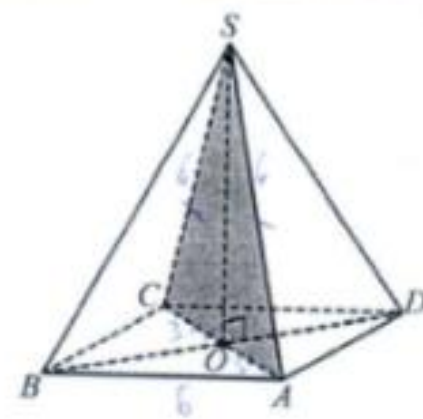
$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2 \text{ (neat)}$$

~~Atsakymas~~

$$S = 6 \cdot 6 = 36$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$



Ats.: $V = 36\sqrt{3}$

20. Sprendimas

1 t;
paskutinis

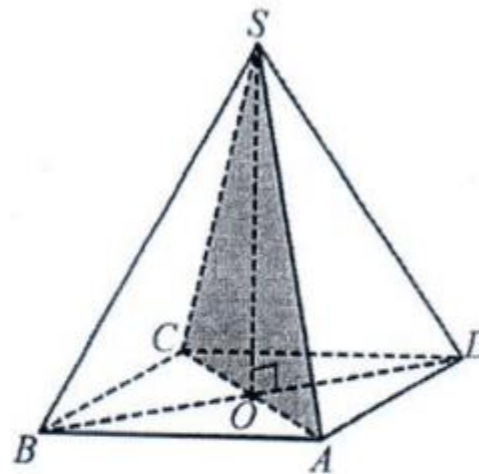
19. Sprendimas

$$OD = \frac{6}{\sin(90)} = 6$$

$$S_{\text{pagr}} = 36$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 6\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$$

$$LI = 6\sqrt{2}$$



Ats.: $V = 12\sqrt{2}$

1 t;
paskutinis

20. Dvyliktokų klasėje yra 24 mokiniai, kurie mokosi vokiečių arba ispanų kalbos. Į mokyklą atvažiuoja svečių iš Vokietijos ir Ispanijos, todėl reikia išrinkti mokinį, kuris pasitiks svečius. Tikimybė, kad atsitiktinai pasirinktas mokinys mokosi tik vienos iš šių kalbų, yra 3 kartus didesnė už tikimybę, kad šis mokinys mokosi abiejų šių kalbų. Apskaičiuokite, kiek mokinių mokosi **tik** vokiečių kalbos, jeigu **tik** ispanų kalbos mokosi 4 mokiniai.

(4 taškai)

20		4	
	Įvykis A – atsitiktinai pasirinktas mokinys mokosi abiejų kalbų. $3 \cdot P(A) = 1 - P(A)$,	1	Už sudarytą teisingą lygtį įvykio A tikimybei apskaičiuoti.
	$P(A) = 0,25$.	1	Už gautą teisingą įvykio A tikimybę.
	m – mokinių, kurie mokosi abiejų kalbų, skaičius. $P(A) = \frac{m}{24} = 0,25$, $m = 6$.	1	Už teisingai apskaičiuotą mokinių, kurie mokosi abiejų kalbų, skaičių.
	Mokinių, kurie mokosi tik vokiečių kalbos yra: $24 - 6 - 4 = 14$. <i>Ats.:</i> 14 mokinių (arba 14).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

20. Sprendimas

lik 1 kolia 3x
ali kolia x

pelicija ?
ispaus 4 is viso 24

$$24 : 4 = 6$$

$$x = 6$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

$$24 - 18 = 6$$

Ats.: 14 pelicia

4 t

Mok. - 24. 1) $24 - 4 = 20$?

Isp. - 4

Vok. - ? 2) $24 : 4 = 6$

3 kartes daugiau mok.
kurie mokosi 1 kalbą.

3) $6 \times 3 = 18$ (Mokosi 1 kalbą)

4) $18 - 4 = 14$ (mokinių mokosi vok.)
~~mokinių mok~~



14

Ats.: ~~18~~ mokos

mokinių mokosi vok.

Ats.: 14 mokinių.

Matematikos VBE vertinimo mokymai

II dalis

REFLEKSIJA PO VERTINIMO PRATYBŲ

Lektoriai: Jūratė Gedminienė, Irena Šukienė, Šarūnas Repšys

Darbo ID	Užduoties ID	Tikslumas	Absoliutus skirtumas	Bendras skirtumas	Pateikta	Peržiūrėti
Standartizavimas 6 (6690239)	52	Netikslus	1	-1	2025-04-24 13:09:51	Mano
Standartizavimas 10 (683396)	47	Netikslus	4	-2	2025-04-24 12:59:02	Mano
Standartizavimas 12 (695548)	44	Netikslus	1	-1	2025-04-24 13:14:03	Mano
Standartizavimas 7 (61197333)	42	Netikslus	2	+2	2025-04-24 12:48:45	Mano
Standartizavimas 3 (6825215)	40	Netikslus	2	+2	2025-04-24 13:02:15	Mano
Standartizavimas 9 (61072753)	37	Netikslus	2	-2	2025-04-24 12:39:10	Mano
Standartizavimas 5 (6258990)	33	Tikslus			2025-04-24 12:56:49	Mano
Standartizavimas 8 (6342684)	28	Netikslus	3	+1	2025-04-24 13:10:28	Mano
Standartizavimas 4 (6509030)	27	Netikslus	3	+1	2025-04-24 12:55:29	Mano
Standartizavimas 11 (61151435)	25	Netikslus	1	-1	2025-04-24 13:10:34	Mano
Standartizavimas 13 (6985180)	21	Netikslus	3	+1	2025-04-24 12:59:14	Mano
Standartizavimas 2 (6769606)	17	Tikslus			2025-04-24 12:53:32	Mano
Standartizavimas 15 (61142323)	17	Tikslus			2025-04-24 12:16:01	Mano
Standartizavimas 14 (6190767)	16	Netikslus	2	-2	2025-04-24 12:43:02	Mano
Standartizavimas 18 (6529054)	16	Netikslus	2	+2	2025-04-24 12:17:03	Mano
Standartizavimas 16 (6272647)	15	Tikslus			2025-04-24 12:59:25	Mano
Standartizavimas 17 (6235050)	14	Netikslus	3	-1	2025-04-24 12:35:17	Mano
Standartizavimas 19 (61091497)	14	Tikslus			2025-04-24 12:59:34	Mano
Standartizavimas 20 (6381980)	13	Tikslus			2025-04-24 12:59:51	Mano
Standartizavimas 1 (6787134)	12	Tikslus			2025-04-24 10:14:19	Mano

Standartizavimas 1 (6126404)	12	Tikslus			2025-04-23 14:56:48
Standartizavimas 2 (6547410)	17	Tikslus			2025-04-23 15:10:27
Standartizavimas 3 (6937914)	39	Netikslus	3	+1	2025-04-24 12:15:39
Standartizavimas 4 (61031768)	26	Tikslus			2025-04-23 15:11:06
Standartizavimas 5 (61009381)	33	Tikslus			2025-04-23 15:11:40
Standartizavimas 6 (6723603)	53	Tikslus			2025-04-24 12:15:48
Standartizavimas 7 (6744312)	42	Netikslus	2	+2	2025-04-23 15:12:11
Standartizavimas 8 (6764781)	28	Netikslus	3	+1	2025-04-24 12:15:06
Standartizavimas 9 (6554204)	38	Netikslus	3	-1	2025-04-23 15:06:18
Standartizavimas 10 (6640026)	50	Netikslus	3	+1	2025-04-23 15:12:28
Standartizavimas 11 (6409510)	25	Netikslus	1	-1	2025-04-23 14:53:35
Standartizavimas 12 (646144)	43	Netikslus	2	-2	2025-04-24 12:14:37
Standartizavimas 13 (6402549)	21	Netikslus	3	+1	2025-04-23 15:48:43
Standartizavimas 14 (61162779)	17	Netikslus	1	-1	2025-04-23 14:54:18
Standartizavimas 15 (6649185)	18	Netikslus	1	+1	2025-04-23 14:57:35
Standartizavimas 16 (61177437)	15	Tikslus			2025-04-23 15:08:20
Standartizavimas 17 (61150293)	13	Netikslus	2	-2	2025-04-23 15:08:58
Standartizavimas 18 (6922696)	16	Netikslus	2	+2	2025-04-23 15:09:22
Standartizavimas 19 (6245053)	14	Tikslus			2025-04-23 15:09:33
Standartizavimas 20 (6362827)	13	Tikslus			2025-04-23 15:13:46

Daugiau žalumos 😊

<u>Standartizavimas 1 (6967665)</u>	12	Tikslus			2025-04-18 08:56:42
<u>Standartizavimas 2 (61039792)</u>	15	Netikslus	2	-2	2025-04-18 11:31:25
<u>Standartizavimas 3 (614908)</u>	37	Netikslus	1	-1	2025-04-22 19:40:44
<u>Standartizavimas 4 (6993364)</u>	26	Tikslus			2025-04-22 20:01:35
<u>Standartizavimas 5 (6464636)</u>	33	Tikslus			2025-04-22 20:12:26
<u>Standartizavimas 6 (6437573)</u>	43	Netikslus	10	<u>-10</u>	2025-04-24 09:31:36
<u>Standartizavimas 7 (6769294)</u>	41	Netikslus	1	+1	2025-04-22 20:55:03
<u>Standartizavimas 8 (6968889)</u>	26	Netikslus	3	-1	2025-04-22 21:31:34
<u>Standartizavimas 9 (6131936)</u>	37	Netikslus	2	-2	2025-04-24 08:42:28
<u>Standartizavimas 10 (6390221)</u>	50	Netikslus	5	+1	2025-04-24 08:57:43
<u>Standartizavimas 11 (6943959)</u>	24	Netikslus	2	-2	2025-04-24 09:02:58
<u>Standartizavimas 12 (6738235)</u>	41	Netikslus	4	-4	2025-04-24 09:11:50
<u>Standartizavimas 13 (6970580)</u>	20	Tikslus			2025-04-24 09:15:57
<u>Standartizavimas 14 (6445276)</u>	17	Netikslus	3	-1	2025-04-24 09:18:30

Standartizavimas 1 (6976249)	10	Netikslus	2	-2	2025-04-18 18:45:41
Standartizavimas 2 (6673201)	16	Netikslus	1	-1	2025-04-18 18:45:41
Standartizavimas 3 (6353157)	35	Netikslus	5	-3	2025-04-18 18:45:41
Standartizavimas 4 (6928930)	22	Netikslus	8	-4	2025-04-18 18:45:41
Standartizavimas 5 (6684160)	32	Netikslus	3	-1	2025-04-18 18:45:41
Standartizavimas 6 (6712101)	37	Netikslus	16	-16	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 7 (6536836)	38	Netikslus	6	-2	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 8 (6471221)	24	Netikslus	3	-3	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 9 (6955967)	34	Netikslus	5	-5	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 10 (6996061)	46	Netikslus	5	-3	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 11 (6735186)	25	Netikslus	1	-1	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 12 (6993340)	39	Netikslus	6	-6	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 13 (6624005)	20	Tikslus			2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 14 (6215778)	17	Netikslus	5	-1	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 15 (6259646)	15	Netikslus	4	-2	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 16 (6837290)	13	Netikslus	2	-2	2025-04-18 18:45:42
Standartizavimas 17 (6995723)	13	Netikslus	2	-2	2025-04-18 18:45:43

Darbo ID ⇅	Taškų sk. ⇅	Tikslumas ⇅	Absoliutus skirtumas ⇅	Bendras skirtumas ⇅	Pateikta ⇅	Peržiūrėta ⇅
Standartizavimas 3 (6942040)	8	Netikslus	5	-5	2025-04-28 08:32:46	
Standartizavimas 5 (6826176)	36	Netikslus	5	+3	2025-04-28 08:32:46	
Standartizavimas 8 (6148120)	22	Netikslus	5	+5	2025-04-28 08:32:46	
Standartizavimas 9 (635232)	17	Netikslus	5	-1	2025-04-28 08:32:47	
Standartizavimas 2 (6195345)	10	Netikslus	3	+3	2025-04-28 08:32:46	
Standartizavimas 4 (6177423)	5	Netikslus	3	-1	2025-04-28 08:32:46	
Standartizavimas 1 (6833727)	32	Netikslus	2	+2	2025-04-28 08:32:43	
Standartizavimas 7 (6545973)	18	Netikslus	2	+2	2025-04-28 08:32:46	
Standartizavimas 10 (61027284)	3	Tikslus			2025-04-28 08:32:47	
Standartizavimas 6 (61127581)	7	Netikslus	1	+1	2025-04-28 08:32:46	

Darbo ID ⇅	Taškų sk. ⇅	Tikslumas ⇅	Absoliutus skirtumas ⇅	Bendras skirtumas ⇅	Pateikta ⇅	Peržiūrėta ⇅
Standartizavimas 5 (6593365)	32	Netikslus	5	-1	2025-04-23 13:27:50	
Standartizavimas 8 (6939692)	20	Netikslus	5	+3	2025-04-23 13:27:53	
Standartizavimas 9 (6363851)	19	Netikslus	5	+1	2025-04-23 13:27:54	
Standartizavimas 3 (61031502)	9	Netikslus	4	-4	2025-04-23 13:27:48	
Standartizavimas 4 (6230200)	5	Netikslus	3	-1	2025-04-23 13:27:49	
Standartizavimas 6 (61130177)	9	Netikslus	3	+3	2025-04-23 13:27:51	
Standartizavimas 7 (61103569)	15	Netikslus	3	-1	2025-04-23 13:27:52	
Standartizavimas 1 (6936725)	31	Netikslus	1	+1	2025-04-23 13:27:42	
Standartizavimas 2 (6291493)	8	Netikslus	1	+1	2025-04-23 13:27:47	
Standartizavimas 10 (6811447)	2	Netikslus	1	-1	2025-04-23 13:27:55	

Darbo ID ⇅	Taškų sk. ⇅	Tikslumas ⇅	Absoliutus skirtumas ⇅	Bendras skirtumas ⇅	Pateikta ⇅	Peržiūrėta ⇅
Standartizavimas 5 (6729596)	35	Netikslus	14	+2	2025-04-28 04:12:46	
Standartizavimas 8 (61107802)	20	Netikslus	11	+3	2025-04-28 04:51:34	
Standartizavimas 1 (6530682)	30	Tikslus			2025-04-28 03:04:47	
Standartizavimas 9 (6796702)	15	Netikslus	7	-3	2025-04-28 05:06:16	
Standartizavimas 7 (6633712)	18	Netikslus	6	+2	2025-04-28 04:40:09	
Standartizavimas 6 (6598746)	11	Netikslus	5	+5	2025-04-28 04:23:21	
Standartizavimas 2 (6271644)	9	Netikslus	4	+2	2025-04-28 03:17:14	
Standartizavimas 3 (6233323)	9	Netikslus	4	-4	2025-04-28 03:36:39	
Standartizavimas 4 (61084590)	4	Netikslus	4	-2	2025-04-28 03:51:15	
Standartizavimas 10 (6659225)	4	Netikslus	1	+1	2025-04-28 05:10:40	

Reiškiniai

II dalis

11.2. $\sqrt{(1-x)^2} + |1-x|$, kai $x > 1$;

(2 taškai)

11.2		2	
	$\sqrt{(1-x)^2} + 1-x = 1-x + 1-x =$	1	Už teisingą kvadratinės šaknies pertvarkymą.
	$= 2 1-x = 2(x-1).$ <i>Ats.: $2(x-1)$ (arba $2x-2$).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.2. Sprendimas $\sqrt{(1-x)^2} + |1-x|$, kai $x > 1$ ~~K~~ $|1-x|^2 + |1-x| = (1-x)^2 - (1-x) =$
 $= 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + x^2 - 1 + x = \underline{1} - \underline{2x} + x^2 - \underline{1} + \underline{x} = -x + x^2$

Ats.: $-x + x^2$

1 taškas / buvo vertinama 0 taškų

Negauna pirmojo taško už kvadratinės šaknies pertvarkymą

11.2. $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}}$; atsakymą pateikite forma $\sqrt[4]{a}$ (čia $a \in \mathbb{Z}$).

(2 taškai)

11.2		2		
	$\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{\sqrt[4]{25 \cdot 15}}{\sqrt[4]{3}} \text{ arba}$ $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{25}{3}} \cdot \sqrt[4]{15}, \text{ arba}$ $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{\frac{15}{3}}, \text{ arba}$ $\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = \sqrt[4]{\frac{25 \cdot 15}{3}}.$	$\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = \frac{(25 \cdot 15)^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} \text{ arba}$ $\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = \left(\frac{25}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}, \text{ arba}$ $\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = 25^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{15}{3}\right)^{\frac{1}{4}}, \text{ arba}$ $\frac{25^{\frac{1}{4}} \cdot 15^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{4}}} = \left(\frac{25 \cdot 15}{3}\right)^{\frac{1}{4}}.$	1	Už pritaikytą bent vieną šaknų arba laipsnių savybę.
	$\sqrt[4]{\frac{375}{3}} = \sqrt[4]{125}.$ Ats.: $\sqrt[4]{125}.$	$\left(\frac{25 \cdot 15}{3}\right)^{\frac{1}{4}} = (25 \cdot 5)^{\frac{1}{4}} =$ $= 125^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{125}.$ Ats.: $\sqrt[4]{125}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.2. Sprendimas

$$\sqrt[4]{\frac{25 \cdot 15}{3}} = 0 \quad \sqrt[4]{\frac{375}{3}} = 0 \quad \sqrt[4]{125}$$

Ats.: $\sqrt[4]{125}$ 11.3. Sprendimas $(2025)^{7\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}} = 0$

1 taškas / buvo vertinama 0; 2 taškais
Šaknis prilyginama nuliui

Sprendimas

(2)

$$\frac{25 \cdot 15}{3} = 125$$

$$\frac{\sqrt[4]{25} \cdot \sqrt[4]{15}}{\sqrt[4]{3}} = 3.43701525$$

$$\sqrt[4]{125} = 3.43701525$$

Ats.: $\sqrt[4]{125}$

1 taškas / buvo vertinama 0 taškų

Pritaikyta šaknų savybė – atlikti veiksmai su pošakniais

Logaritmai

11.3. $\log_{a^5}(\sqrt{a})$;

(2 taškai)

11.3		2	
	$\log_{a^5}(\sqrt{a}) = \frac{1}{5} \log_a(\sqrt{a}) =$	1	Už teisingai pritaikytą bent vieną logaritmų savybę.
	$= \frac{1}{5} \log_a \left(a^{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	Ats.: 0,1 (arba $\frac{1}{10}$).		

1.3. Sprendimas

~~log a√a~~ $\log a\sqrt{a} = \frac{7}{5} \log a\sqrt{a}$

Ats.: $\frac{7}{5} \log a\sqrt{a}$

1 t; P (0 t)

18. Skaičiai $\log_3 17$, $\log_a 17$, $\log_{27} 17$ yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai. Nustatykite skaičiaus a reikšmę (čia $a > 0, a \neq 1$).

(4 taškai)

18		4	
	$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., aritmetinės progresijos apibrėžties taikymą).
	$2 \log_a 17 = \log_{27} 17 + \log_3 17,$ $2 \log_a 17 = \frac{4}{3} \log_3 17,$	1	Už teisingai pritaikytas logaritmų savybes.
	$6 \cdot \frac{1}{\log_{17} a} = 4 \cdot \frac{1}{\log_{17} 3},$ $4 \log_{17} a = 6 \log_{17} 3,$	1	Už teisingą logaritmų pagrindų suvienodinimą.
	$\log_{17} a = \frac{3}{2} \log_{17} 3,$ $\log_{17} a = \log_{17} 3^{\frac{3}{2}},$ $a = 3^{\frac{3}{2}} = 3\sqrt{3}.$ <i>Ats.: $3\sqrt{3}$ (arba $3^{\frac{3}{2}}$).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

18. Sprindimas a, b, c - tipo išimties eilutės laukai.

$$b - a = c - b$$

$$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17$$

$$\log_a 17 - \log_3 17 - \log_{27} 17 + \log_a 17 = 0$$

$$2 \log_a 17 - \log_3 17 - \log_{27} 17 = 0$$

$$2 \cdot \frac{\log_3 17}{\log_3 a} - \frac{\log_3 17}{1} - \frac{\log_3 17}{\log_3 27} = 0$$

$$2 \cdot \frac{17}{a} - \log_3 17 - \frac{17}{27} = 0$$

$$\frac{34}{a} - 2 \cdot \frac{\log_3 17}{\log_3 a} - \log_3 17 - \frac{\log_3 17}{3} = 0$$

$$2 \cdot \frac{17}{a} - \log_3 17 - \frac{1}{3} \log_3 17 = 0$$

$$\frac{34}{a} - \frac{4}{3} \log_3 17 = 0$$

$$\frac{34}{a} = \frac{4}{3} \log_3 17$$

$$\frac{34}{a} = \frac{4 \log_3 17}{1}$$

$$\frac{34}{a} = \frac{4}{3} \log_3 17$$

$$a \left(\frac{4}{3} \log_3 17 \right) = 34$$

$$a \cdot \log_3 17^{\frac{4}{3}} = 34 \quad \log_3 17^{\frac{4}{3}}$$

$$a = \frac{34}{\log_3 17^{\frac{4}{3}}}$$

$$a = \frac{34}{\frac{4}{3} \log_3 17}$$

$$a = \frac{51}{2 \log_3 17} //$$

$$\text{Ats.: } \frac{51}{2 \log_3 17}$$

2 t: P; T

0-1 t

18. Sprendimas

$$\log_a 17 - \log_3 17 = \log_{27} 17 - \log_a 17 \quad \checkmark$$

$$2 \log_a 17 = \frac{1}{3} \log_3 17 + \log_3 17$$

$$2 \log_a 17 = \frac{4}{3} \log_3 17 \quad \checkmark$$

$$a = 3^{\frac{2}{3}}$$

$$a = \sqrt[3]{9}$$

$$\log_a 17 = \frac{2}{3} \log_3 17$$

$$\log_a 17 = \log_{3^{\frac{2}{3}}} 17 \quad \times$$

Ats.:

$$a = \sqrt[3]{9}$$

19. Sprendimas

$$2x + x = 1$$

3 t

1-2 t

2025 Bandomojo uždutis; B lygis

17. Išspręskite nelygybę $\log_5(12 - x) > \log_5(3x + 15)$.

(4 taškai)

17		4	
	$12 - x > 3x + 15,$	1	Už teisingai sudarytą tiesinę nelygybę.
	$-4x > 3,$ $x < -\frac{3}{4};$	1	Už teisingai išspręstą tiesinę nelygybę.
	$\begin{cases} 12 - x > 0, \\ 3x + 15 > 0; \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytą nelygybių sistemą.
	$\begin{cases} x < -\frac{3}{4}, \\ x \in (-5; 12). \end{cases}$ Arba nubraižyta skaičių tiesė, pavaizduoti nelygybių sprendiniai ir pažymėta jų sankirta. <i>Ats.: $x \in \left(-5; -\frac{3}{4}\right)$.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

17. Sprendimas

$$\log_5(12-x) > \log_5(3x+15)$$

$$12-x > 3x+15$$

$$-x-3x > 15-12$$

$$-4x > 3 \quad | :(-4)$$

$$x < -\frac{3}{4}$$

Ats.:

$$x < -\frac{3}{4}$$

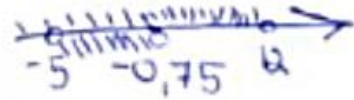
2 t: P; A

Sprendimas

$$12 - x > 3x + 15$$

$$-4x > 3 \quad | :(-4)$$

$$x < -0,75$$



~~(-5; -0,75)~~

$$12 - x > 0 \quad x < 12$$

$$3x + 15 > 0 \quad x > -5$$

Ats.: $(-5; -0,75)$

4 t;

Pavyzdžiuose buvo įvertinta 4 t;

3 t

2023 VBE (pagrindinė sesija)

B→20. Duotas reiškiny $\log_{0,3}(2-3x) - \log_{0,3}(4+x)$.

20.1. Nustatykite šio reiškinio apibrėžimo sritį¹⁶.

(2 taškai)

Juodraštis

20.2. Išspręskite nelygybę $\log_{0,3}(2-3x) \geq \log_{0,3}(4+x)$.

(3 taškai)

20		5	
20.1		2	
	$\begin{cases} 2-3x > 0, \\ 4+x > 0; \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytą nelygybių sistemą.
	$\begin{cases} x < \frac{2}{3}, \\ x > -4; \end{cases}$ $-4 < x < \frac{2}{3}.$ <i>Ats.: $x \in \left(-4; \frac{2}{3}\right)$ (arba $-4 < x < \frac{2}{3}$).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
20.2		3	
	$\log_{0,3}(2-3x) \geq \log_{0,3}(4+x),$ $2-3x \leq 4+x,$	1	Už teisingai sudarytą tiesinę nelygybę.
	$-4x \leq 2,$ $x \geq -\frac{1}{2}.$	1	Už teisingai išspręstą tiesinę nelygybę.
	$\begin{cases} x \in \left(-4; \frac{2}{3}\right), \\ x \geq -\frac{1}{2}. \end{cases}$ Arba nubraižyta skaičių tiesė, pavaizduoti nelygybių sprendiniai ir pažymėta jų sankirta. <i>Ats.: $x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\right)$ (arba $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{2}{3}$).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Sprendimas

(2)

$$2 - 3x > 0$$

$$4 + x > 0$$

$$2 > 3x$$

$$x > -4$$

$$\frac{2}{3} > x$$

$$x \in (-4; \frac{2}{3})$$

Ats.: $x \in (-4; \frac{2}{3})$

Sprendimas

(3)

$$2 - 3x \leq 4 + x$$

$$2 - 3x > 0$$

$$-3x > -2$$

$$-4x \leq 2$$

$$x < \frac{2}{3}$$

$$x \geq -0,5$$

$$x \in [-0,5; \frac{2}{3})$$

Ats.: $x \in [-0,5; \frac{2}{3})$

2

Nors sistemos nėra, bet sprendimas leidžia suprasti, kad galvojama apie sistemą

3

Sprendimas

$$\begin{cases} 2 - 3x > 0 & | +3x : 3 \Rightarrow x < \frac{2}{3} \\ 4 + x > 0 & | -4 \Rightarrow x > -4 \end{cases}$$

$$D_f \in (-4; \frac{2}{3})$$

$$\text{Ats.: } D_f \in (-4; \frac{2}{3})$$

Sprendimas

$$2 - 3x \leq 4 + x \quad | +3x - 4$$

$$4x \geq -2 \quad | :4$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$x \in [-\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$$

$$\text{Ats.: } x \in [-\frac{1}{2}; \frac{2}{3})$$

2

Žymėjimas neteisingas, bet D(f) kalba apie apibrėžimo sritį, todėl nelaikome kritine klaida

3

Sprendimas $\log_{0,3}(2-3x) = \log_{0,3}(4+x)$ (2)

$$\begin{cases} 2-3x > 0 \\ 4+x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -3x > -2 \\ x > -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x < -\frac{2}{3} \\ x > -4 \end{cases}$$

$$x \in (-4; -\frac{2}{3})$$

Ats.: $x \in (-4; -\frac{2}{3})$

Sprendimas $\log_{0,3}(2-3x) \geq \log_{0,3}(4+x)$ (3)

$$2-3x \leq 4+x$$

$$-4x \leq 2$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

Ats.: $x \geq -\frac{1}{2}$

1

Pirmasis taškas

2

Pirmasis ir
antrasis taškai

Pvz. 6

Sprendimas

$$\begin{aligned} 2-3x &> 1 \\ -3x &> -1 \\ x &< \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4+x &> 1 \\ x &> -3 \end{aligned}$$

$$x \in (-3; \frac{1}{3})$$

Ats.: $x \in (-3; \frac{1}{3})$

Sprendimas

$$\log_{0,3} (2-3x) \geq \log_{0,3} (4+x)$$

$$2-3x \leq 4+x$$

$$-3x-x \leq 4-2$$

$$-4x \leq 2$$

$$x \geq -\frac{1}{2}$$

$$x \in [-\frac{1}{2}; +\infty)$$

Ats.: $x \geq -\frac{1}{2}, x \in [-\frac{1}{2}; +\infty)$

1

Antrasis taškas

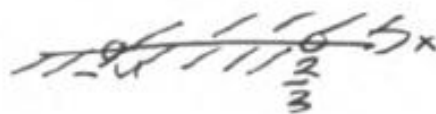
2

Nėra trečiojo taško

Sprendimas

$$\begin{aligned} 2-3x &> 0 \\ -3x &> -2 \\ 3x &< 2 \\ x &< \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4+x &> 0 \\ x &> -4 \end{aligned}$$



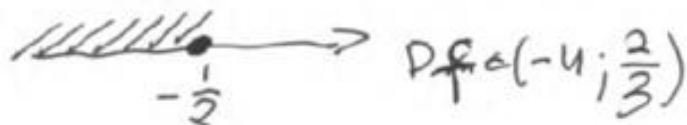
(2)

Ats.: $x \in (-4; \frac{2}{3})$

2

Sprendimas

$$\begin{aligned} 2-3x &\geq 4+x \\ -3x-x &\geq 4-2 \\ -4x &\geq 2 \\ 4x &\leq 2 \\ x &\leq -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

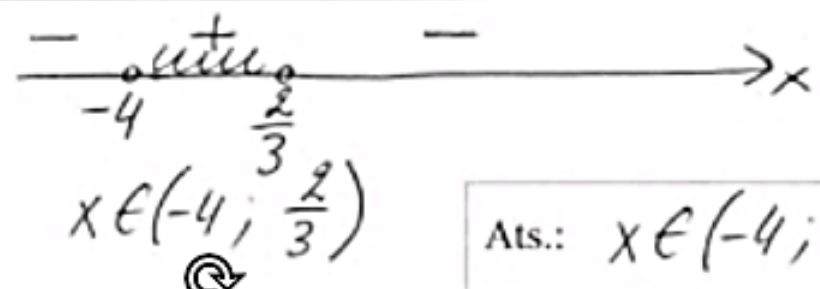


(3)

Ats.: $x \in (-4; -\frac{1}{2}]$

2

Nėra pirmojo, yra antras ir trečias, perrašymo klaida antrojo taško nenubraukia

20.1. Sprendimas $\log_{0,3} \left(\frac{2-3x}{4+x} \right)$ (2) $\begin{cases} \frac{2-3x}{4+x} > 0 \\ 4+x \neq 0 \end{cases}$ $\begin{aligned} 2-3x &= 0 \\ -3x &= -2 \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$ $x \in (-4; \frac{2}{3})$ Ats.: $x \in (-4; \frac{2}{3})$ 	1	Nėra pirmojo, nes nustatinėja ne to reiškinio apibrėžimo sritį.
--	---	--

Sprendimas (3) $\begin{aligned} \log_{0,3} (2-3x) &\geq \log_{0,3} (4+x) \\ \log_{0,3} (2-3x) - \log_{0,3} (4+x) &\geq 0 \\ \log_{0,3} \left(\frac{2-3x}{4+x} \right) &\geq 0 \\ \frac{2-3x}{4+x} &\geq 1 \quad \begin{matrix} 4+x \neq 0 \\ x \neq -4 \end{matrix} \end{aligned}$ $\begin{aligned} 2-3x &\geq 4+x \\ -4x &\geq 2 \quad \cdot (-4) \\ x &\leq -\frac{1}{2} \\ x &> -4 \end{aligned}$ $\leftarrow$ pagal ap. sritį Ats.: $x \in (-4; -\frac{1}{2}]$	1	Pirmojo nėra, nes nepakeičiamas nelygybės ženklas, antrojo nėra, nes neteisingai sprendžia racionaliąją nelygybę. Trečiasis taškas yra.
--	---	--

Pvz. 17

Sprendimas

$$\log_{0,3}(2-3x) - \log_{0,3}(4+x) =$$

$$= \log_{0,3}\left(\frac{2-3x}{4+x}\right)$$

$$\frac{2-3x}{4+x} > 0$$

$$2-3x > 0$$

$$x > -4$$

$$x < \frac{2}{3}$$

$$\text{Ats.: } x \in (-4; \frac{2}{3})$$

Sprendimas

$$\log_{0,3}(2-3x) \geq \log_{0,3}(4+x)$$

$$2-3x \geq 4+x$$

$$-4x \geq 2$$

$$x \leq -0,5$$

$$\text{Ats.: } x \leq -0,5$$

0

Nesvarbu, kad ats
teisingas

1

Antrasis taškas už
tiesinės nelygybės
sprendimą

2024 VBE (pagrindinė sesija)

24.2. $\ln(\ln x) \leq 0$.

(3 taškai)

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
24		5	
24.2		3	
	$\begin{cases} \ln x > 0, \\ x > 0. \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytą nelygybių sistemą reiškinių $\ln(\ln x)$ apibrėžimo sričiai nustatyti.
	$\begin{aligned} \ln(\ln x) &\leq 0, \\ \ln x &\leq 1, \\ x &\leq e. \end{aligned}$	1	Už teisingai nustatytą x reikšmių intervalą be apibrėžimo srities.
	$\begin{cases} x > 1, \\ x > 0, \\ x \leq e. \end{cases} \Rightarrow 1 < x \leq e.$ <i>Ats.: $x \in (1; e]$.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

1.

24.2. Sprendimas

$$\ln(\ln x) \leq 0$$

$$DN: \begin{cases} \ln x > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\ln x > 0, \text{ kai } x > 1$$

$$\begin{cases} x > 1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \in (1; +\infty)$$

$$\ln(\ln x) \leq 0, \text{ kai}$$

$$\ln x \leq 1$$

$$\ln x \leq \ln e$$

$$\begin{cases} x \leq e \\ x \in (1; +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (1; e]$$

Ats.: $x \in (1; e]$

3 t.

2.

24.2. Sprendimas

$$\begin{cases} \ln x > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$\ln(\ln x) \leq \ln 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \ln x > \ln 1 \\ x > 0 \\ \ln x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \ln x \leq \ln e \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \leq e \end{cases} \Rightarrow x \in (1; e]$$

Ats.: $x \in (1; e]$

3 t.

24.2. Sprendimas

$$\ln(\ln x) \leq 0$$

$$\text{Df } x > 0$$

(3)

$$\ln x \leq 1 \quad \text{kaip } \ln(\ln x) \leq 0$$

$$\ln x \leq \ln e$$

$$x \leq e$$

~~-----~~

Ats.: ~~$x \in (0; e]$~~ $x \in (0; e]$

2 t.

24.2. Sprendimas

$$\ln(\ln x) \leq \ln 1$$

$$\ln x \leq 1$$

$$\ln x \leq \ln e^1$$

$$x \leq e^1$$



$$x \in (-\infty; e^1]$$

Ats.: $x \in (-\infty; e^1]$

(3)

1 t.²⁾

24.2. Sprendimas

(3)

$$\ln(\ln x) \leq 0 \quad /; \ln \quad x > 0$$

$$\ln x \leq 0$$

$$x \leq 1$$

$$x \in (0; 1]$$

Ats.: $x \in (0; 1]$

1 t. ³⁾

24.2. Sprendimas

(3)

$$\ln(\ln x) \leq 0$$

$$x > 0$$

$$\ln \neq 0$$

$$\ln x \leq 0$$

$$\log_e x \leq \log_e 1$$

$$x \leq 1$$



Ats.: $x \in (0; 1]$

1 t. ³⁾

Trigonometriniai reiškiniai, lygtys, nelygybės

6.4.3. 50 % taisyklės taikymo pavyzdžiai

Neatidumo - komunikavimo klaidos	50 % taisyklė	
	Grubios klaidos	Negrubios klaidos
Plokštumos vektoriai	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = AB + BC + CD + DE = \overrightarrow{AE}.$	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + BC + CD + DE = AE.$
Trigonometrinės lygtys ir nelygybės	$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 + \sin \cos + \cos^2)}{1 + \sin \cos} + \cos x =$ $\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \cos)}{1 + \sin \cos} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$ $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$ $\cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cos \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$	$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x =$ $\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \cos)}{1 + \sin \cos} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$ $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$ $\cos x = \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$
Pirmąją funkciją ir integralą	$\int (x^2 + 1)^2 dx = \int (x^2 + 1)(x^2 + 1) = \int x^4 + 2x^2 + 1 =$ $= \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C$	$\int \frac{x-1}{x^2+x-2} dx = \int \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \int \frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}(x+2)} = \int \frac{1}{x+2} dx =$ $= \ln x + 2 + C$

Neatidumo - komunikavimo klaidos	Esminės sampratos taisyklė	
	Grubios komunikavimo klaidos	Negrubios komunikavimo klaidos
	1 pvz. $\vec{a} = 1, \vec{b} = 2, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 60^\circ$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \mathbf{60^\circ} = 1.$	
	2 pvz. $\vec{a} = \mathbf{1}, \vec{b} = \mathbf{2}, \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 60^\circ,$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$	
	3 pvz. $\vec{a} = 1, \vec{b} = 2, \cos \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = \mathbf{60^\circ},$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$	

2025 bandomoji sesija, B lygis

12. Duota funkcija $f(\alpha) = \sin(-\alpha) - \operatorname{tg}(\alpha + 540^\circ) \cdot \cos \alpha$.

12.1. Apskaičiuokite $f(30^\circ)$.

(1 taškas)

12.1		1	
	$f(30^\circ) = \sin(-30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot$ $\cdot \cos 30^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1.$ Ats.: -1.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

12.2. Pagrįskite, kad $f(\alpha) = -2 \sin \alpha$.

(2 taškai)

12.2		2	
	$f(\alpha) = \sin(-\alpha) - \operatorname{tg}(\alpha + 540^\circ) \cdot \cos \alpha =$ $= -\sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha =$	1	Už $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ arba $\operatorname{tg}(\alpha + 540^\circ) = \operatorname{tg} \alpha$.
	$= -\sin \alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = -\sin \alpha - \sin \alpha =$ $= -2 \sin \alpha.$	1	Už teisingą pagrindimą.

12.1. Sprendimas $f(30^\circ) = \sin(-30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot \cos(30^\circ)$
 $= -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1$

Ats.: -1

0t., pvz

12.1. Sprendimas $f(30^\circ) = \sin(-30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot \cos 30^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1$

Ats.: -1

1t.,

12.1. Sprendimas $\sin(-30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot \cos 30^\circ$
 $= -\sin(30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot \cos 30^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -1$

Ats.: -1

0t. Nėra
laipsnių, "="

12.2. Sprendimas

12.1. Sprendimas $f(30^\circ) = \sin(-30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot \cos 30^\circ = -1$

Ats.: -1

0t., nėra laipsnių

12.2. Sprendimas

12.1. Sprendimas $f(30^\circ) = \sin(-30^\circ) - \operatorname{tg}(30^\circ + 540^\circ) \cdot \cos 30^\circ = -1$

Ats.: -1

1t., buvo pvz. nėra 1
laipsnio; nors
reikšmės nepateiktos

12.2. Sprendimas

12.2. Sprendimas $\sin(\alpha) = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{y^2 + x^2}} = \frac{y}{\sqrt{y^2 + x^2}} \cdot \frac{1}{\cos \alpha} = -2 \sin \alpha$

$$x \sin \alpha = y \cos \alpha - \frac{y}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = -2 \sin \alpha$$

$$x \sin \alpha - y \cos \alpha = 0 \cdot \cos \alpha + 2 \sin \alpha = 0$$

$$x \sin \alpha - y \cos \alpha = 0$$

12.3. Sprendimas

1t už $\sin(-x) = \dots$ arba $\text{tg}(\dots)$

12.2. Sprendimas

$$f(x) = \sin(-x) - \text{tg}(x + 540^\circ) \cdot \cos x = -2 \sin x$$

12.3. Sprendimas

Ot

12.3. Išspręskite lygtį $f(\alpha) = -1$ ir nurodykite jos sprendinį, kai $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$.

(2 taškai)

12.3		2	
	$-2 \sin \alpha = -1,$ $\sin \alpha = \frac{1}{2},$ $\alpha = (-1)^k \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) + 180^\circ k, k \in \mathbb{Z},$ $\alpha = (-1)^k \cdot 30^\circ + 180^\circ k, k \in \mathbb{Z}.$	1	Už teisingai išspręstą lygtį.
	Kai $k = 0$, tai $\alpha = 30^\circ \notin [90^\circ; 180^\circ]$. Kai $k = 1$, tai $\alpha = 150^\circ \in [90^\circ; 180^\circ]$. Kai $k = 2$, tai $\alpha = 390^\circ \notin [90^\circ; 180^\circ]$. <i>Ats.: $\alpha = 150^\circ$.</i>	1	Už teisingai pasirinktą sprendinį, priklausantį duotajam intervalui.

12.3. Sprendimas - 2 žind = -11 (1-2)

$$k=1, \text{ tai } \lambda = (-1)^k \cdot 30^\circ + 180^\circ \cdot 1 = 150^\circ$$

$$\text{žind} = \frac{1}{2}$$

$$\lambda = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{1}{2} + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\lambda = (-1)^k \cdot 30^\circ + 180^\circ \cdot k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0, \text{ tai } \lambda = (-1)^0 \cdot 30^\circ + 180^\circ \cdot 0 = 30^\circ (\text{net})$$

Ats.: 150°

2t, 1 t

11.4. $\frac{\sin(x + 100\pi) - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)}.$

(2 taškai)

11.4		2	
	$\frac{\sin(x+100\pi)-2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x+11\pi)} = \frac{\sin x-2 \sin(-x)}{\operatorname{tg} x} =$	1	Už teisingai pritaikytą sinuso ir tangento periodą
	$= \frac{\sin x+2 \sin x}{\operatorname{tg} x} = 3 \sin x \cdot \frac{\cos x}{\sin x} = 3 \cos x.$ <i>Ats.: 3 cos x.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

11.4. Sprendimas

$$\frac{\sin(x + 100^\circ) - 2\sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11^\circ)} = \frac{\sin x - (-2\sin x)}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sin x + 2\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3\sin x}{\operatorname{tg} x}$$

1) $\sin(x + 100^\circ) = \sin x \cdot \cos 100^\circ + \cos x \cdot \sin 100^\circ = \sin x$

2) $2\sin(-x) = -2\sin x$

3) $\operatorname{tg}(x + 11^\circ) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 11^\circ}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 11^\circ} = \operatorname{tg} x$

Ats.: $\frac{3\sin x}{\operatorname{tg} x}$

1t, P

11.4. Sprendimas

$$\frac{\sin x \cdot \cos 100^\circ + \cos x \cdot \sin 100^\circ - 2\sin(-x)}{\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 11^\circ}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 11^\circ}} = \frac{\sin x + 2\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{3\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = 2\sin x \cos x$$

Ats.: $\sin(2a)$

1t, P

11.4. Sprendimas $100^\circ = \pi$
 $11^\circ = x$

$$\frac{-\sin x - 2\sin(x)}{\operatorname{tg}(x + 11^\circ)} = \frac{-\sin x + 2\sin(x)}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sin x}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sin x}{\frac{\sin x}{\cos x}} = \cos x$$

Ats.: ~~$\sin x$~~ $\cdot \cos x$

1t, A;

11.4. Sprendimas $\sin(x + 100^\circ) - 2\sin(-x) = \sin x + 2\sin x + 0 = \sin x + 2\sin x$
 $\operatorname{tg}(x + 11^\circ)$
 $\operatorname{tg} x + 0$

$$= \frac{(\sin x + 2\sin x) \cos x}{\sin x} = \frac{2\sin x \cos x + \sin x \cos x}{\sin x} = 2\sin x \cos x = \sin 2x$$

Ats.: $\sin 2x$

1t, P (0..1t)

11.4. Sprendimas
$$\frac{\sin(x + 100\pi) - 2\sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)} = \frac{\sin x \cdot \cos 100\pi + \cos x \cdot \sin 100\pi - 2\sin(-x)}{\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 11\pi}{1 - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} 11\pi}}$$

Ats.:

Ot. (0..1t)

16. Išspręskite lygtį $\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$.

(3 taškai)

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		3	
	$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0,$	1	Už teisingai pritaikytą dvigubo kampo sinuso formulę.
	$\sin \frac{x}{2} \left(2 \cos \frac{x}{2} - 5 \right) = 0,$	2	Po 1 tašką už kiekvieną teisingai išspręstą lygtį.
	$\sin \frac{x}{2} = 0,$ $\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$		
	$\cos \frac{x}{2} = 2,5.$ (sprendinių neturi).		
	<i>Ats.: $2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$</i>		

16. Sprendimas

(3)

$$\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} - 5 \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} (2 \cos \frac{x}{2} - 5) = 0$$

$$\sin \frac{x}{2} = 0 \text{ arba } 2 \cos \frac{x}{2} - 5 = 0$$

$$\cos \frac{x}{2} = 2,5$$

negali, nes $\cos x < 1$

$$\frac{x}{2} = \pi n$$

$$x = 2\pi n$$

Ats.: $2\pi n$

2t; nėra n priklauso Z

16. Sprendimas

(3)

$$\sin(x) = 5 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 5 \sin\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 5 \text{ arba } \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = 2,5$$

$\emptyset$

$$\frac{x}{2} = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ats.: $x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3t; (2-3t)

16. Sprendimas

(3)

$$\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$2 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} = 5 \sin \frac{x}{2} \quad | : \sin \frac{x}{2}$$

$$\cos \frac{x}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\cos \frac{x}{2} = 2,5$$

$$x = \emptyset$$

$$-1 \leq \cos \frac{x}{2} \leq 1$$

negali būti 2,5

Ats.: $\emptyset$

nėra
sprendimo

2t, 1t

(3)

16. Sprendimas

$$\sin x = 5 \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 45 \left(4 \cdot 5 \sin\left(\frac{1}{2}x \cdot 4\right) \right)$$

$$\sin x = 20 \left(20 \sin(2x) \right)$$

$$\sin x = 40 \sin x \cdot \cos x$$

$$\sin x - 40 \sin x \cdot \cos x = 0$$

$$\sin x (1 - 40 \cos x) = 0$$

$$1 - 40 \cos x = 0$$

$$40 \cos x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{40}$$

$$x = \pm \arccos \frac{1}{40} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ats.: $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $x = \pm \arccos \frac{1}{40} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

1t; $\sin x = 0$ neduodame (0..2t)

16. Sprendimas

$$\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$$

$$\sin x - 5 \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin x - 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin \frac{x}{2} = 0$$

$$\sin x - 5 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sin\left(\frac{x}{2} \cdot 2\right) = 0$$

$$\sin x - \frac{5}{2} \sin x = 0$$

$$-\frac{3}{2} \sin x = 0 \quad | : \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ats.: $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

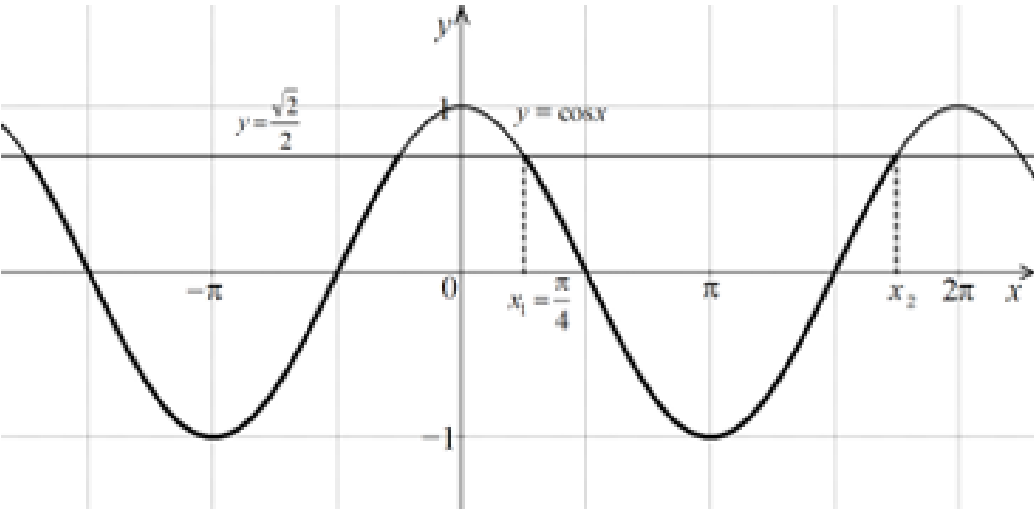
2t;

0t; klaidos supaprastino sprendimą (0..1t)

24. Išspręskite nelygybes:

24.1. $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2};$

(2 taškai)

Uzdevums	Aprēķinātājs	Pareizība	Punktu skaits
24		5	
24.1		2	
I būdas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ 		1	Už teisingai pasirinktā nelygības sprendimo strategiju.
$x_2 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4},$ $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$ Ats.: $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ (arba $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$).		1	Už gautā teisingā atsakymā.

III būdas

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0,$$

$$\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0,$$

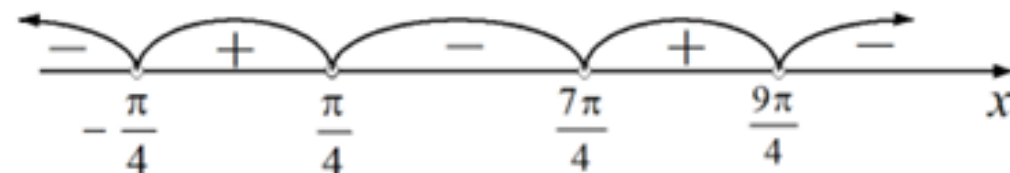
$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

1

Už teisingai pasirinktą nelygybės sprendimo strategiją.

$$\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$$



$$\text{Ats.: } \frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

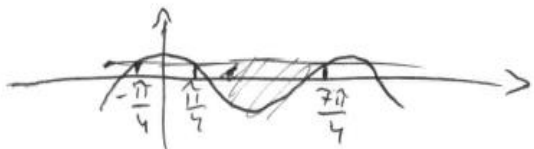
$$(\text{arba } x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}).$$

1

Už gautą teisingą atsakymą.

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $-\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4}$ (2)

$$x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{7\pi}{4} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}$$



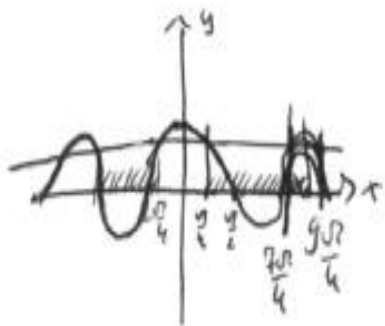
Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{7\pi}{4} + 2\pi n \right), n \in \mathbb{Z}$

1t

Iš brėžinio neaišku ar tai $y = \cos x$ grafikas.

Gal $y = 2\cos x$?

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$ $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ (2)



$$x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

1t

Iš brėžinio neaišku ar tai $y = \cos x$ grafikas.

Gal $y = 2\cos x$?

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0$$

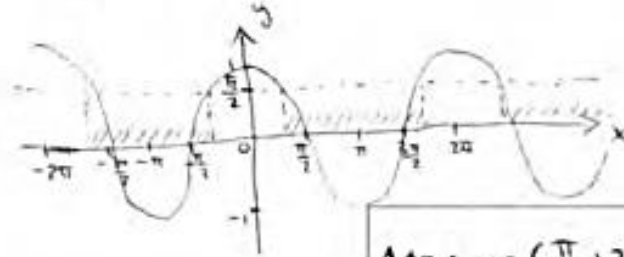
$$x = \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x > \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x > \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$\begin{cases} x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x > \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$$



$$\text{Ats.: } x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$$

1t

Net. nelygybės

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x \in \left(-\frac{7\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$$



$$\text{Ats.: } x \in \left(-\frac{7\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k\right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$$

1t (III būdo)

Grafikas netikslus

24.1.

Sprendimas

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

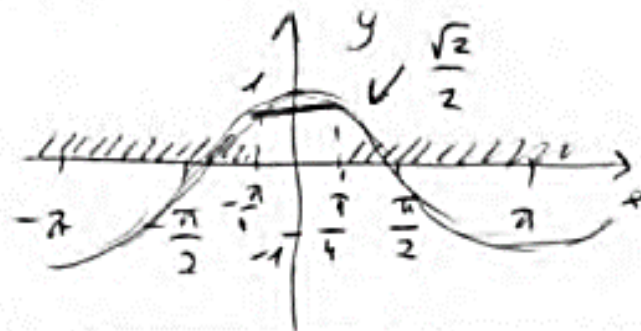
$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}$$

(2)

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{\pi}{4} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z} \\ x > \frac{\pi}{4} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{\pi}{4} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}) \cup (\frac{\pi}{4} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}; +\infty)$$

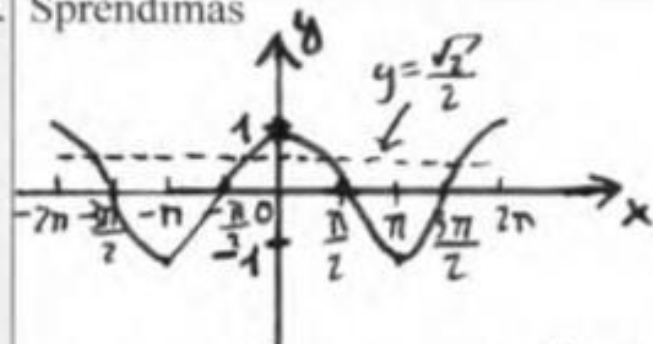


$$\text{Ats.: } x \in (-\infty; -\frac{\pi}{4} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}) \cup (\frac{\pi}{4} + 2\pi h, h \in \mathbb{Z}; +\infty)$$

1t (III būdo)
Grafikas nepilnas

24.1.

Sprendimas



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7 \quad \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x < \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ kai } x \in [-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k], k \in \mathbb{Z}$$

$$x < \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ kai } x \in \mathbb{R} \setminus [-\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{\pi}{4} + 2\pi k], k \in \mathbb{Z} \quad \text{ARBA} \quad \text{kai } x \in (\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x \in (\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$

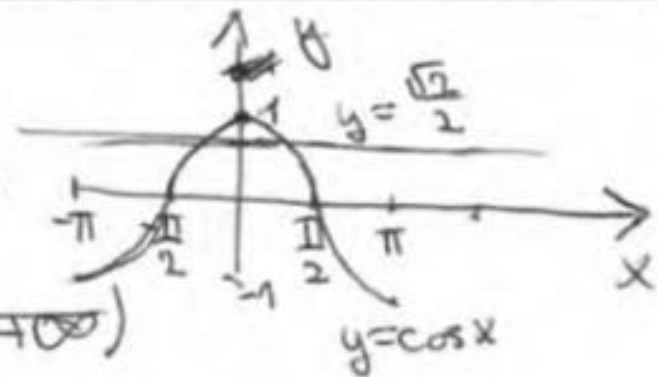
1t (I ar III būdo)
Ne $x < \dots$
O $\cos x < \dots$
Nors ats geras.

24.1. Sprendimas $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}) \cup (\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; +\infty)$$

$$x \in \mathbb{R} \setminus (-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z})$$



Ats.: $x \in \mathbb{R} \setminus (-\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z})$

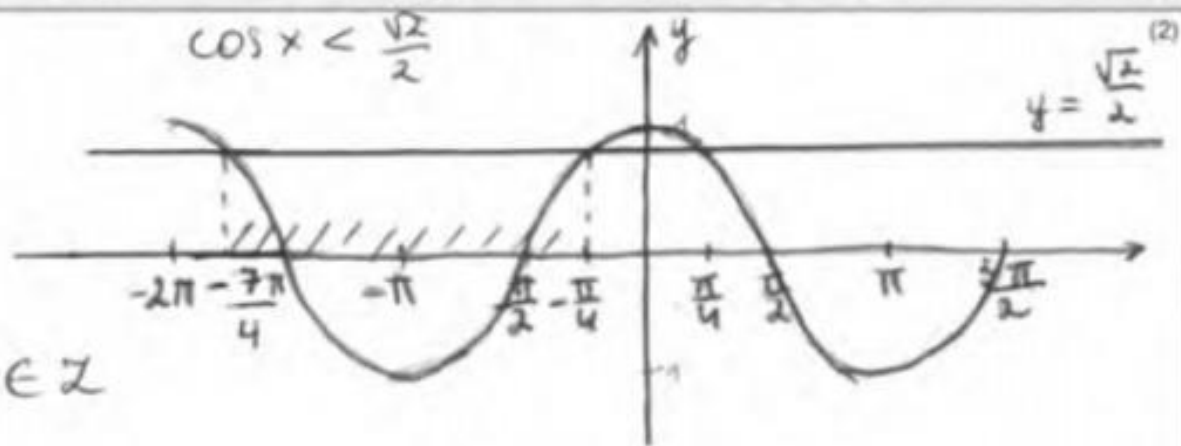
1t,
atviri int.

24.1. Sprendimas

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k; k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in (-\frac{7\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k); k \in \mathbb{Z}$$

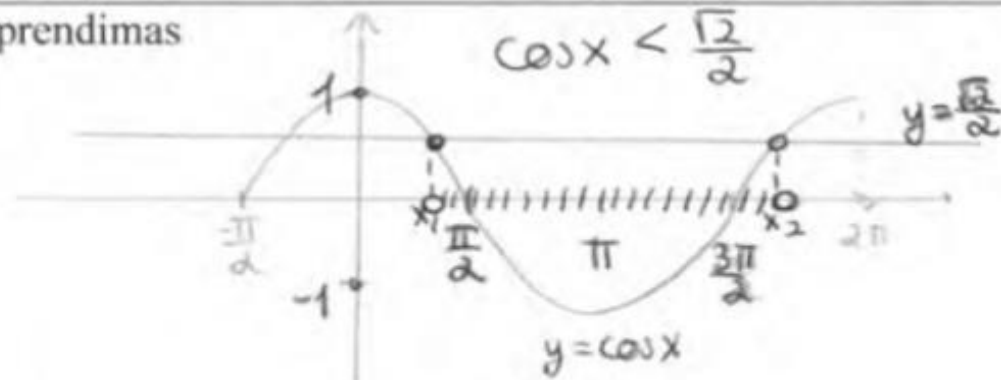


Ats.: $x \in (-\frac{7\pi}{4} + 2\pi k; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k); k \in \mathbb{Z}$

2t

24.1. Sprendimas

(2)



$$x_1 = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

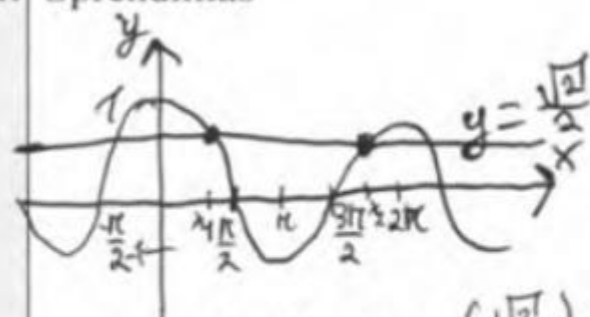
$$x_2 = \pi + \left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \pi + \frac{3\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right);$
 $k \in \mathbb{Z}$

2t

24.1. Sprendimas

(2)



$$x_1 = \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\pi}{4}$$

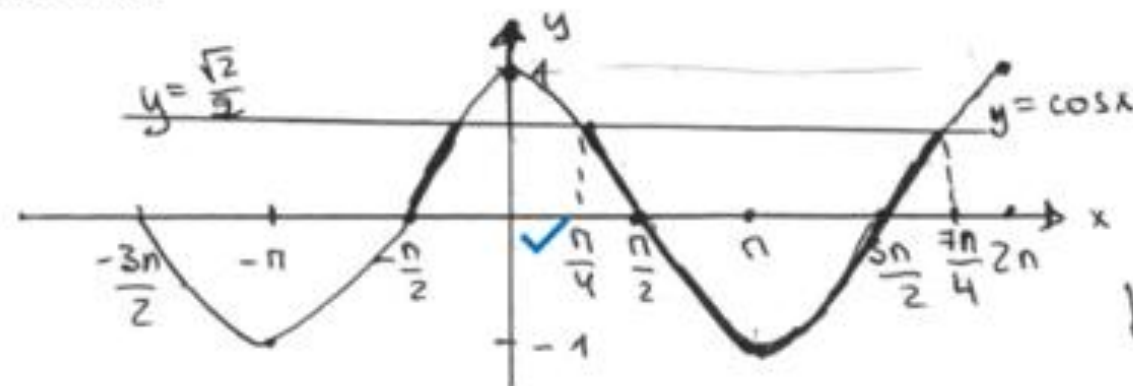
$$x_2 = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

2t

24.1. Sprendimas



$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{7\pi}{4} + \pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x \in \left(\frac{\pi}{4} + \pi k; \frac{7\pi}{4} + \pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

1t

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos x \in [-1; 1]$

(2)

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$2\pi - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{4}$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

1t,
III būdas nēra lygties

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

(2)

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

1t, III būdas

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

(2)

$$x < \pm \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x < \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k$$

$$x \in (-\infty; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k) \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x \in (-\infty; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$

0t,
III būdas, nēra lygties

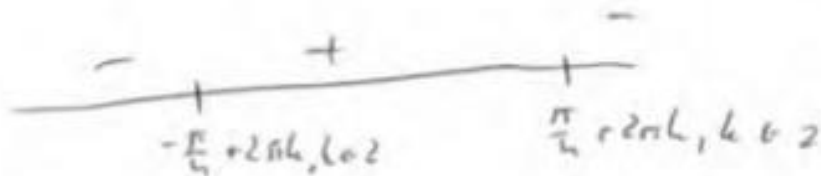
24.1. Sprendimas

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



Ats.: $x \in (-\infty; -\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}) \cup (\frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; +\infty)$

1t

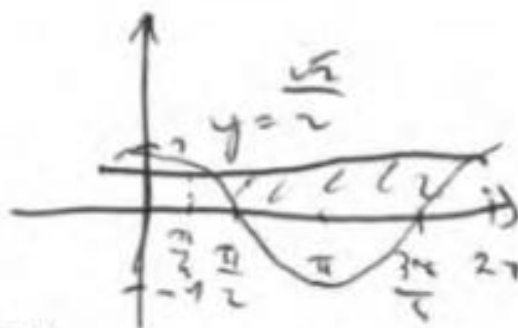
24.1. Sprendimas

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x \in (\frac{\pi}{4} + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$



Ats.: $x \in (\frac{\pi}{4} + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$

1t

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

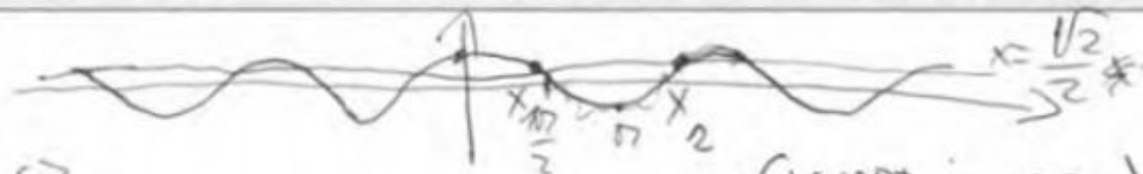
$$x = \pm \arccos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm 45^\circ + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$k=0 \Rightarrow x = \pm 45^\circ$$

$$k=1 \Rightarrow x_1 = 475^\circ, x_2 = 675^\circ \Rightarrow x \in (45^\circ + 2\pi k; 675^\circ + 2\pi k)$$

$$k=-1 \Rightarrow x_1 = -675^\circ, x_2 = -45^\circ$$



$$x \in (x_1 + 2\pi k; x_2 + 2\pi k)$$

$$x_1 = 45^\circ \text{ (pagal brėžinį)}$$

$$x_2 = 675^\circ$$

$$\text{Ats.: } x \in (45^\circ + 2\pi k; 675^\circ + 2\pi k)$$

2t

Grafikas netikslus;

III būdas

k priklauso Z nėra;

24.1. Sprendimas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

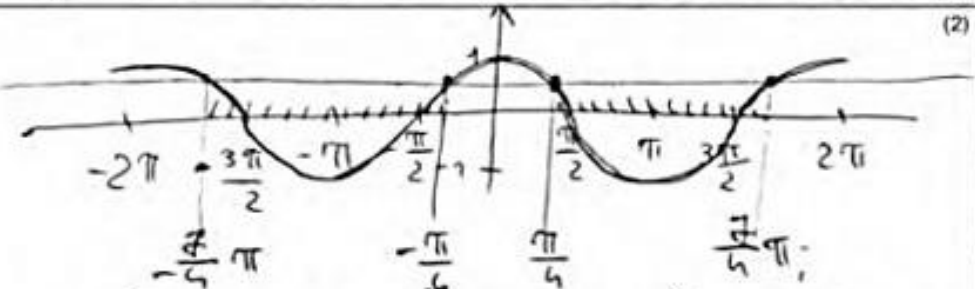
$$x = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$x = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z};$$

$$\text{kai } k=0, x_1 = \frac{\pi}{4}; x_2 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\text{kai } k=1, x_1 = 2\frac{1}{4}\pi; x_2 = \frac{7}{4}\pi;$$

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



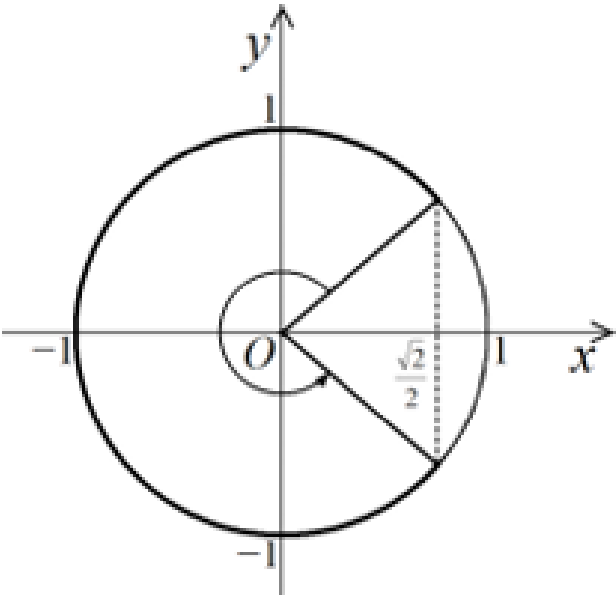
$$x \in (\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7}{4}\pi + 2\pi k), k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ats.: } x \in (\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7}{4}\pi + 2\pi k); k \in \mathbb{Z};$$

2t

Grafikas tikslus;

III būdas,

II būdas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$		1	Už teisingai pasirinktą nelygybės sprendimo strategiją.
$x_1 = \frac{\pi}{4},$ $x_2 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4},$ $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$ $\text{Ats.: } \frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ $(\text{arba } x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}).$		1	Už gautą teisingą atsakymą.

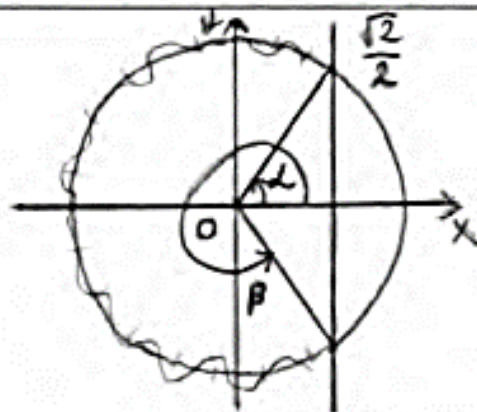
24.1. Sprendimas

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\alpha = \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\beta = 2\pi - \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7}{4}\pi$$

$$x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7}{4}\pi + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$



(2)

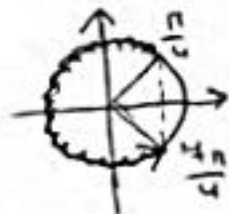
Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7}{4}\pi + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

2t;

24.1. Sprendimas

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$x < \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



$$x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7}{4}\pi + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

(2)

Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7}{4}\pi + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

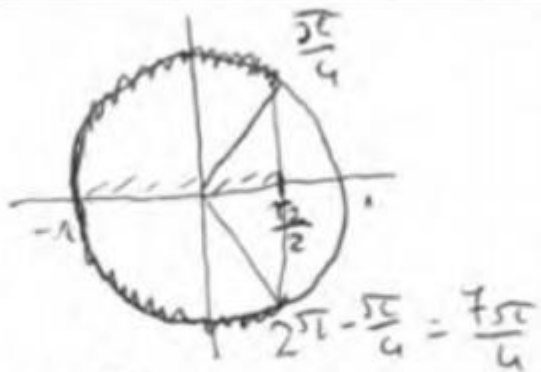
1t;
nelygybė
neteisinga

24.1. Sprendimas

(2)

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$



$$x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

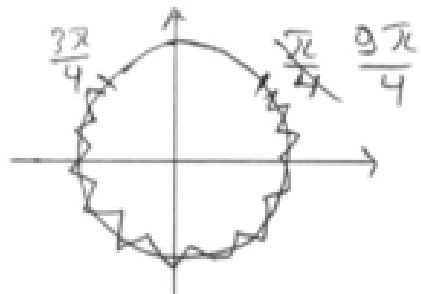
Ats.: $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k, \frac{7\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

2t;

24.1. Sprendimas

(2)

$$\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$x \in \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{9\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$$

Ats.: $x \in \left(\frac{3\pi}{4} + 2\pi k, \frac{9\pi}{4} + 2\pi k \right), k \in \mathbb{Z}$

1t už $\sin x < \dots$
sprendimą

Funkcijos, jų savybės (simetriškumas, funkcijos nuliai)

2025 bandomasis egzaminas. B lygis.

16. Duota funkcija $f(x) = 2x^2(x + 3)$.

16.1. Nustatykite taškų, kuriuose funkcijos $y = f(x)$ grafikas kerta Ox ašį, abscises (x koordinatas).

(2 taškai)

16.1		2	
	$2x^2(x + 3) = 0;$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą taškų, kuriuose grafikas kerta Ox ašį, abscisėms nustatyti.
	$2x^2 = 0$ arba $x + 3 = 0;$ $x_1 = 0, x_2 = -3.$ <i>Ats.:</i> $-3; 0.$	1	Už teisingai gautas x reikšmes.

16.1. Sprendimas

$$2x^2(x+3) = 0$$

$$2x^2 = 0 \quad \text{arba} \quad x+3 = 0$$

$$x = -3$$

Ats.: (-3)

1t p (1..2t)

16.1. Sprendimas

$$2x^2(x+3)=0$$

$$2x^3+6x^2=0$$

$$3x^2=0 \quad | :3$$

$$x^2=0$$

Ats.: $x=0$

1t; (0..1t)

25. Duota funkcija $f(x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^x}$, $x \in \mathbf{R}$.

25.1. Nustatykite, kokia yra funkcija $y = f(x)$: lyginė²³, nelyginė²⁴ ar nei lyginė, nei nelyginė.
Atsakymą pagrįskite.

(2 taškai)

25		4	
25.1		2	
	$f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} =$		Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	$= \frac{1}{2024^x} - 2024^x = -\left(-\frac{1}{2024^x} + 2024^x\right) = -f(x).$	1	Už pagrindimą, kad funkcija yra nelyginė.
	Ats.: Funkcija $y = f(x)$ yra nelyginė.		

25.1**2 taškai**

- Jei parašyta teisinga funkcijos $f(-x)$ išraiška, skiriame pirmąjį tašką
- Jei parašyta $f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} = \frac{1}{2024^x} - 2024^x = -f(x)$, skiriamas antrasis taškas
- Jei parašyta $f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} = -f(x)$, neskiriamas antrasis taškas
- Jei parašyta $f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} = \frac{1}{2024^x} - 2024^x$, neskiriamas antrasis taškas

Sprendimas

lyginė $f(x) = f(-x)$

nelyginė $f(x) = -f(x)$

$$f(1) = 2024 - \frac{1}{2024} = 2023,999506 \Rightarrow f(x) = -f(x)$$

$$f(-1) = \frac{1}{2024} - 2024 = -2023,999506$$

Ats.: nelyginė

0

Nagrinėjamas
atskiras atvejis

Sprendimas

$$f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}}$$

$$f(1) = 2024^1 - \frac{1}{2024^1} = 2024 - \frac{1}{2024}$$

$$f(-1) = 2024^{-1} - \frac{1}{2024^{-1}} = \frac{1}{2024} - 2024 \leftarrow \text{pasikeitė abu}$$

ženklai, vadinasi bus nelyginė

☐ Įrodyta

Ats.: nelyginė

1

Pirmasis

Sprendimas $f(x) = \frac{2024^x \cdot 2024^x}{1} - \frac{1}{2024^x} = \frac{2024^{2x} - 1}{2024^{2x}}$ $f(-x) = \frac{2024^{-x} \cdot 2024^{-x}}{1} - \frac{1}{2024^{-x}} = \frac{2024^{-2x} - 1}{2024^{-2x}}$ Ats.: Neį lyginė nei nelyginė	1	Pirmasis
Sprendimas $f(-x) = f(x) - \text{lyginė}$ $2024^x - \frac{1}{2024^x} = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}}$ $2024^x - 2024^{-x} \neq 2024^{-x} - 2024^x$ netinka $f(-x) = -f(x) \text{ nelyginė}$ $2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} = -2024^x + 2024^x$ $2024^{-x} - 2024^x = -2024^x + 2024^x$ ⇓ funkcija nelyginė Ats.: nelyginė	1	pirmasis

Sprendimas

$$f(x) = 2024^x - \frac{1}{2024^x}$$

$$f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} = \frac{1}{2024^x} - 2024^x = -\left(2024^x - \frac{1}{2024^x}\right) = -f(x)$$

⇓

$$f(-x) = -f(x)$$

⇓

$f(x)$ yra nelyginė funkcija

Ats.: $f(x)$ yra nelyginė funkcija

2

Atpažįstama
perrašymo klaida

Sprendimas

$$f(-x) = 2024^{-x} - \frac{1}{2024^{-x}} = \frac{1}{2024^x} - 2024^x ; \quad \cancel{f(-x) = f(x)} \quad f(-x) = -f(x), \text{ todėl}$$

funkcija nelyginė

Ats.: $y = f(x)$ - nelyginė

2

Sprendimas

$$f(x) = 2024^x - \frac{1}{2024^x}$$

$$f(-x) = \frac{1}{2024^x} - 2024^x \neq f(x)$$

$$-f(x) = -\left(\frac{1}{2024^x} - 2024^x\right) = 2024^x - \frac{1}{2024^x} = f(x)$$

Ats.: *neįgytinė*

2

Sprendimas

$$f(x) = 2024^x - 2024^{-x}$$

$$f(-x) = 2024^{-x} - 2024^x$$

$$\frac{f(x)}{f(-x)} = \frac{2024^x - 2024^{-x}}{-2024^x + 2024^{-x}} = -1$$

*neįgytinė, nes funkcija su priešingais argumentais
veiksmas irgi priešingai*

Ats.: *neįgytinė*

2

Funkcijų išvestinės funkcijos ir jų taikymai

Vertinimo gairės

Pagrindimas, kad funkcija įgyja didžiausią/mažiausią reikšmę gautame kritiniame taške.

Pastaba: sąlygoje turi būti nurodyta funkcijos apibrėžimo sritis. Jeigu apibrėžimo sritis nenurodyta, ją mokinys turi nustatyti. Jeigu apibrėžimo sritis atviras intervalas, turi būti aiškios išvestinės reikšmės nurodytuose intervaluose:

- skaičių tiesėje pažymėti ženklai $+/-$
ir/arba
- apskaičiuotos išvestinės reikšmės intervalų taškuose

Jeigu apibrėžimo sritis uždaras intervalas mokinys gali rinktis nagrinėti:

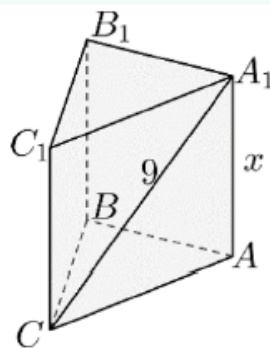
- išvestinės reikšmės intervalo galuose ir kritiniuose taškuose;
arba
- intervalą kaip atvirą.

(Šis žingsnis vertinamas tašku, todėl praleisti pagrindimo negalima)

Vertinimo gairės

Taisyklingosios trikampės prizmės $ABCA_1B_1C_1$ tūris apskaičiuojamas pagal formulę

$V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (81x - x^3)$; čia x yra prizmės aukštinės AA_1 ilgis, $x \in (0; 9)$. Nustatykite x reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę. (4 taškai)

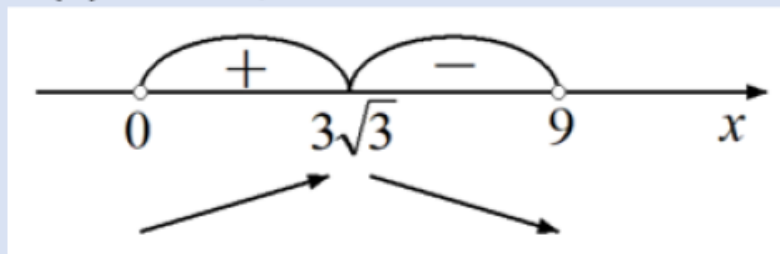


Teisingas sprendimas

1 pvz. Neparodyta grafike kur funkcija, kur išvestinė, tačiau parodyta, kad būtent išvestinės reikšmės skaičiavo.

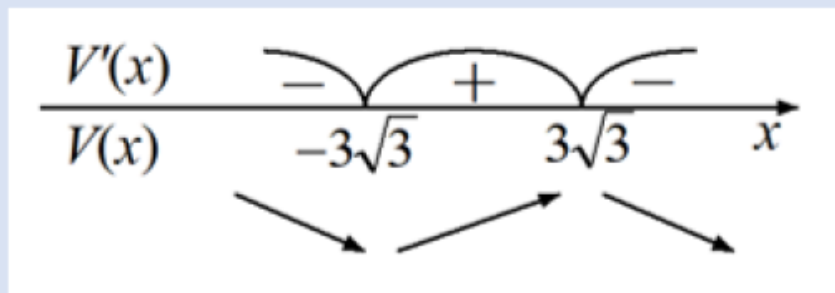
$$V'(1) = 19,5\sqrt{3} > 0$$

$$V'(8) = -27,75\sqrt{3} < 0$$



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

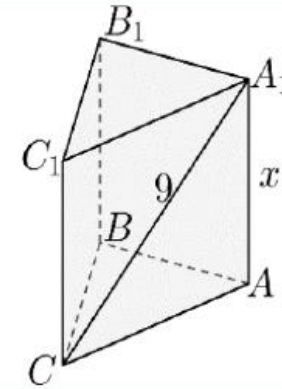
2 pvz.



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $x \in (0; 9)$.

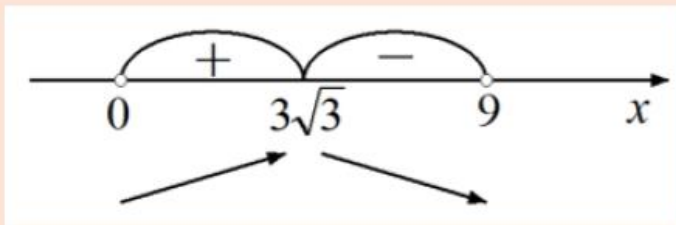
Vertinimo gairės

Taisyklingosios trikampės prizmės $ABCA_1B_1C_1$ tūris apskaičiuojamas pagal formulę $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(81x - x^3)$; čia x yra prizmės aukštinės AA_1 ilgis, $x \in (0; 9)$. Nustatykite x reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę. (4 taškai)



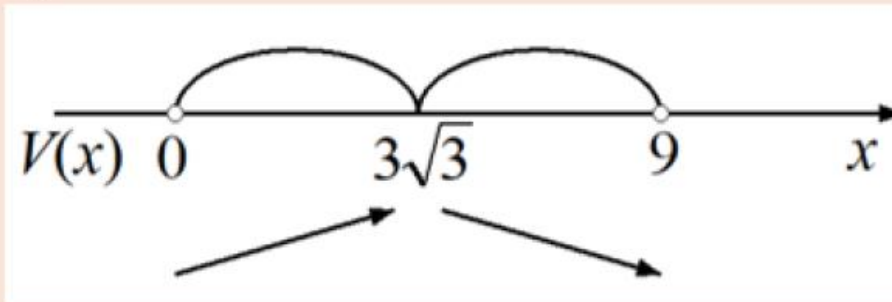
Grubios klaidos

1 pvz. Neparodyta grafike kur funkcija, kur išvestinė



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

2 pvz.



$x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

15. Įmonė per mėnesį pagamina x tonų produkcijos. Šios produkcijos gamybos išlaidos (eurais) apskaičiuojamos pagal formulę $I(x) = 200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3$; $x \in [0; 60]$.

15.1. Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė 3 tonas produkcijos. Apskaičiuokite įmonės gamybos išlaidas per šį mėnesį.

(1 taškas)

15.2. Įmonės pajamos, pardavus vieną toną produkcijos, yra 9900 eurų.

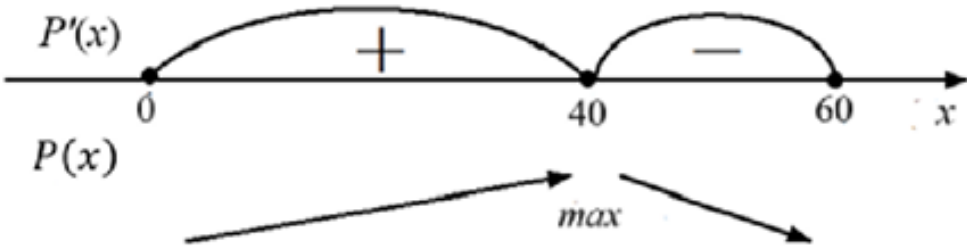
Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė x tonų produkcijos. Parodykite, kad vieno mėnesio įmonės pelnas ($\text{pelnas} = \text{pajamos} - \text{išlaidos}$) eurais lygus $P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x$.

(1 taškas)

15		5	
15.1		1	
	$I(3) = 200 \cdot 3^2 + 300 \cdot 3 - \frac{4}{3} \cdot 3^3 = 2664.$ <i>Ats.: 2664 Eur (arba 2664).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
15.2		1	
	Jei per mėnesį pagaminama ir parduodama x tonų produkcijos, tai pelnas: $P(x) = 9900x - \left(200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3\right) =$ $= \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x.$	1	Už gautą teisingą pelno išraišką.

15.3. Nustatykite, kiek tonų produkcijos reikia pagaminti per mėnesį, kad ją pardavus įmonės mėnesio pelnas būtų didžiausias.

(3 taškai)

15.3		3	
	$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600.$	1	Už teisingai apskaičiuotą išvestinę.
	$4x^2 - 400x + 9600 = 0,$ $x = 40, x = 60.$	1	Už kritinių taškų suradimą.
	 Ats.: 40 tonų (arba 40).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

15.3. Sprendimas

$$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600$$

$$4x^2 - 400x + 9600 = 0$$

$$D = 6400$$

$$x_{1,2} = \frac{400 \pm 80}{8} = \begin{matrix} 40 \\ 60 \end{matrix}$$

$$P'(x) \begin{matrix} + & 0 & - \end{matrix} \rightarrow x$$

$$P(x) \begin{matrix} \nearrow & 40 & \searrow \\ & \text{max} & \end{matrix}$$

$$P'(30) = +$$

$$P'(50) = -$$

Ats.: 40

3 t

15.3. Sprendimas $P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x$

$$P'(x) = 4x^2 - 400x + 9600$$

Krit. t.:

$$4x^2 - 400x + 9600 = 0 \quad / : 4$$

$$x^2 - 100x + 2400 = 0$$

$$D = 10000 - 4 \cdot 1 \cdot 2400 = 400$$

$$x_1 = \frac{100 - 20}{2} = 40 \quad x_2 = \frac{100 + 20}{2} = 60$$

$$P'(x) \begin{matrix} & \text{max} & & \text{min} \\ & \cdot & & \cdot \\ \hline & & & \end{matrix} \rightarrow x$$

$$P(x) \begin{matrix} \nearrow & 40 & \searrow & 60 & \nearrow \end{matrix}$$

$$x_{\text{max}} = 40$$

Ats.: $x = 40$ (t.)

2 t;

P; A

15.3. Sprendimas

$$P(40) = \frac{448000}{3} \approx 149333,33...$$

$$P(60)_{\text{max tikin}} = 144000$$

$$P(30) = 1444000$$

$P(40)$ didžiausias

Ats.: 40 tonų

$$P(50) = 146666,66...$$

$$P(39) = 149292$$

$$P(41) = 149294,66...$$

0 t (1-2t)

15.3. Sprendimas

$$P'(x) = 0$$

$$4x^2 - 400x + 9600 = 0$$

$$x^2 - 100x + 2400 = 0$$

$$x = \frac{100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2400}}{2}$$

$$x = \frac{100 \pm \sqrt{400}}{2}$$

$$x = \frac{100 \pm 20}{2} = 50 \pm 10 = [40, 60]$$

$$P(0) = 0$$

$$P(40) = \frac{4}{3} \cdot 40^3 - 200 \cdot 40^2 + 9600 \cdot 40 = 149333\frac{1}{3} \text{ didžiausias}$$

$$P(60) = \frac{4}{3} \cdot 60^3 - 200 \cdot 60^2 + 9600 \cdot 60 = 144000$$

Ats.: 40

2 t (0-3 t)

13. Ūkininkas ketina stačiakampio formos 64 m^2 plotą aptverti tvora ir įrengti aptvarą vištoms.



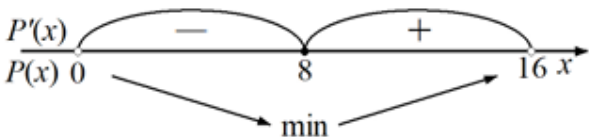
13.1. Vienos aptvaro kraštinės ilgį pažymėję x metrų (žr. pav.), parodykite, kad aptvaro perimetras (tvoros ilgis) metrais išreiškiamas formule $P(x) = 2x + 128x^{-1}$ (čia $0 < x < 16$).

(2 taškai)

13.1		2	
	Tegul aptvaro kraštinių ilgiai yra x ir y . Tada $x \cdot y = 64$, $y = \frac{64}{x}$.	1	Už aptvaro kraštinių ilgių išreikšimą per x .
	$P(x) = 2x + 2y = 2x + 2 \cdot \frac{64}{x} = 2x + \frac{128}{x} =$ $= 2x + 128x^{-1}$.	1	Už gautą teisingą $P(x)$ išraišką.

13.2. Parodykite, kad aptvaro perimetras yra mažiausias, kai $x = 8$ m.

(2 taškai)

13.2		2	
	$P'(x) = 2 - \frac{128}{x^2} = 0;$ $2x^2 - 128 = 0,$	1	Už teisingai rastą išvestinę ir prilygintą nuliui.
	$x_1 = -8$ (netinka), $x_2 = 8$.  $x_{\min} = 8.$	1	Už teisingai surastą x reikšmę, su kuria išvestinė lygi nuliui ir pagrindimą, kad su šia reikšme aptvaro perimetras yra mažiausias.

13.1. Sprendimas

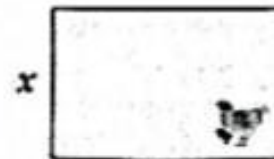
$$p'(x) = 2 - 128x^{-2}$$

$$\text{nuliniai: } 2 - 128x^{-2} = 0$$

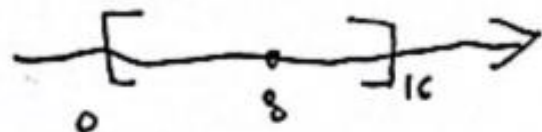
$$128x^{-2} = -2 \quad | \cdot (-128)$$

$$x^{-2} = \frac{1}{64}$$

$$x_1 = \sqrt[2]{\frac{1}{64}} = 8 \quad ; \quad x_2 = -\sqrt[2]{\frac{1}{64}} = -8 \text{ (netinku)}$$



13.2. Sprendimas



kai $x = 0$ tai

$$2 - 128 \cdot 0^{-2} = 2$$

kai $x = 8$ tai

$$2 - 128 \cdot 8^{-2} = 0$$

kai $x = 16$ tai

$$2 - 128 \cdot 16^{-2} = \frac{3}{2}$$

$$f_{\min} = 0$$

$[0; 16]$

1 t; P

16.2. Parodykite, kad $f'(x) = 6x^2 + 12x$.

(2 taškai)

16.2		2	
	$f(x) = 2x^3 + 6x^2;$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą išvestinei apskaičiuoti (teisingai pertvarkytą funkciją aprašantį reiškinį).
	$f'(x) = (2x^3 + 6x^2)' = 2 \cdot 3x^2 + 6 \cdot 2x = 6x^2 + 12x.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

16.2. Sprendimas

$$f(x) = 2x^3(x+3)$$

$$f^2(x) = 2x^3 + 6x^2$$

$$f'(x) = 6x^2 + 12x$$

2 t

16.2. Sprendimas

$$f(x) = 2x^3(x+3) = 2x^3 + 6x^2$$

$$f'(x) = 2 \cdot 3x^2 + 6 \cdot 2x = 6x^2 + 12x$$

2 t

16.2. Sprendimas

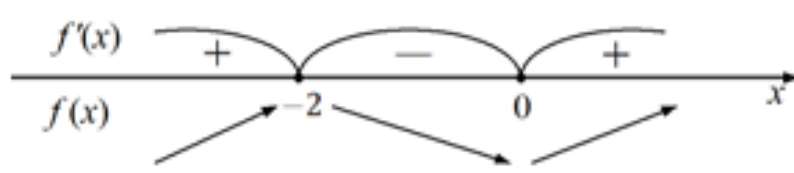
$$f(x) = 6x^2 + 12x$$

$$f'(x) = 12x + 12$$

0 t

16.3. Nustatykite funkcijos $y = f(x)$ reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalus.

(2 taškai)

16.3		2	
	$f'(x) = 0;$ $6x^2 + 12x = 0,$ $6x(x + 2) = 0,$ $x_1 = -2, \quad x_2 = 0.$	1	Už teisingai gautus kritinius taškus.
	 <i>Ats.:</i> funkcijos reikšmės didėja intervaluose $(-\infty; -2)$ ir $(0; +\infty)$, mažėja intervale $(-2; 0)$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

16.3. Sprendimas $f'(x) = 6x^2 + 12x$ (2) 16

$$6x^2 + 12x = 0$$

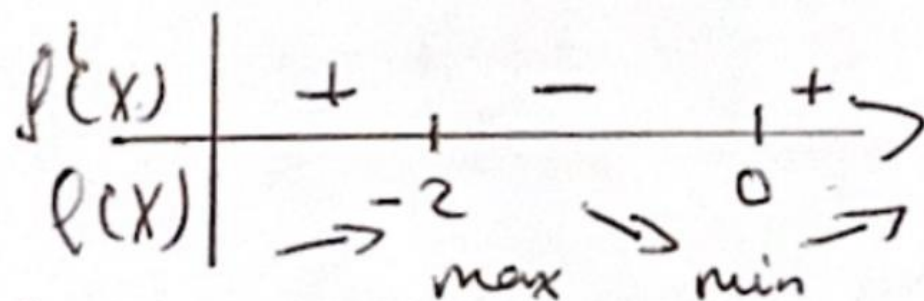
$$x(6x + 12) = 0$$

$$x = 0$$

$$6x + 12 = 0$$

$$6x = -12 : 6$$

$$x = -2$$



Didėjimo intervalai: $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

Mažėjimo intervalai: $x \in (-2; 0)$

Didėjimo intervalai: $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
Ats.: $\cup (0; +\infty)$; Mažėjimo intervalai

2 t (1 t)

- **5.5. Klaidomis nelaikomi užrašai** ([pavyzdžiai pateikti 8.5. punkte](#))
- Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir/arba naudojami skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.
- Klaidos, kurios atsiranda jei mokinys įvertinęs uždavinio kontekstą, bet to nenurodęs, pasirenka teisingą atsakymą.
- Kvadratinės lygties neigiamo sprendinio neužrašymas realaus turinio ir/arba geometriniuose uždaviniuose nėra laikomas klaida.
- Sprendžiant trigonometrines lygtis ar nelygybes bent vieną kartą sprendime ir/ar atsakyme būtina nurodyti, kad $k \in \mathbb{Z}$. Šios sąlygos nenurodymas kiekviename lygties/nelygybės sprendimo žingsnyje nėra laikomas klaida.
- Intervalų sąjunga rašoma be sąjungos ženklo, didėjimo mažėjimo intervalai su sąjungos ženklu ar uždariais galais nelaikoma klaida.
- Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui (trupmenai).
- Praleista nereikšminga sprendimo dalis (**jei ji nevertinama atskiru tašku**).

18. Funkcijos $f(x) = x^3 + x^2 - 3x + 4$ grafiko liestinės krypties koeficientas $k = 5$. Nustatykite liestinės ir funkcijos $y = f(x)$ grafiko lietimosi taškų abscises, t. y. x koordinates.

(3 taškai)

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		3	
	$f'(x) = 3x^2 + 2x - 3,$	1	Už teisingą funkcijos išvestinę.
	$3x^2 + 2x - 3 = 5,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$3x^2 + 2x - 8 = 0,$ $x = -2$ arba $x = 1\frac{1}{3}.$ <i>Ats.: $x = -2; x = 1\frac{1}{3}.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

18. Sprendimas $y = f'(x_0) \cdot |x - x_0| + f(x_0)$

Gratiuos verta 0x atž., kai $y=0$
 $x_0=0$

$$f(x_0) = 0^3 + 0^2 - 3 \cdot 0 + 4 = 4$$

$$f'(x_0) = 3x^2 + 2x - 3 \cdot 1 = 3x^2 + 2x - 3$$

$$f'(x_0) = 3 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

$$y = -3 \cdot |x - 0| + 4 = -3x + 4$$

$$-3x + 4 = 0$$

$$-3x = -4 : -3$$

$$x = \frac{4}{3}$$

Ats.: $x = \frac{4}{3}$

18. Sprendimas

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$f(x_0) = f(5) = 5^3 + 5^2 - 3 \cdot 5 + 4 = 139$$

$$f'(x_0) = (x^3)' + (x^2)' - (3x)' + (4)' = 3x^2 + 2x - 3 + 0 \quad a = 3 \quad b = 2 \quad c = -3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad \Delta = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 40 (2\sqrt{10})$$

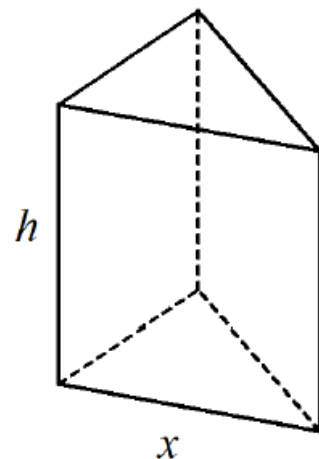
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \quad x_1 = \frac{-2 + 2\sqrt{10}}{2 \cdot 3} = \frac{-1 + \sqrt{10}}{3}$$

$$x_2 = \frac{-2 - 2\sqrt{10}}{2 \cdot 3} = -\frac{1 + \sqrt{10}}{3}$$

Ats.: -5 ; $-\frac{3}{4}$

1 t: P (0 t)

- 23.** Paveiksle pavaizduotos stačiosios prizmės pagrindas yra lygiakraštis trikampis. Šios prizmės tūris lygus 54. Pažymėkime prizmės pagrindo kraštinės ilgį x , o prizmės aukštinės ilgį h .



- 23.1.** Išreikškę šios prizmės aukštinės ilgį h per x , parodykite, kad prizmės viso paviršiaus plotą galima

apskaičiuoti pagal formulę $S(x) = \frac{x^2\sqrt{3}}{2} + \frac{216\sqrt{3}}{x}$; čia $x > 0$.

(3 taškai)

- 23.2.** Išspręskite lygtį $S'(x) = 0$.

(2 taškai)

- 23.3.** Įrodykite, kad duotosios prizmės viso paviršiaus plotas su bet kuria jos pagrindo kraštinės ilgio x reikšme yra ne mažesnis kaip $54\sqrt{3}$.

(2 taškai)

23.2		2	
	$\left(\frac{x^2\sqrt{3}}{2} + \frac{216\sqrt{3}}{x} \right)' = x\sqrt{3} - \frac{216\sqrt{3}}{x^2},$	1	Už teisingai gautą išvestinę.
	$\frac{x^3\sqrt{3} - 216\sqrt{3}}{x^2} = 0 \Rightarrow x^3 = 216 \Rightarrow x = 6.$ <i>Ats.: $x = 6.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

23.2. Sprendimas (2)

$$f'(x) = 0 \quad f'(x) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + \frac{216\sqrt{3}}{x} \right)' = \sqrt{3}x - \frac{216\sqrt{3}}{x^2} = 0$$

$$\sqrt{3}x = \frac{216\sqrt{3}}{x^2}$$

$$\sqrt{3}x^3 = 216\sqrt{3}$$

$$x^3 = 216$$

$$x = 6$$

Ats.: $x = 6$

2t

Pastaba: Spręsdamas lygtį dauginu iš x ir neparašau, kad $x \neq 0$. Bet sąlygoje pasakyta, kad x – kraštinės ilgis.

23.2. Sprendimas

$$S(x) = \frac{x^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{216\sqrt{3}}{x}$$

$$S'(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2x}{2} + 216\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$\frac{x\sqrt{3}}{2} + 216\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 0 \quad x + 108 \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 0$$

$$x\sqrt{3} + 108\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 0 \quad x^3 - \frac{108}{x^2} = 0$$

$$x^3 - 108 = 0$$

$$x^3 = 108$$

$$x = \sqrt[3]{108}$$

Ats.: $x = \sqrt[3]{108}$

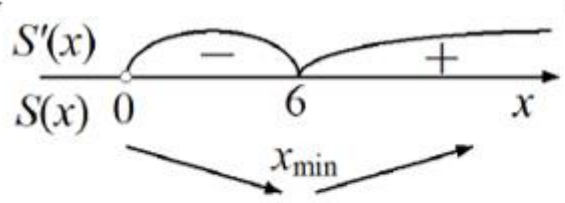
1t
(antras)

Pastaba: Išvestinė skaičiuota ne tos funkcijos, bet teisingai išsprendžia trečio ir aukštesnio laipsnio lygtį.

23.2.	Sprendimas $S'(x) = \frac{(x^2 \cdot \sqrt{3})^2 \cdot 2}{4} + \frac{(-216\sqrt{3})}{x^2}$ $S'(x) = \frac{(x^2)^1 \cdot \sqrt{3} + x^2 \cdot (\sqrt{3})^1}{4} - \frac{216\sqrt{3}}{x^2}$ $S'(x) = \frac{2x \cdot \sqrt{3}}{4} - \frac{216\sqrt{3}}{x^2}$ $\frac{2x^3\sqrt{3} - 864\sqrt{3}}{4x^2} = 0 \quad 4x^2 \neq 0 \quad x \neq 0 \quad (2)$ $2x^3\sqrt{3} - 864\sqrt{3} = 0$ $2x^3\sqrt{3} = 864\sqrt{3} \quad : \sqrt{3}$ $2x^3 = 864 \quad : 2$ $x^3 = 432$ $x = \sqrt[3]{432} = 6\sqrt[3]{2}$ Ats.: $6\sqrt[3]{2}$	1t (antras)
	Pastaba: Išvestinė paskaičiuota blogai, bet teisingai išsprendžia trečio ir aukštesnio laipsnio lygtį.	

23.2.	Sprendimas $S'(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x^2 + 216\sqrt{3} \cdot \frac{1}{x} = \sqrt{3}x + 216\sqrt{3} \cdot x^{-1} = \sqrt{3}x - \frac{216\sqrt{3}}{x^2}$ Ats.: $S'(x) = \sqrt{3}x - \frac{216\sqrt{3}}{x^2}$	0t
	Pastaba: Funkcija prilyginta funkcijos išvestinei.	

23.3. Įrodykite, kad duotosios prizmės viso paviršiaus plotas su bet kuria jos pagrindo kraštinės ilgio x reikšme yra ne mažesnis kaip $54\sqrt{3}$.

23.3		2	
		1	Už teisingą pagrindimą, kad $x = 6$ yra minimumo taškas.
	Funkcija $S(x)$ įgyja mažiausią reikšmę, kai $x = 6$. $S_{\min} = S(6) = \frac{6^2\sqrt{3}}{2} + \frac{216\sqrt{3}}{6} = 18\sqrt{3} + 36\sqrt{3} = 54\sqrt{3},$ todėl $S(x) \geq S(6)$ su visomis $x > 0$ reikšmėmis. Taigi $S(x) \geq 54\sqrt{3}$.	1	Už teisingą pagrindimą.

23.3.

Irodymas

(2)

$$f'(x) = 0,$$

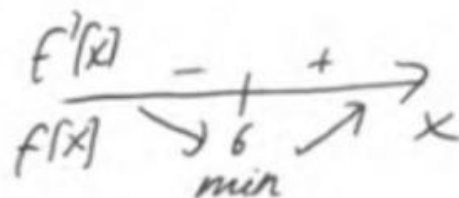
$$x = 6.$$

$$\text{Kai } x = 6$$

$$f(6) = \frac{6^2 \sqrt{3}}{2} + \frac{2 \cdot 16 \sqrt{3}}{6} = \frac{36 \sqrt{3}}{2} + \frac{2 \cdot 16 \sqrt{3}}{6} = 18 \sqrt{3} + 36 \sqrt{3} = 54 \sqrt{3}$$

$$f(x)_{\min} = f(6) = 54 \sqrt{3}.$$

~~Tai yra $x = 6$ yra $f(x)$ minimumas~~

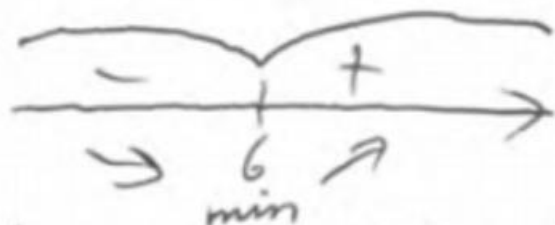


2t

23.3.

Irodymas

$$S'(x) = 0, \text{ kai } x = 6$$



$$f_{\min} = f(6) = \frac{6^2\sqrt{3}}{2} + \frac{2 \cdot 16\sqrt{3}}{6} = 54\sqrt{3}$$

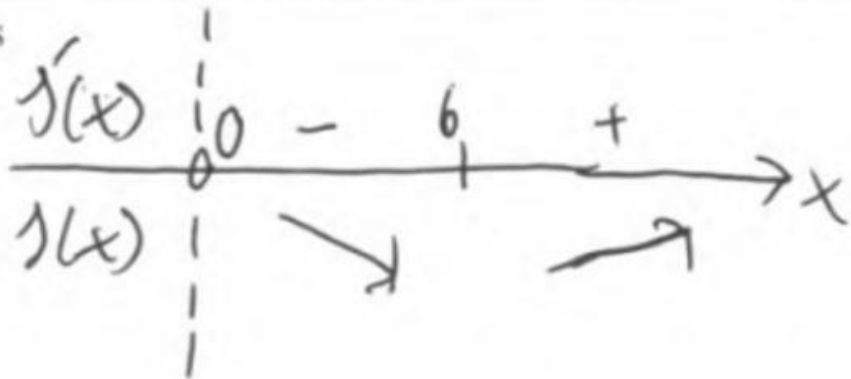
godyta

1t

(antras)

23.3.

Irodymas



(2)

$f(6)$ - minimumo taškas

$$f(6) = \frac{6^2\sqrt{3}}{2} + \frac{276\sqrt{3}}{6} =$$

$$= 54\sqrt{3}$$

1t
(pirmas)

Pastaba: Jeigu lygtis $S'(x) = 0$ sprendžiama 23.3. dalyje, tai už teisingą jos sprendimą skiriamas taškas 23.2. dalyje, bet tuo atveju 23.2. atsakymų langelis turi būti tuščias arba jame turi būti teisingas atsakymas.

21. Duota funkcija $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + 4$.

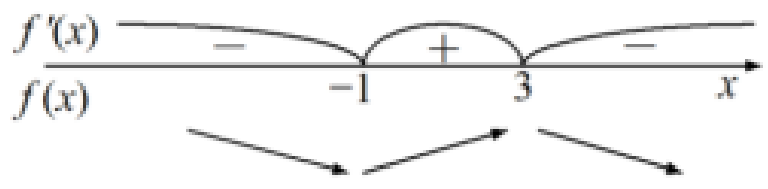
B→21.1. Raskite šios funkcijos išvestinę $f'(x)$.

(1 taškas)

Juodraštis

B→21.2. Nustatykite x reikšmes, su kuriomis funkcijos $y = f(x)$ reikšmės mažėja.

(3 taškai)

21		8	
21.1		1	
	<i>Ats.:</i> $f'(x) = -3x^2 + 6x + 9$.	1	Už teisingą išvestinę.
21.2		3	
	$f'(x) = -3x^2 + 6x + 9 = 0$,	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz., funkcijos išvestinės prilyginimą nuliui)
	$x^2 - 2x - 3 = 0$, $x = -1$ arba $x = 3$.	1	Už teisingus kritinius taškus.
		1	Už gautą teisingą atsakymą.
	<i>Ats.:</i> $x \in (-\infty; -1), (3; +\infty)$.		

21.2. Sprendimas

(3)

$$\begin{aligned}
 -3x^2 + 6x + 9 &= 0 \quad | : (-3) \\
 x^2 - 2x - 3 &= 0 \\
 D: 4 + 12 &= \sqrt{16} = 4 \\
 x_1 &= \frac{2 - 4}{2} = -1 \\
 x_2 &= \frac{2 + 4}{2} = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c}
 (-\infty; -1) & -1 & (1; 3) & 3 & (3; +\infty) \\
 f'(x) & + & 0 & - & 0 & + \\
 f(x) & \nearrow & & \searrow & & \nearrow
 \end{array}$$

Ats.: $(-1; 3)$

1 t; P

21.2. Sprendimas $f'(x) = -3x^2 + 6x + 9$

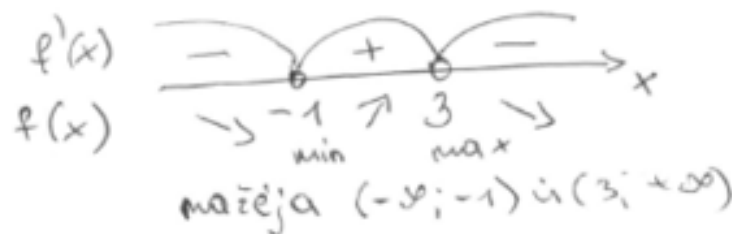
(3)

$$-3x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$D = 6^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 9 = 144$$

$$x_1 = \frac{-6 - 12}{2 \cdot (-3)} = 3 \quad x_2 = -1$$

$$f'(4) = -15 \quad f'(-1) = 15 \quad f'(-3) = -9$$

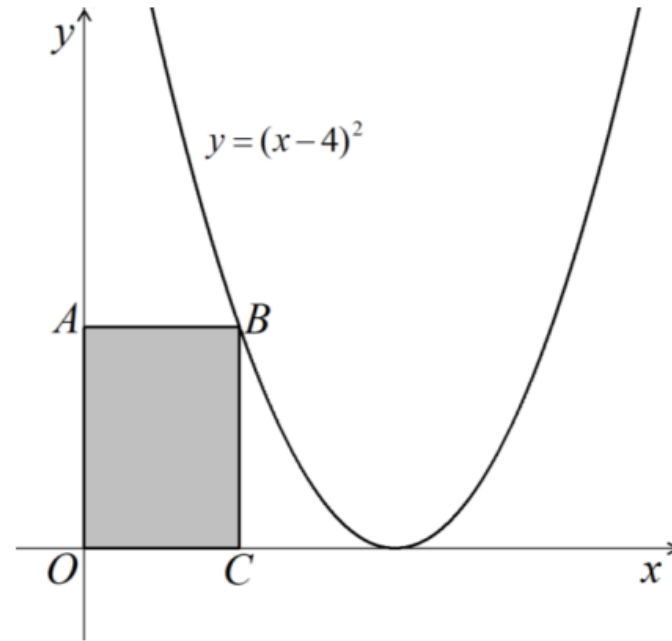


Ats.: $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$

2 t; Yra klaida –
max negauna

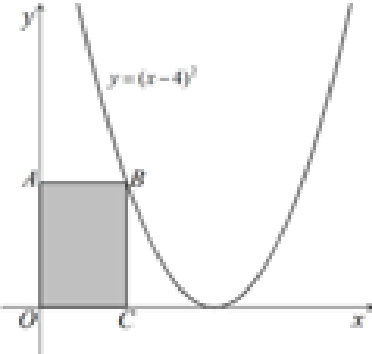
2024 VBE (pagrindinė sesija)

- 21.** Paveiksle pavaizduoti funkcijos $f(x) = (x-4)^2$ grafikas (parabolė) ir stačiakampis ¹⁷ $OABC$. Stačiakampio viršūnė A priklauso Oy ašiai, viršūnė B – duotosios funkcijos grafikui, viršūnė C – Ox ašiai, o viršūnė O yra koordinatinių pradžių taškas.



B→21.1. Stačiakampio kraštinės OC ilgį pažymėkime a ; čia $a \in (0; 4)$. Parodykite, kad stačiakampio $OABC$ plotą¹⁸ galima apskaičiuoti pagal formulę $S(a) = a^3 - 8a^2 + 16a$.

(2 taškai)

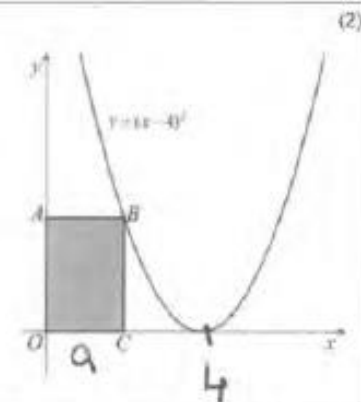
21.1	$BC = f(a) = (a - 4)^2$ 	2	
	$S(a) = OC \cdot BC = a \cdot f(a) = a(a - 4)^2 =$ $= a(a^2 - 8a + 16) = a^3 - 8a^2 + 16a.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą. Už teisingą parodymą.

21.1.

Sprendimas

~~$f(x) = a^2 + 8a + 16$~~ $f(x) = (x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$

$$S(a) = a \cdot (f(a)) = a \cdot (a^2 - 8a + 16) = a^3 - 8a^2 + 16a$$



2 t

21.1. Sprendimas

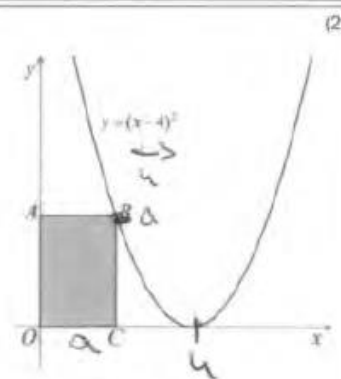
$$|AO| = y$$

$$y = (a - u)^2 = (x - 4)^2$$

$$|OC| = a = x$$

$$S_{\square} = |AO| \cdot |OC| = a(a - u)^2 = a^3 - 8a^2 + 16a$$

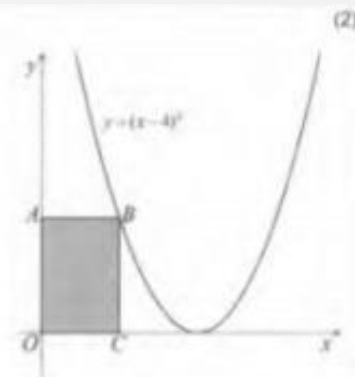
A + s... parodėiau



2 t

21.1. Sprendimas

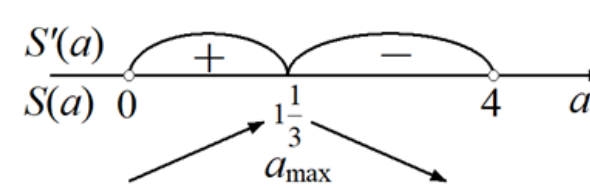
$$S_{OABC} = a(a - u)^2 = a(a^2 - 8a + 16) = a^3 - 8a^2 + 16a$$



1 t (nėra 1-ojo)

B→21.2. Nustatykite, su kuria a reikšme stačiakampio $OABC$ plotas $S(a) = a^3 - 8a^2 + 16a$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $a \in (0; 4)$.

(3 taškai)

21.2		3	
	$S'(a) = 3a^2 - 16a + 16.$	1	Už teisingą išvestinę.
	$3a^2 - 16a + 16 = 0,$ $D = 64,$ $a_1 = 4, a_2 = 1\frac{1}{3}.$	1	Už gautus teisingus kritinius taškus.
	 <u>Ats.</u>: $a = 1\frac{1}{3}.$	1	Už teisingą pagrindimą, kad funkcija įgyja didžiausią reikšmę, kai $a = 1\frac{1}{3}.$

21.2. Sprendimas

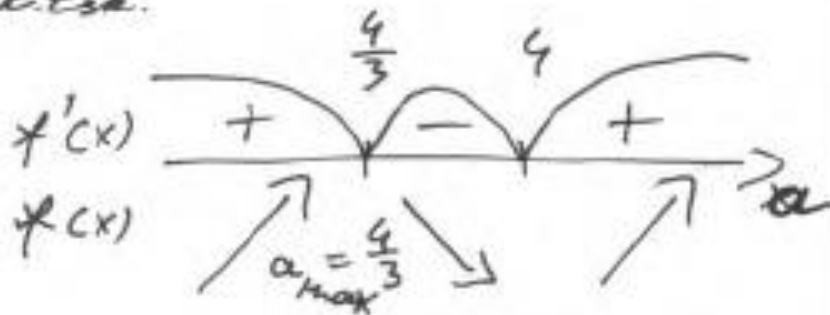
(3)

$$S'(a) = 3a^2 - 16a + 16 \quad a \in (0; 4)$$

$$3a^2 - 16a + 16 = 0 \quad \leftarrow \text{visų pirma krit. tšk.}$$

$$a_1 = \frac{16+8}{6} = 4 \quad \left[D = 64 \right]$$

$$a_2 = \frac{16-8}{6} = \frac{4}{3}$$



Ats.: $a_{\max} = \frac{4}{3}$

3 t

21.2. Sprendimas

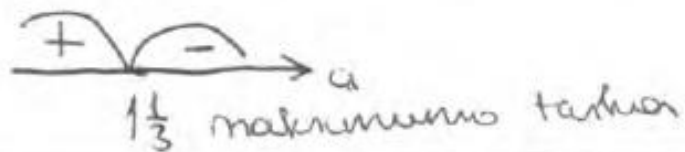
(3)

$$S'(a) = 3a^2 - 16a + 16 = 0$$

$$D = 256 - 4 \cdot 3 \cdot 16 = 64$$

$$a_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{16-8}{6} = 1\frac{1}{3}$$

$$a_2 = \frac{16+8}{6} = \frac{24}{6} = 4 \quad (\text{netinka, nes } a \in (0; 4) \text{ duota})$$



Ats.: $a = 1\frac{1}{3}$

2 t (nėra 3-ojo taško)

21.2. Sprendimas

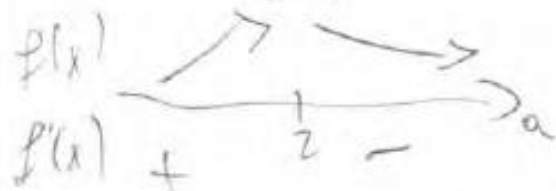
(3)

$$S'(a) = 3a^2 - 16a + 16$$

$$3a^2 - 16a + 16 = 0$$

$$D = 256 - 192 = 64 \quad \sqrt{D} = 8$$

$$a_{1,2} = \frac{16 \pm 8}{6} \quad \begin{cases} 4 \text{ netinka; } a \in (0; 4) \\ 2 \text{ tinka} \end{cases}$$



Ats.: $a = 2$

2 t (nėra 2-ojo taško)

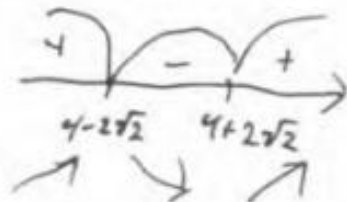
21.2. Sprendimas

(3)

$$J'(a) = 2a^2 - 16a + 16$$

$$2a^2 - 16a + 16 = 0$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} 4 + 2\sqrt{2} \\ 4 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$



Ats.: $a = 4 - 2\sqrt{2}$

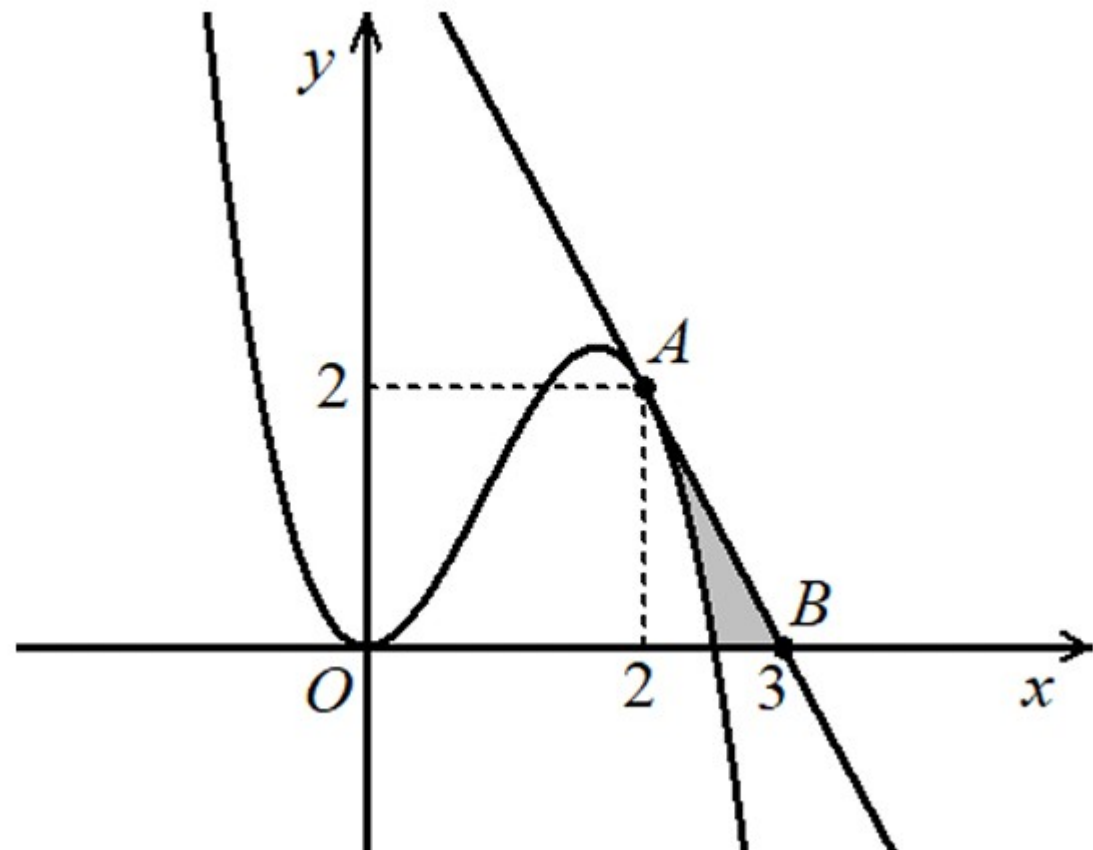
1 t (nėra 1-ojo ir 3-ojo)

Integralai

14.3. Funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinė $y = -2x + 6$ ašį Ox kerta taške $B(3; 0)$. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafikas, jo liestinė $y = -2x + 6$ ir Ox ašis, plotą (žr. pav.).

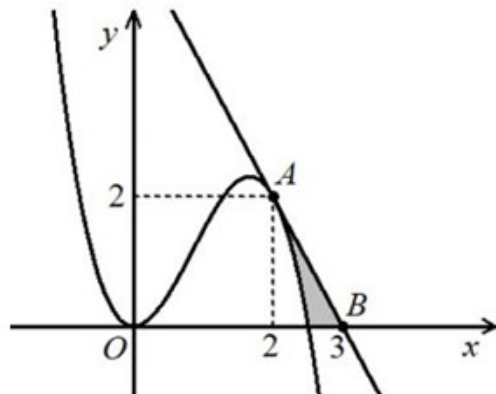
(4 taškai)

Juodraštis



I būdas

$$\begin{aligned}
 2,5x^2 - x^3 &= 0, \\
 x^2(2,5 - x) &= 0, \\
 x_1 &= 0, \quad x_2 = 2,5.
 \end{aligned}$$



1

Už teisingai apskaičiuotus funkcijos nulių.

$$S_1 = \int_2^{2,5} (2,5x^2 - x^3) dx =$$

1

Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą. (pvz., už teisingai išreikštą bent vienos figūros, reikalingos galutiniam atsakymui gauti, plotą apibrėžtiniu integralu).

$$= \left(2,5 \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_2^{2,5} =$$

1

Už teisingą pirmąją funkciją.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{113}{192}, \\
 S_{\Delta} &= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1, \\
 S &= S_{\Delta} - S_1 = \frac{79}{192}.
 \end{aligned}$$

1

Už gautą teisingą atsakymą.

$$\text{Ats.: } \frac{79}{192}.$$

14.3.

Sprendimas

$$1. f(x) \text{ kerta } OX \text{ ašį, kai } f(x) = 0; \quad 2,5x^2 - x^3 = 0$$

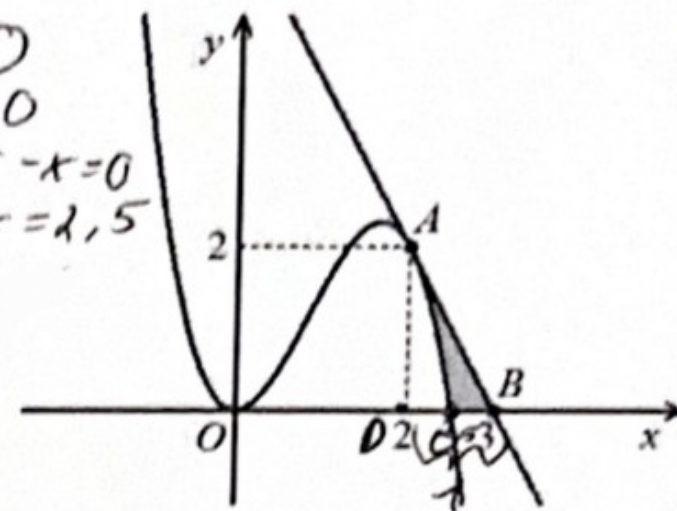
$$x^2(2,5 - x) = 0$$

$$x^2 = 0 \text{ arba } 2,5 - x = 0$$

$$x = 0 \quad \checkmark \quad x = 2,5$$

$$2. S_{ABC} = S_{ADB} - S_{ADC}; \quad S_{ADB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$$

$$3. S_{ADC} = \int_2^{2,5} (2,5x^2 - x^3 - 2) dx$$



Ats.:

2 taškai / buvo vertinama 1 tašku

Nebuvo skirtas taškas už ADB ploto apskaičiavimą

14.3.

Sprendimas

$$x^2(2,5-x)=0 \quad x=0 \text{ arba } x=2,5 \quad \checkmark$$

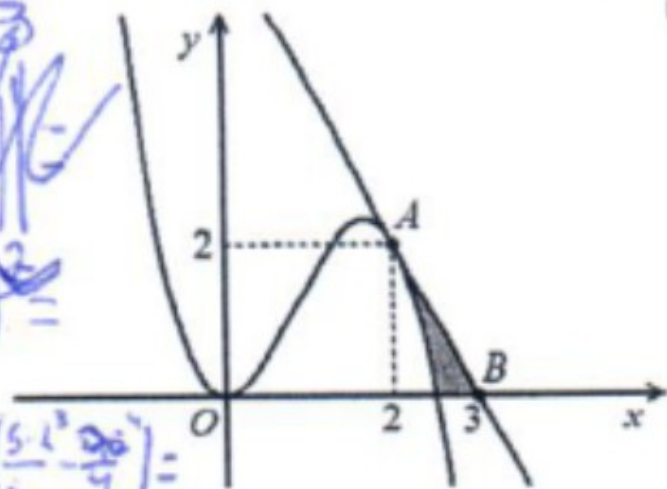
$$\int_{-2}^3 -2x+6 \, dx - \int_{-2}^3 2,5x^2 - x^3 \, dx = 4x^2 + 6x - \left(\frac{5x^3}{6} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_{-2}^3$$

$$= \left(4 \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 \right) - \left(\frac{5 \cdot 3^3}{6} - \frac{3^4}{4} \right) - \left(4 \cdot (-2)^2 + 6 \cdot (-2) \right) - \left(\frac{5 \cdot (-2)^3}{6} - \frac{(-2)^4}{4} \right) =$$

$$= \left(36 + 18 \right) - \left(\frac{135}{2} - \frac{81}{4} \right) - \left(16 - 12 \right) - \left(-\frac{20}{3} - 4 \right) =$$

$$= 54 - \frac{113}{4} = \frac{79}{4}$$

Ats.: $\frac{79}{192}$



3 taškai / buvo vertinama 2 taškais
 Nebuvo skirtas taškas už strategiją

Sprendimas

$$\int_2^3 (-2x+6) - (2,5x^2 - 3x^3) dx = \frac{407}{12}$$

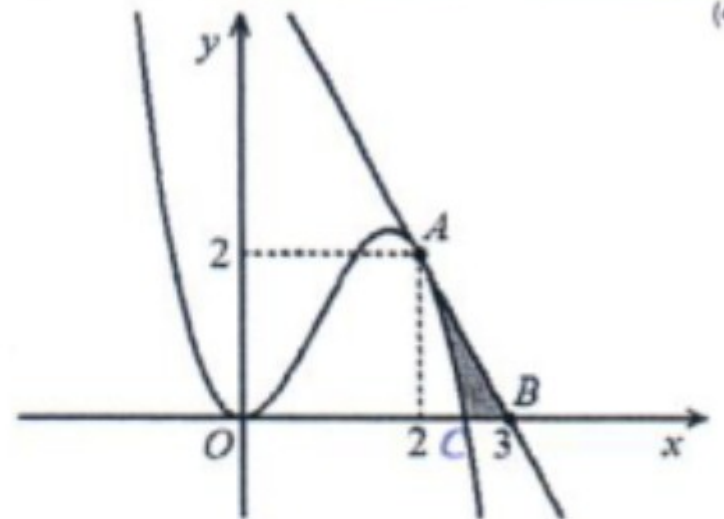
$$S_{AB} = \int_2^3 (-2x+6) dx = 1$$

$$S_{ABC} = 1 - \frac{113}{192} =$$

$$x_0 = 2,5x^2 - 3x^3 = 0$$

$$x_0 = 0 \quad x_0 = 2,5$$

$$S_{AC} = \int_2^{2,5} (2,5x^2 - 3x^3) dx = \frac{113}{192}$$

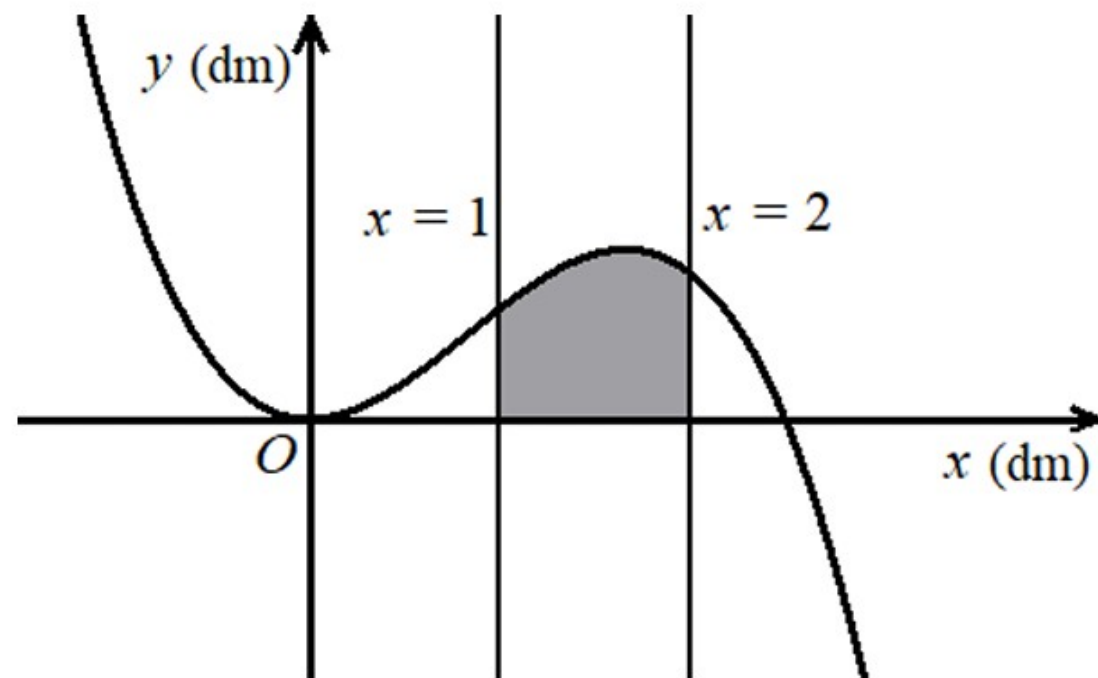


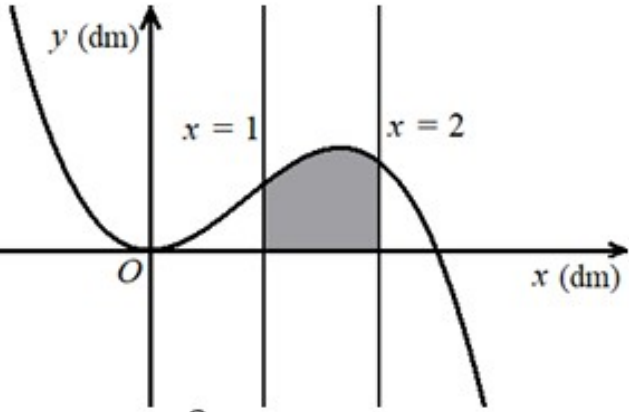
Ats.: $\frac{407}{12}$ $\frac{79}{192}$

2 taškai / buvo vertinama 1 tašku

Taškas už teisingai išreikštus plotus (abu teisingi) ir už atimtą ABC plotui surasti.

14.4. Dekoratyvinė vazelė yra sukinio formos. Šis sukinys gautas apie abscisių ašį sukanant kreivinę trapeciją, apribotą funkcijos $g(x) = \frac{1}{5} \cdot f(x) = \frac{1}{5}(2,5x^2 - x^3)$ grafiku bei tiesėmis $x = 1$, $x = 2$ ir $y = 0$ (žr. pav.). Apskaičiuokite vazelės tūrį (į vazelės sienelių storį neatsižvelkite). Atsakymą pateikite su π kubiniais decimetrais.



14.4		2	
	 $V = \pi \int_1^2 \frac{1}{25} (2,5x^2 - x^3)^2 dx =$ $= \frac{\pi}{25} \int_1^2 (6,25x^4 - 5x^5 + x^6) dx =$	1	Už teisingai išreikštą sukinio tūrį apibrėžtiniu integralu.
	$= \frac{\pi}{25} \cdot \left(6,25 \cdot \frac{x^5}{5} - \frac{5x^6}{6} + \frac{x^7}{7} \right) \Big _1^2 = \frac{123\pi}{700}.$ <i>Ats.: $\frac{123\pi}{700} \text{ dm}^3$ (arba $\frac{123\pi}{700}$).</i>	1	Už teisingą pirmykštę funkciją ir gautą teisingą sukinio tūrį.

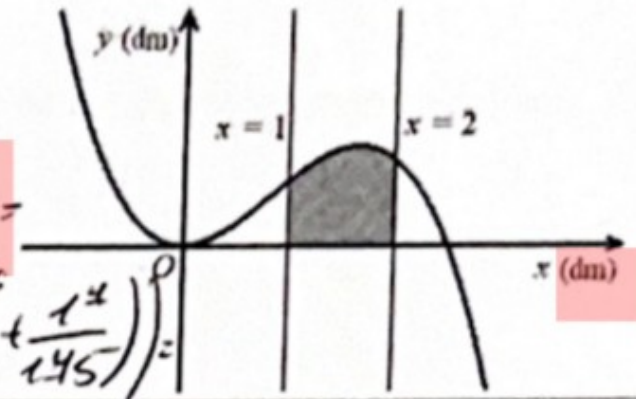
14.4. Sprendimas

$$1) g(x) = \frac{1}{5}(2,5x^2 - x^3) = 0,5x^2 - \frac{1}{5}x^3$$

$$2) V = \int_1^2 (0,5x^2 - \frac{1}{5}x^3) dx = \int_1^2 (0,25x^4 - \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{25}x^4) dx =$$

$$= \int_1^2 \left(\frac{x^5}{20} - \frac{x^6}{30} + \frac{x^4}{145} \right) dx = \left(\frac{2^5}{20} - \frac{2^6}{30} + \frac{2^4}{145} \right) - \left(\frac{1^5}{20} - \frac{1^6}{30} + \frac{1^4}{145} \right) =$$

$$= \left(\frac{104}{525} - \frac{48}{2100} \right) = \frac{123}{400}$$



Ats.: $\frac{123}{400} \text{ dm}^3$

15.1. Sprendimas

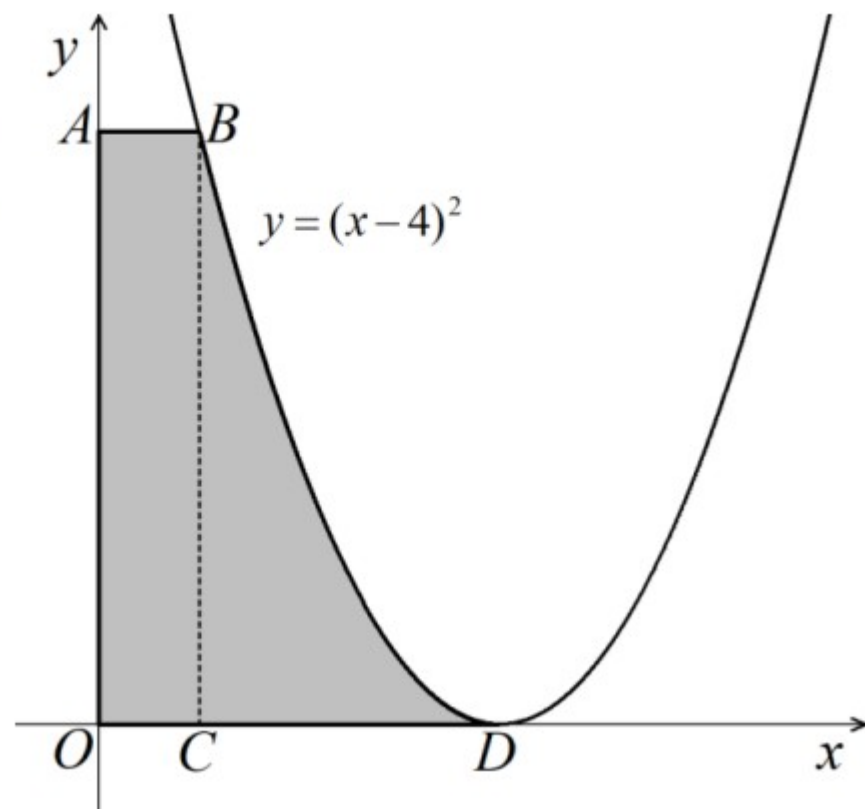
2 taškai / buvo vertinama 1 tašku

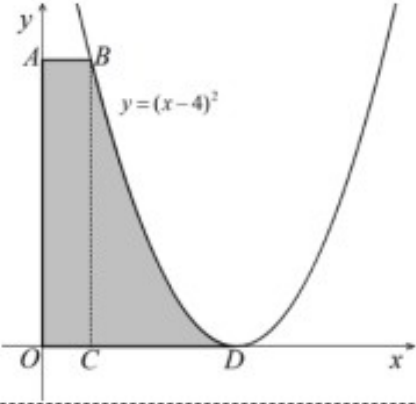
Perrašymo klaida

21.3. Taškas D yra parabolės $y = (x - 4)^2$ viršūnė. Apskaičiuokite paveiksle pavaizduotos pilkai nuspaltintos figūros $OABD$ plotą, jeigu yra žinoma, kad $OC = 1$.

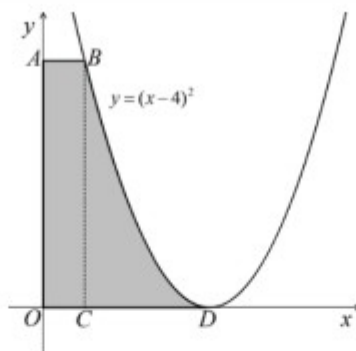
Juodraštis

(4 taškai)



21.3		4	
	I būdas $S_{\text{stač}} = 1 \cdot f(1) = 9.$ 	1	Už teisingai apskaičiuotą stačiakampio plotą.
	$\int_1^4 (x-4)^2 dx =$	1	Už sudarytą teisingą apibrėžtinį integralą plotui tarp parabolės ir Ox ašies apskaičiuoti.
	$= \int_1^4 (x^2 - 8x + 16) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 16x \right) \Big _1^4 =$	1	Už teisingai rastą pirmykštę funkciją.
	$= \frac{4^3}{3} - 4 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 - \frac{1^3}{3} + 4 \cdot 1^2 - 16 \cdot 1 = 9.$ $S = S_{\text{stač}} + S_{\text{kreiv}} = 9 + 9 = 18.$ Ats.: 18.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

II būdas



Už teisingai pasirinktą
sprendimo būdą.

$$S = \int_0^4 (x-4)^2 dx - \int_0^1 ((x-4)^2 - 9) dx =$$

$$= \int_0^4 (x^2 - 8x + 16) dx - \int_0^1 (x^2 - 8x + 7) dx =$$

$$= \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 16x \right) \Big|_0^4 - \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 7x \right) \Big|_0^1 =$$

$$= \frac{4^3}{3} - 4 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 - 0 - \left(\frac{1^3}{3} - 4 \cdot 1^2 + 7 \cdot 1 - 0 \right) =$$

$$= \frac{64}{3} - \frac{1}{3} - 3 = 18.$$

Ats.: 18.

Už teisingai rastą bent vieną
pirmykštę funkciją.

Už teisingai įstatytus rėžius.

Už gautą teisingą atsakymą.

21.3. Sprendimas $y = x^2 - 8x + 16$

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad x_D = \frac{8}{2} = 4$$

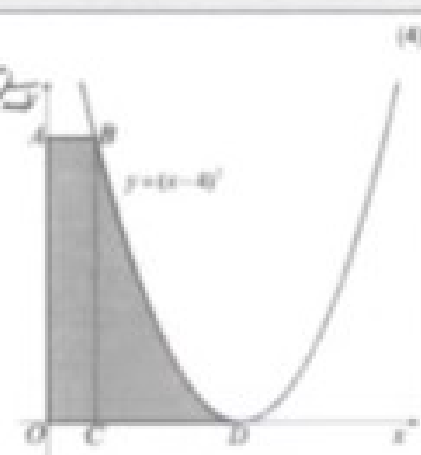
$$f(1) = (1-4)^2 = 9 = BC$$

$$S_{ABCO} = BC \cdot OC = 9 \cdot 1 = 9$$

$$S_{BCD} = \int_1^4 (x^2 - 8x + 16) dx = \left. \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 16x + C \right|_1^4 =$$

$$= 9$$

$$S_{AODB} = S_{ABCO} + S_{BCD} \\ = 9 + 9 = 18$$



Ats.: 18

21.3. Sprendimas

$$f(1) = (1-4)^2 = 9 \quad S_{ABOC} = 9 \cdot 1 = 9$$

$$(x-4)^2 = 0$$

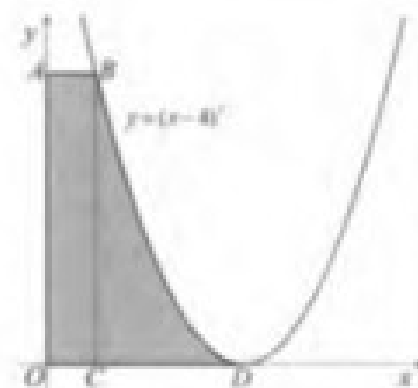
$$x = 4 \quad O(4; 0)$$

$$\int_1^4 (x-4)^2 dx = \int_1^4 (x^2 - 8x + 16) dx = \left. \frac{x^3}{3} - 4x^2 + 16x \right|_1^4 =$$

$$= \left(\frac{4^3}{3} - 4 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 \right) - \left(\frac{1}{3} - 8 + 16 \right) = \frac{64}{3} - \frac{25}{3} = 13$$

$$\cancel{S_{ABOC} = 9 + 13} = S_{OABD} = 9 + 13 = 22$$

Ats.: 22



3 t (nėra 4-ojo)

21.3. Sprendimas $B(1;9)$ $y = x^2 - 8x + 16$ $f'(x_0) = 2x - 8$
 $y = (1-4)^2 = 9$ $f'(1) = 2 \cdot 1 - 8 = -6$
 $B(1;9)$ $y = 15 - 6x$ - liestinė
 $D(4;0)$, nes $y = a(x-m)^2 + n$ $S_{ABOD} = S_{ABOC} + S_{BCD}$
 $D(m;n)$ $S_{ABOC} = \int_1^4 (x^2 - 8x + 16 - 15 + 6x) dx =$
 $S_{ABOC} = 1 \cdot 9 = 9$ $S_{BCD} = \int_1^4 (-x^2 + 2x + 1) dx = (-\frac{x^3}{3} + x^2 + x) \Big|_1^4 =$
 $x_0 = 1$ $= (-\frac{4^3}{3} + 4^2 + 4) - (-\frac{1^3}{3} + 1^2 + 1) = -\frac{26}{3} + \frac{4}{3} = -\frac{22}{3}$
 $y = kx + b$ $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 9 - 6(x - 1) = 15 - 6x$
 $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) = 9 - 6(x - 1) = 15 - 6x$ $S_{ABOD} = 9 + 9 = 18$
 $f(x_0) = (1-4)^2 = 9$ $S_{ABOD} = 9 + 9 = 18$

Ats.: $S_{ABOD} = 18$

2 t

Pirmą kartą gera, bet blogai apskaičiuoja įstačius reikius. Turi gautis -33

Yra pirmas ir trečias taškai

21.3. Sprendimas $C(1;0)$

$$(1-4)^2 = 9 \quad B(1, 9)$$

$$(x-4)^2 = 0$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0 \quad D = 8^2 - 4 \cdot 16 = 0$$

$$x = 4$$

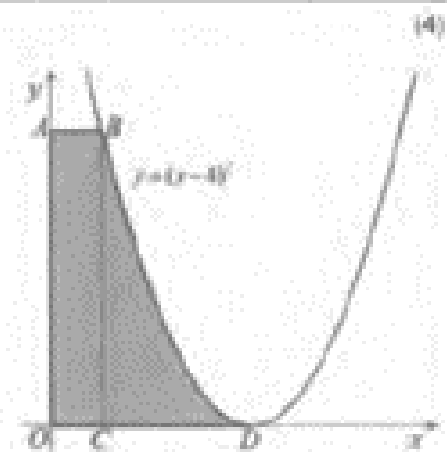
$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{8}{2} = 4$$

$$D(4, 0)$$

$$\int_1^4 (x-4)^2 dx = \int_1^4 (x^2 - 8x + 16) dx = \left. \frac{x^3}{3} - \frac{8x^2}{2} + 16x \right|_1^4 = \left(\frac{4^3}{3} - \frac{8 \cdot 4^2}{2} + 16 \cdot 4 \right) - \left(\frac{1^3}{3} - \frac{8 \cdot 1}{2} + 16 \cdot 1 \right) =$$

$$= \frac{64}{3} - \frac{32}{3} = \frac{32}{3} = 9$$

Ats.: 9



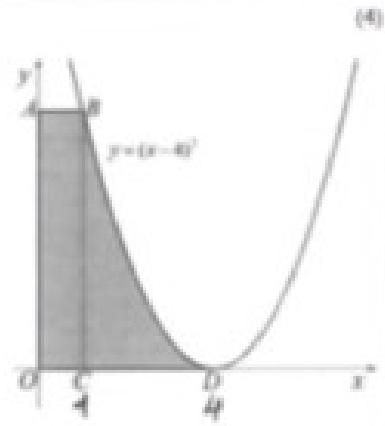
Nėra pirmojo, yra antras ir trečias, nėra ketvirtojo

21.3. Sprendimas

$$y = (x-4)^2 \quad x_D = \frac{-b}{2a} \quad x_D = \frac{-(-8)}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y = x^2 - 8x + 16 \quad f(4) = (4-4)^2 = 0^2 = 0$$

$D(4; 0)$,
todėl $OD = 4$
 $OC = AB = 1$

$$S = \int_1^4 (x-4)^2 dx =$$


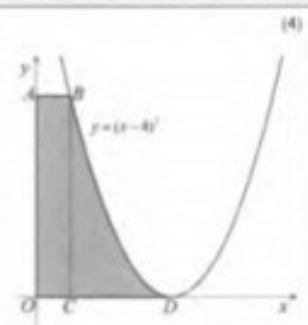
Ats.:

1 t (2-as)

21.3. Sprendimas

$$f(x) = y = (x-4)^2 \quad (x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$x_D = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2} = 4$$

$$S_{OABD} = \int_0^4 (x-4)^2 dx = 21,31$$


Ats.: $S_{OABD} = 21,31$

0 t

23.4. Figūrą riboja funkcijos $f(x) = 6x - x^2$ grafikas, abscisių ašis, tiesė $x = 2$ ir tiesė $x = 5$.

Apskaičiuokite šios figūros plotą.

(2 taškai)

Juodraštis

2022 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIES VERTINIMO INSTRUKCIJA

Pagrindinė sesija

$\int_2^5 (6x - x^2) dx =$	1	Už sudarytą teisingą apibrėžtinį integralą plotui apskaičiuoti.
$= \left(3x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big _2^5 = 24.$ <i>Ats.: 24.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

23.4. Sprendimas

(2)

$$S = \int_0^6 (6x - x^2) dx = \left(6 \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^6 = (3 \cdot 36 - 72) - (0) = 36$$

Ats.: $S = 36$ (plota vikt.)

0 t

23.4. Sprendimas

$$f(x) = 6x - x^2 \quad F(x) = 3x^2 - \frac{2x^3}{3} = \Big|_2^5 \left(3 \cdot 5^2 - \frac{2 \cdot 5^3}{3} \right) - \left(3 \cdot 2^2 - \frac{2 \cdot 2^3}{3} \right)$$

0 t

Ats.:

23.4. Sprendimas

(2)

$$S = \int_3^5 (6x - x^2) dx = \left. \frac{6x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right|_3^5 = \cancel{(6 \cdot 5)} \left(\frac{6 \cdot 5^2}{2} - \frac{5^3}{3} \right) - \left(\frac{6 \cdot 3^2}{2} - \frac{3^3}{3} \right) = 3 - 18 = -15$$

$$S = - \int_3^5 (6x - x^2) = 15$$

$$\begin{array}{l} 6x - x^2 = 0 \quad | :2 \\ 3x - x^2 = 0 \end{array} \quad x(3-x) = 0, \quad x=0 \text{ arba } x=3$$

Ats.: $S = 15$

0 taškų

Progresijos

2023 VBE (pagrindinė sesija)

- 26.** Trys pirmieji didėjančiosios geometrinės progresijos²⁵ nariai yra natūralieji skaičiai²⁶. Trečiasis narys lygus 90 % pirmųjų dviejų narių sumos. Trečiojo ir pirmojo narių skirtumas yra ne didesnis už 19. Nustatykite didžiausią galimą trečiojo nario reikšmę.

(4 taškai)

26		4	
	I būdas Sakykime, kad pirmasis geometrinės progresijos narys lygus x , tada teisinga lygybė: $(x + xq) \cdot 0,9 = xq^2$,	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį).
	$0,9x + 0,9xq = xq^2$. Kadangi $x \neq 0$, tai $q^2 - 0,9q - 0,9 = 0$, $10q^2 - 9q - 9 = 0$, $q = 1,5$ arba $q = -0,6$.	1	Už teisingai gautus lygties sprendinius q .
	$q = -0,6$ netinka, nes progresija yra didėjanti. Kai $q = 1,5$, tai teisinga nelygybė $x \cdot 1,5^2 - x \leq 19$, $x \leq 15,2$.	1	Už teisingai nustatytą x reikšmių intervalą.
	Kadangi x ir kiti progresijos nariai yra natūralieji skaičiai ir reikia rasti didžiausią galimą trečiojo nario reikšmę, perrenkame, pradėdami nuo didžiausio galimo pirmojo nario: $x = 15$, tai antrasis narys bus 22,5 (netinka); $x = 14$, tai antrasis narys bus 21, o trečiasis – 31,5 (netinka); $x = 13$, tai antrasis narys bus 19,5 (netinka); $x = 12$, tai antrasis narys bus 18, o trečiasis 27 (tinka). <i>Ats.: 27.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

II būdas $b_1, b_2, b_3 \in N; q > 1; b_3 - b_1 \leq 19;$ $b_3 = 0,9(b_1 + b_2),$ $b_1 q^2 = 0,9b_1 + 0,9b_1 q.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį).
Kadangi $b_1 \neq 0$, tai $q^2 = 0,9 + 0,9q,$ $q^2 - 0,9q - 0,9 = 0,$ $q_{1,2} = \frac{0,9 \pm 2,1}{2} \Rightarrow q_1 = 1,5; q_2 = -0,6.$	1	Už teisingai gautus lygties sprendinius q .
$q = -0,6$ netinka, nes progresija yra didėjanti. Tada galime perrinkti: 1; 1,5; ... (netinka); 2; 3; 4,5 (netinka); 3; 4,5; ... (netinka); 4; 6; 9 (tinka, bet tai dar ne didžiausia galima trečiojo nario reikšmė). Pastebime, kad pirmasis narys turi būti skaičiaus 4 kartotinis, todėl perrenkame	1	Už teisingai rastą bent vieną trijų natūraliųjų geometrines progresijos narių aibę.
8; 12; 18 (tinka, bet tai dar ne didžiausia galima trečiojo nario reikšmė); 12; 18; 27 (tinka, bet ar tai didžiausia galima trečiojo nario reikšmė?); 16; 24; 36 (netinka, nes $b_3 - b_1 = 20 > 19$).		
$b_3 - b_1 \leq 19,$ $b_1(1,5^2 - 1) \leq 19,$ $b_1 \cdot 1,25 \leq 19,$ $b_1 \leq 15,2.$ Šią sąlygą tenkinanti didžiausia b_1 reikšmė yra 12, todėl $b_3 = 27$ yra didžiausia galima trečiojo nario reikšmė. <i>Ats.: 27.</i>	1	Už teisingą pagrindimą, kad $b_3 = 27$ yra didžiausia galima trečiojo nario reikšmė.

III būdas $b_1, b_2, b_3 \in N; q > 1; b_3 - b_1 \leq 19;$ $b_3 = 0,9(b_1 + b_2),$ $b_1 q^2 = 0,9b_1 + 0,9b_1 q.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį).
Kadangi $b_1 \neq 0$, tai $q^2 = 0,9 + 0,9q,$ $q^2 - 0,9q - 0,9 = 0,$ $q_{1,2} = \frac{0,9 \pm 2,1}{2} \Rightarrow q_1 = 1,5; q_2 = -0,6.$	1	Už teisingai gautus lygties sprendinius q .
$b_3 - b_3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \leq 19,$ $b_3 \leq 34,2.$	1	Už teisingai nustatytą b_3 reikšmių intervalą.
$b_1 = \frac{4}{9}b_3 \in N$, todėl b_3 dalus iš 9, o kadangi $b_3 \leq 34,2$, tai didžiausia galima trečiojo nario reikšmė $b_3 = 27$, $b_2 = 18, b_1 = 9$ – tinka. <i>Ats.: 27.</i>	1	Už teisingą pagrindimą, kad $b_3 = 27$ yra didžiausia galima trečiojo nario reikšmė.

Sprendimas

$$-b_1 + b_1 q^2 \leq 19$$

$b_1 q^2 > b_1$, nes progresija didėja
 $q > 1$, nes natūralieji sk. ir progresija didėja

$$24 = 3^3$$

$$b_1 \cdot q^2 = 0,9(b_1 + b_1 \cdot q)$$

$$\cancel{b_1} \cdot q^2 = 0,9 \cancel{b_1} (1 + q)$$

$$q^2 - 0,9q - 0,9 = 0$$

$$D = 0,81 + 3,6 = 2,1^2$$

$$q_{1,2} = \frac{0,9 \pm 2,1}{2} = \begin{cases} 1,5 \\ -0,6 \text{ (netinka)} \end{cases}$$

$$b_1(-1 + 2,25) \leq 19$$

$$b_1(1,25) \leq 19$$

$$b_1 \leq \frac{19}{1,25} \quad b_1 \leq 15,2 \text{ nenatūralus}$$

$$b_1 \max = 15$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2 = 15 \cdot 1,5 \cdot 1,5 = 33,75 \quad (b_3 \max = 33)$$

analogiškai
 netinka 32; 31; 30; 29; 28
 ↑
 $b_1 = 14\frac{2}{3}$ netinka
 $b_2 = 22$
 ↑
 $b_3 = 33$

skaičius pirminiais
 dauginamaisiais
 turi būti $3 \cdot 3 \cdot x$,
 nes tada dalinant
 iš 1,5
 du kartus
 gaunamas
 nat. sk.

27 tinka, nes

$$b_2 = 18$$

$$b_1 = 12$$

Ats.: $b_3 \max = 24$

Sprendimas

$b_1 \quad b_2 \quad b_3$

$$b_3 = 0,9(b_1 + b_2) \quad b_3 - b_1 \leq 19$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2 \quad b_2 = b_1 q$$

$$\cancel{b_1} q^2 = 0,9(b_1 + \cancel{b_1} q) = 0,9 \cancel{b_1} (1 + q)$$

$$q^2 - 0,9 - 0,9q = 0$$

$$D = 0,81 + 3,6 = 4,41$$

$$q_{1,2} = \frac{0,9 \pm 2,1}{2} = \begin{cases} 1,5 \\ -0,6, \text{ netinka, nes progresija didėjanti ir natūralių skaičių} \end{cases}$$

$$b_3 = 2,25 b_1$$

$$2,25 b_1 - b_1 \leq 19$$

$$1,25 b_1 \leq 19$$

$$b_1 \leq 15,2 \Rightarrow \text{didžiausia galima } b_3 \text{ reikšmė } 15,2 \cdot 2,25 = 34,2$$

3

Nėra
paskutiniojo
taško;
nubraukimų
nelaikome klaida

Sprendimas

Pirmasis narys b_1
Antrasis narys $b_1q = b_2$
Trečiasis narys $b_1q^2 = b_3$

$$b_1q^3 - b_1 < 19$$

$$b_1(q^3 - 1) < 19$$

$$b_1 \cdot \frac{19}{18} < 19$$

$$b_1 < 18$$

b_1 - natūralusis b_1q^2 - natūralusis

Kai $b_1 = 17$, tai $b_1q^2 = 38.25$ (netinka)

Kai $b_1 = 16$, tai $b_1q^2 = 36$ - tinka

$$b_3 = 16 \cdot 36$$

$$b_1q^2 = 0.9(b_1 + b_1q)$$

$$b_1q^2 = 0.9b_1(1+q) \quad | : b_1 \neq 0$$

$$q^2 = 0.9(1+q)$$

$$0.9 + 0.9q - q^2 = 0$$

$$D = 0.9^2 - 4 \cdot 0.9 \cdot (-1) = 4.41$$

$$q = 1.5 \quad q = -0.6 \text{ (netinka, nes } b_2 < 0)$$

$$\text{Ats.: } b_3 = 16 \cdot 36$$

3

Pirmasis,
antrasis ir
ketvirtasis taškai.
Gauna blogą b_1
įvertį

Sprendimas

$$0,9(b_1 + b_1 q) = b_1 \cdot q^2$$

$$0,9b_1 + b_1 q = b_1 \cdot q^2$$

$$\frac{0,9b_1(1+q)}{q^2} = 1$$

$$\frac{0,9(1+q)}{q^2} = 1$$

$$0,9(1+q) = q^2$$

b_1

$$b_2 = b_1 \cdot q$$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2$$

$$0,9 + 0,9q - q^2 = 0$$

$$q_{1,2} = \left[\frac{3}{2} \right]$$

$$b_1 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 - b_1 = 19$$

$q > 1$

$q \in$

~~gyra natū-~~
~~ralius~~
~~skaitis~~

(netinka, nes $q > 1$, nes perėjimai + tų prognozės nariki yra natūralieji ir prognozė didėjanti)

Ats.:

(4)

2

Pirmasis ir antrasis taškai

$$\begin{aligned}
 & xq^3 = 0,9 \times q + 0,9 \times q^2 \\
 & \sqrt{q^3 - xq} \leq 19 \\
 & \frac{27}{8}x - \frac{3}{4}x \leq 19 \\
 & \frac{27x - 12x}{8} \leq 19 \quad x=0 \\
 & \quad \quad \quad q=0 \\
 & \sqrt{q^3 - 0,9 \times q - 0,9 \times q^2} = 0 \\
 & x(q^3 - 0,9q^2 - 0,9q) = 0 \\
 & q^3 - 0,9q^2 - 0,9q = 0 \\
 & q(q^2 - 0,9q - 0,9) = 0 \\
 & 15x \leq 19 \\
 & 13x \leq 152 \\
 & x \leq \frac{152}{13} \\
 & D = 0,81 + 3,6 = 4,41 \\
 & q_{1,2} = \frac{0,9 \pm 2,1}{2} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Ats.:

27

2

Lygtis neteisinga.
Išspręsta gerai, x
įvertis geras
(antrojo eilutės
perrašymo
klaida)

Antrasis ir
trečiasis taškai

Neparodo kaip
gauna 27, todėl
nėra ketvirtąjo
taško

Sprendimas

$$\begin{array}{rcl}
 b_1 & b_2 & b_3 \\
 & b_1 \cdot q & b_3 \cdot q^2 \\
 & & 0,9(b_1 + b_1 q)
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 0,9(b + b_1 q) - b_1 &\leq 1q \\
 0,9(b + b_1) &= 0,9b_1 +
 \end{aligned}$$

$$\frac{0,9(b_1 + b_1 q)}{b_1 q} = \frac{b_1 \cdot q}{b_1}$$

$$\frac{0,9b_1 + 0,9b_1 q}{b_1 q} = \frac{b_1 q}{b_1}$$

$$\frac{0,9b_1 + b_1 q}{b_1 q} = q$$

1

Pirmasis taškas
už lygties
sudarymą

Sprendimas

(4)

1) ~~$b_1 \cdot q_1^2 = 19 + b_1$~~

~~$b_3 = b_1 \cdot q_1^2 = b_1$~~

$$b_1 + b_3 = 0,96b_3$$

$$b_3 - b_1 < 19$$

$$b_1 + b_1 q = 0,96b_1 q^2$$

$$-0,96q^2 + b_1 q + b_1 = 0$$

$$b_1 q^2 - b_1 < 19$$

$$b_1 (-0,9q^2 + q + 1) = 0 \quad | : b_1 \neq 0$$

$$D = b^2 + 4ac = 1^2 - 4 \cdot (-0,9) \cdot 1 = 4,6$$

$$q_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 - \sqrt{4,6}}{-1,8} = \frac{5 + \sqrt{115}}{9}$$

$$q_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1 + \sqrt{4,6}}{-1,8} = \frac{5 - \sqrt{115}}{9}$$

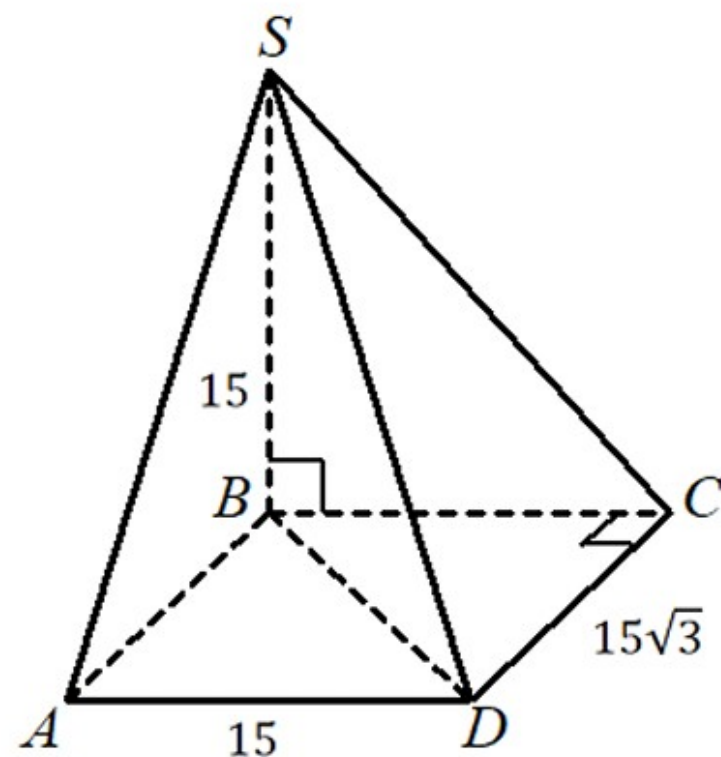
Ats.:

1

Antrasis taškas

Erdvės geometrija

13. Paveiksle pavaizduotos piramidės $SABCD$ pagrindas – stačiakampis $ABCD$, kurio kraštinių ilgiai yra 15 ir $15\sqrt{3}$. Piramidės briauna SB – piramidės aukštinė, o jos ilgis yra 15.

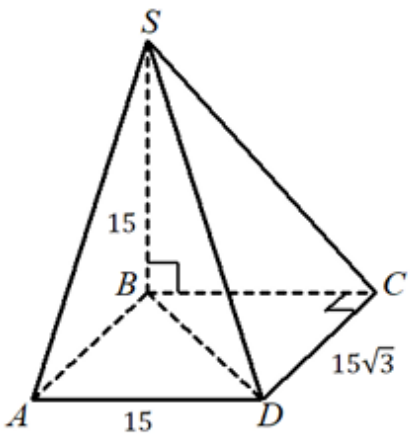


13.1. Apskaičiuokite piramidės $SABCD$ tūrį.

(1 taškas)

13.2. Yra žinoma, kad piramidės šoninė siena SAD yra statusis trikampis. Apskaičiuokite šios sienos plotą.

(2 taškai)

13		7	
13.1		1	
	$V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15\sqrt{3} \cdot 15 = 1125\sqrt{3}.$ <i>Ats.: $1125\sqrt{3}$.</i> 	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.2		2	
	$SA = \sqrt{15^2 + (15\sqrt{3})^2} = 30,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (pvz. apskaičiuotas briaunos SA ilgis).
	$S_{SAD} = \frac{1}{2} \cdot 30 \cdot 15 = 225.$ <i>Ats.: 225.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

13.1. Sprendimas $V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 15\sqrt{3} \cdot 15 = \cancel{1548,557759} \cdot \underline{3375\sqrt{3}}$ (1)

$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H$

Ats.: $V = \underline{\underline{\frac{3375\sqrt{3}}{3}}}$

13.2. Sprendimas

1 taškas / buvo vertinama 0 taškų

Vertintojas neskyrė taško, nes buvo nesuprastinta

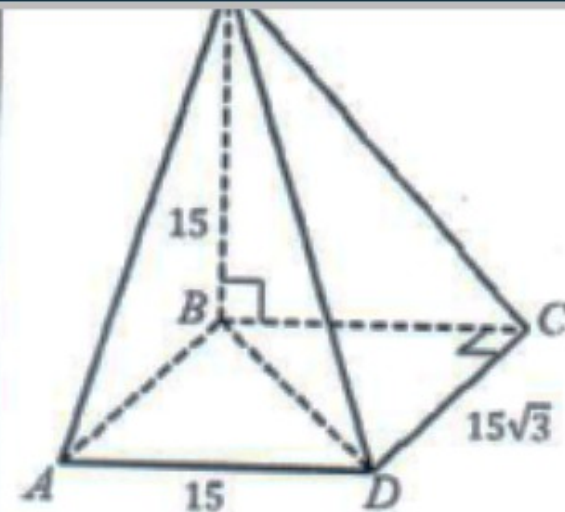
13.2.

Sprendimas

$$S = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{15 \cdot 30}{2} = 225$$

(2)

Ats.: 225



13.3.

Sprendimas

0 taškų / buvo vertinama 1 tašku

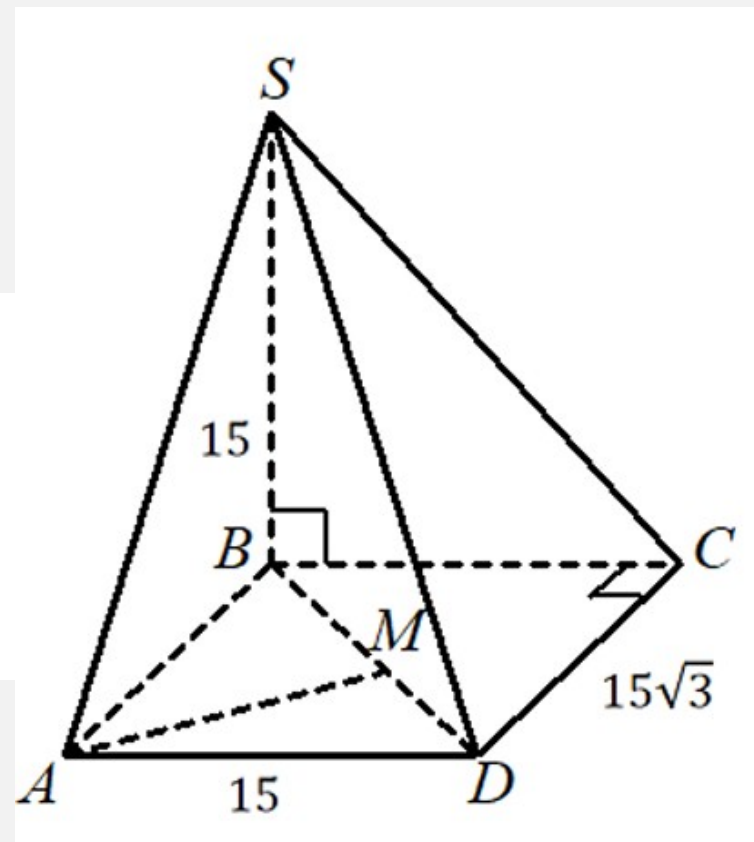
Plotas skaičiuojamas teisingai, bet yra neaišku, kurio trikampio plotas skaičiuojamas

13.3. Nustatykite kampo tarp piramidės šoninės sienos SAD plokštumos ir pagrindo $ABCD$ plokštumos didumą.

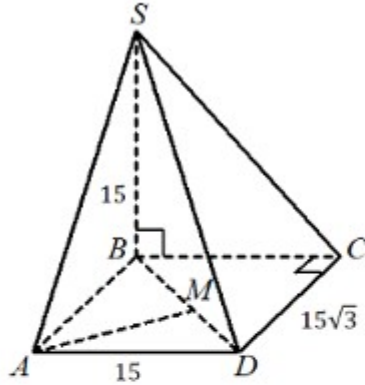
(1 taškas)

13.4. Yra žinoma, kad taškas M priklauso piramidės pagrindo įstrižainei BD ir atkarpos AM ilgis lygus atstumui nuo taško A iki plokštumos SBD . Apskaičiuokite atkarpos AM ilgį.

(3 taškai)



13.3		1	
	$\operatorname{tg} \angle SAB = \frac{15}{15\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle SAB = 30^\circ.$ <i>Ats.: $\angle SAB = 30^\circ$ (arba 30°).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
Pastaba: Mokinys gali apskaičiuoti kampo didumą ir kitais būdais, pvz., gali apskaičiuoti pagal kampo kosinusą arba sinusą.			

13.4		3	
	$AM \perp BD$ 	1	Už supratimą, kad AM statu BD .
	$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
	$AM = \frac{15\sqrt{3} \cdot 15}{30} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$ <i>Ats.: $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ (arba $7,5\sqrt{3}$).</i>	1	Už gautą teisingą AM ilgį.

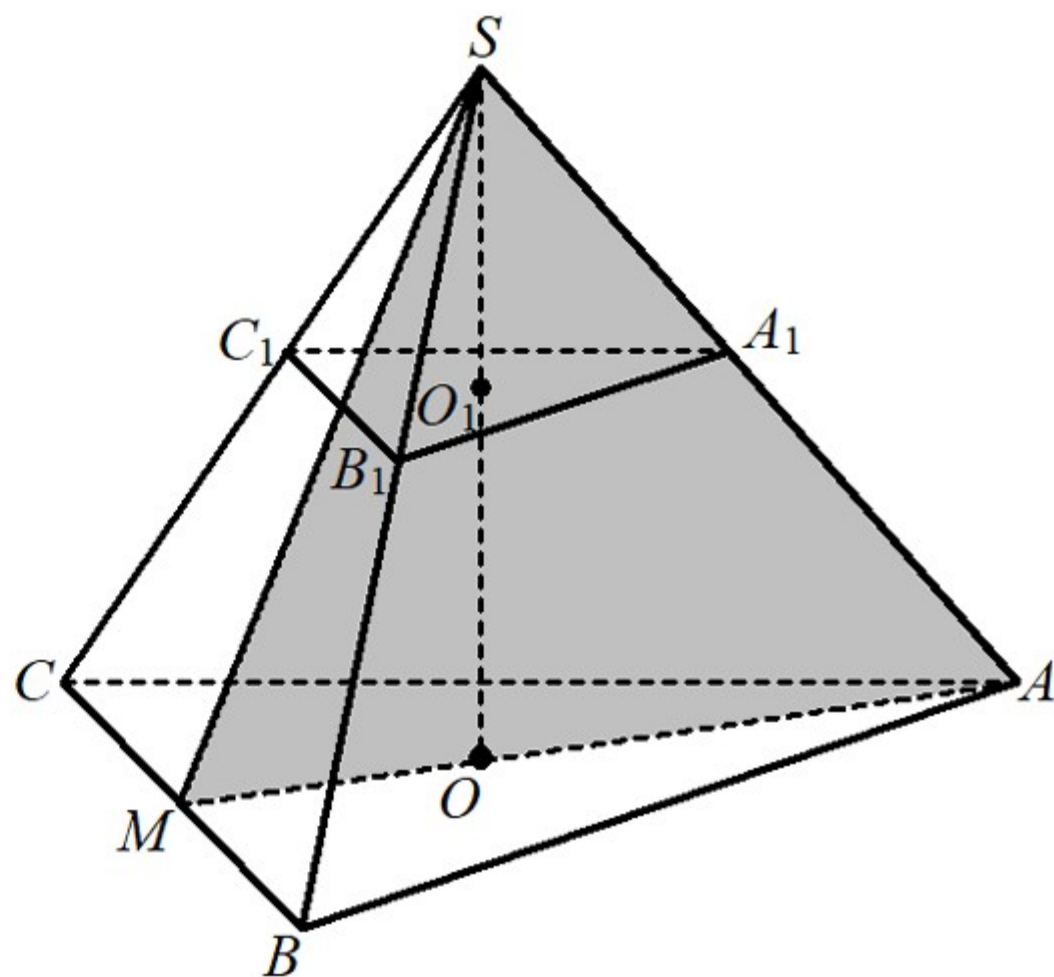
		Ats.: 112.5	15 E D
13.3.	Sprendimas $\angle SEB = ?$ $SB = 15$ $BE = 15\sqrt{3}$ $\tan \angle SEB = \frac{15}{15\sqrt{3}}$ $\tan \frac{15}{15\sqrt{3}} = \angle SEB$	$\angle SEB = 30^\circ$	(1)
13.4.	Sprendimas $HM = 2$ $AM^2 + BM^2 = AB^2$ $(AM^2 + BM^2) = (AM^2 + BM^2)$	Ats.: 30°	(3)

0 taškų / buvo vertinama 1 tašku

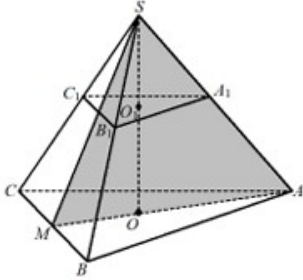
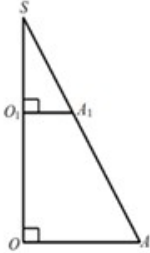
Grubi klaida: tangentas kampo nėra lygus kampui

20. Atkarpa SO yra taisyklingosios trikampės piramidės $SABC$ aukštinė, atkarpa SM – piramidės šoninės sienos aukštinė (žr. pav.). Piramidės pjūvio SAM plotas yra 8 kartus didesnis už pjūvio $A_1B_1C_1$, lygiagretaus su pagrindu ABC , plotą. Aukštinė SO plokštumą $A_1B_1C_1$ kerta taške O_1 . Piramidės šoninė briauna SA į piramidės pagrindo plokštumą pasvirusi kampą, kurio tangentas lygus $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Apskaičiuokite $\frac{SO_1}{OO_1}$.



(5 taškai)

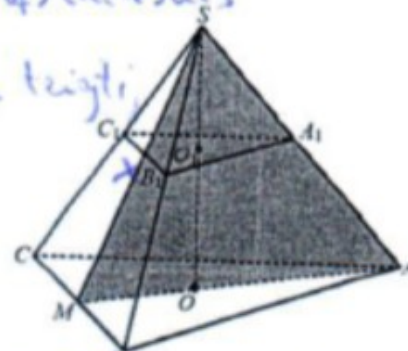
20		5	
	  Kampas tarp piramidės briaunos SA ir pagrindo plokštumos ABC yra $\angle SAO$, todėl $\operatorname{tg} \angle SAO = \frac{SO}{AO} \Rightarrow SO = AO \cdot \operatorname{tg} \angle SAO \Rightarrow$ $SO = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO.$	1	Už teisingą aukštinės SO išraišką per AO .
	$S_{SAM} = 8S_{A_1B_1C_1},$ $\frac{1}{2}SO \cdot AM = 8 \cdot \frac{A_1B_1^2 \sqrt{3}}{4},$ $\frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AO \cdot \frac{3}{2} \cdot AO = 8 \cdot \frac{3\sqrt{3} \cdot A_1O_1^2}{4},$ $\frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot AO^2 = 6\sqrt{3} \cdot A_1O_1^2,$	2	Po vieną tašką už teisingą trikampio SAM ploto išraišką per AO ir trikampio $A_1B_1C_1$ ploto išraišką per A_1O_1 .
	$\left(\frac{AO}{A_1O_1}\right)^2 = 16 \Rightarrow \frac{AO}{A_1O_1} = 4.$	1	Už apskaičiuotą teisingą santykį $\frac{AO}{A_1O_1}$.
	Kadangi plokštuma $A_1B_1C_1$ lygiagreti su plokštuma ABC, tai AO lygiagreti su A_1O_1 ir trikampiai SAO bei SA_1O_1 yra panašieji. Todėl $\frac{AO}{A_1O_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO}{SO_1} = 4,$ $\frac{SO}{SO_1} = 4 \Rightarrow \frac{SO_1 + OO_1}{SO_1} = 4 \Rightarrow 1 + \frac{OO_1}{SO_1} = 4,$ $\frac{OO_1}{SO_1} = 3 \Rightarrow \frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$ Ats.: $\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{1}{3}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

20. Sprendimas

$$AO = \frac{2}{3} AM, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{SO}{\frac{2}{3} AM}, \quad SO = \frac{\sqrt{3}}{3} AM, \quad \text{kodangi plotas didesnis}$$

8 kartus ir A, B, C, pildantys taisyklę. trikampio pavidalo, geline teigti.

$$\frac{0.5 AM \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} AM}{0.5 (AM \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} AM)} = 8, \quad \frac{0.5 AM \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} AM}{0.5 (AM \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} AM)} = 8$$



$$OA_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} AM \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} AM$$

$$SO_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{3} AM = \frac{\sqrt{3}}{3} AM$$

$$\frac{SO_1}{SO} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} AM}{\frac{\sqrt{3}}{3} AM} = 1$$

$$0.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} AM \cdot AM = 0.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} x \cdot x \cdot 8$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} AM^2 = \frac{\sqrt{3}}{6} x^2 \cdot 8, \quad \frac{\sqrt{3}}{6} AM^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} x^2, \quad AM^2 = 2\sqrt{3} x^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} AM^2 = \frac{4\sqrt{3}}{3} x^2, \quad AM = x$$

$$SO_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot AM \cdot \frac{1}{6} = \frac{\sqrt{3}}{12} AM$$

$$\frac{SO_1}{SO} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{12} AM}{\frac{\sqrt{3}}{3} AM} = \frac{1}{4}$$

$$OA_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2}{3} AM = \frac{\sqrt{3}}{3} AM \cdot \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{3}}{9} AM, \quad \frac{SO_1}{OA_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{12} AM}{\frac{\sqrt{3}}{9} AM} = \frac{3}{4}$$

Ats.: $\frac{1}{3}$

5 taškai / buvo vertinama 0-5 taškais

(Sprendimas painus, tačiau reikia vertinti sprendimo žingsnių teisingumą)

$$AO = \frac{2}{3} AM, \quad SO = \frac{\sqrt{3}}{3} AM$$

$$\underbrace{0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} AM}_{SO} \cdot AM = 0,5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \underbrace{x \cdot x \cdot 8}$$

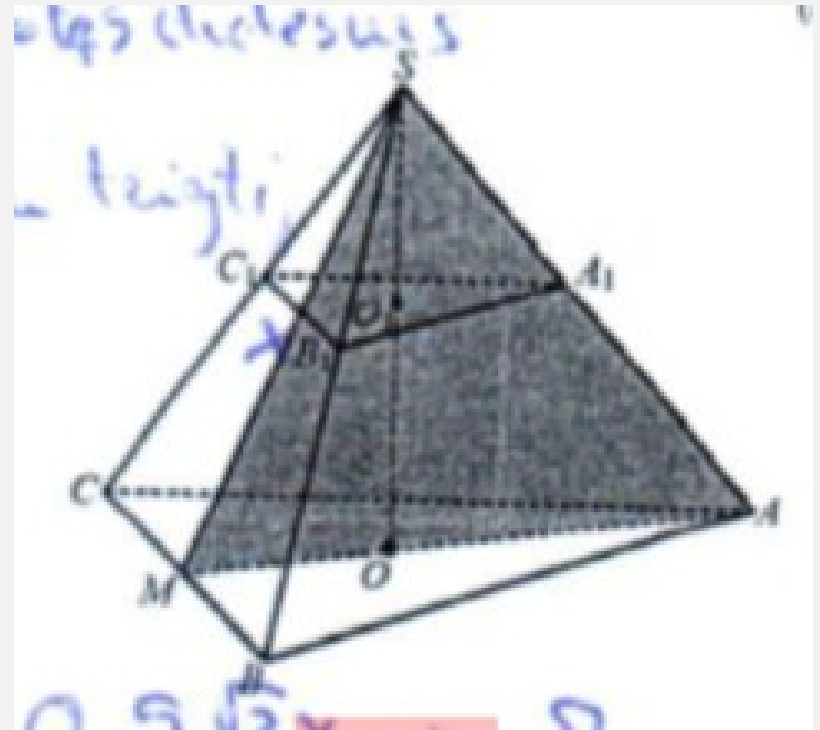
Brizinjie
paizymeid a, kad
 $C_1B_1 = x$

$$\frac{\sqrt{3}}{6} AM = x \leftarrow \text{lygybė teisinga}$$

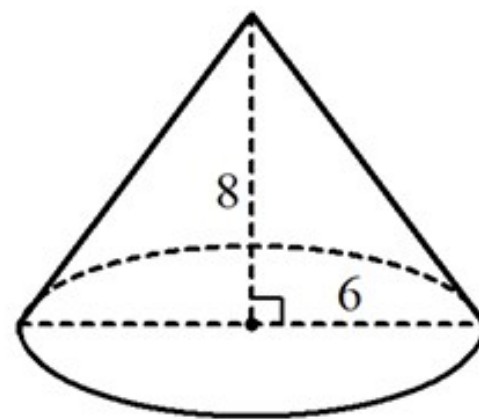
$$\begin{aligned} O_1A_1 &= \frac{2}{3} A_1M_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{6} AM}_{\frac{1}{6} AM} \\ &= \frac{1}{6} AM \end{aligned} !$$

$$\frac{SO_1}{O_1A_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SO_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot O_1A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{6} AM = \frac{\sqrt{3}}{12} AM !$$

$$\frac{SO_1}{OO_1} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{12}}{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{12}} = \frac{1}{3} !$$

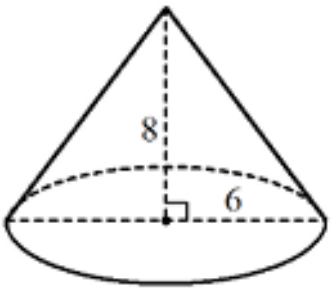


- 14.** Paveiksle pavaizduoto kūgio pagrindo spindulio ilgis lygus 6, o kūgio aukštinės ilgis lygus 8.



- 14.1.** Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą.

(2 taškai)

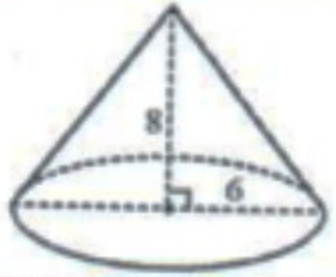
14.1		2	
	$l = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$ 	1	Už teisingai apskaičiuotą kūgio sudaromosios ilgį.
	$S_{\text{šon.}} = 6 \cdot 10 \cdot \pi = 60\pi.$ <i>Ats.: 60π.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

14.1. Sprendimas

$$S_{\text{šon. pav.}} = \pi R l$$

$$l = 6 \cdot 2 = 12$$

$$S_{\text{šon. pav.}} = \pi \cdot 6 \cdot 12 = 72\pi$$



Ats.: 72π

1 taškas / buvo vertinama 0 taškų

Su savo klaidingai apskaičiuota sudaromąja apskaičiuoja
šoninio paviršiaus plotą

14.2. Kūgio spindulio ilgį padidinus n kartų, o aukštinės ilgio nepakeitus, gautas naujas kūgis. Naujojo kūgio tūris 289 kartus didesnis už pradinio kūgio tūrį. Nustatykite n reikšmę.

(3 taškai)

14.2		3	
	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi,$	1	Už teisingai apskaičiuotą pradinio kūgio tūrį ar skaitinį reiškinių jam apskaičiuoti.
	$\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (6n)^2 \cdot 8 = 289 \cdot 96\pi,$	1	Už teisingai sudarytą lygtį n reikšmei apskaičiuoti.
	$n^2 = 289,$ $n = 17.$ <i>Ats.: $n = 17.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

14.2. Sprendimas

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 8$$

$$V = 96 - \text{pradinis}$$

$$96 \cdot 289 = 27744$$

$$27744 = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$R^2 = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 27744$$

$$R^2 = 73984$$

$$R = 272$$

(3)

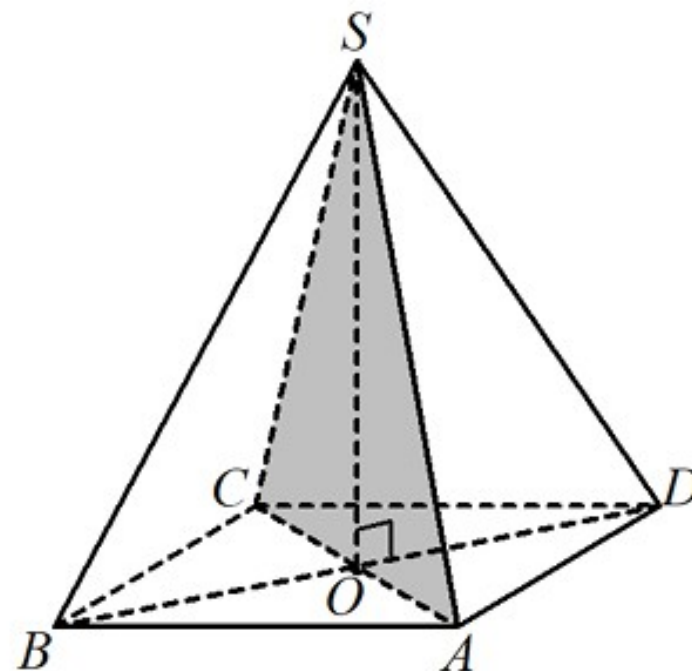
Ats.: 272

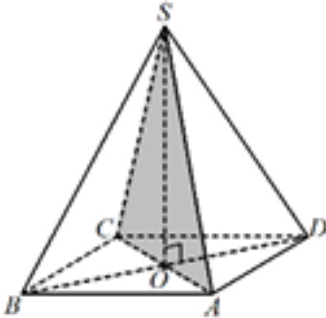
0 taškų / buvo vertinama 1 tašku
Klaidingai išreikštas tūris

- 19.** Taisyklingosios keturkampės piramidės $SABCD$ įstrižinis pjūvis SAC yra lygiakraštis trikampis, kurio kraštinės ilgis yra lygus 6 (žr. pav.). Apskaičiuokite šios piramidės tūrį.

(5 taškai)

Juodraštis



Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		5	
	$\sin 60^\circ = \frac{SO}{SA},$ 	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą SO ilgiui apskaičiuoti.
	$SO = 6 \cdot \sin 60^\circ = 3\sqrt{3}.$	1	Už gautą teisingą SO ilgį.
	$AB = BC = a,$ $a^2 + a^2 = 6^2,$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą pagrindo $ABCD$ kraštinės ilgiui apskaičiuoti.
	$a^2 = 18,$	1	Už gautą teisingą piramidės pagrindo plotą.
	$V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot SO = 18\sqrt{3}.$ <i>Ats.: $18\sqrt{3}.$</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

9. Sprendimas

$$CO = 6 : 2 = 3$$

$$SO^2 = 6^2 - 3^2 = \sqrt{27}$$

$$SO = 3\sqrt{3}$$

$$6^2 = x^2 + x^2$$

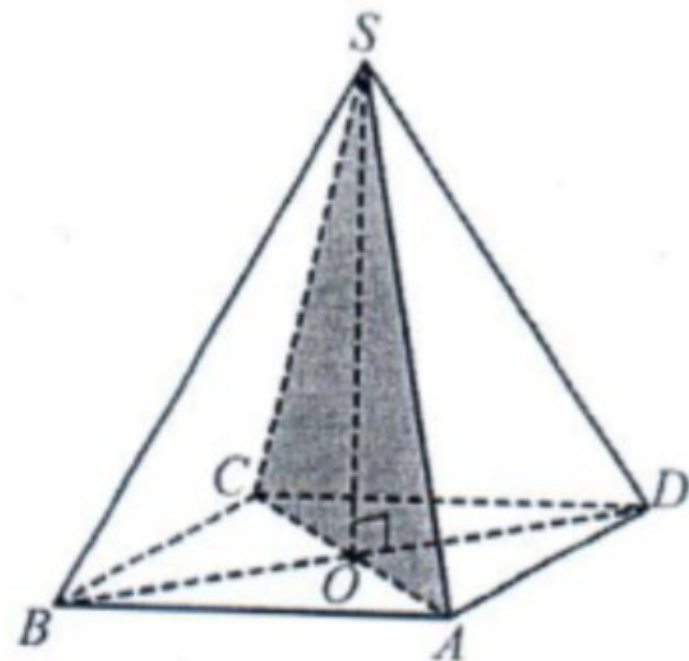
$$36 = 2x^2 / : 2$$

$$18 = x^2$$

$$3\sqrt{2} \pm = x \text{ (-net)}$$

$$S_{\text{pagr}} = (3\sqrt{2})^2 = 18$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$



4 taškai / buvo vertinama 5 taškais
Klaida antroje eilutėje

19. Sprendimas

$$V = \frac{1}{3} S H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} \cdot 24\sqrt{3} = 42$$

(5)

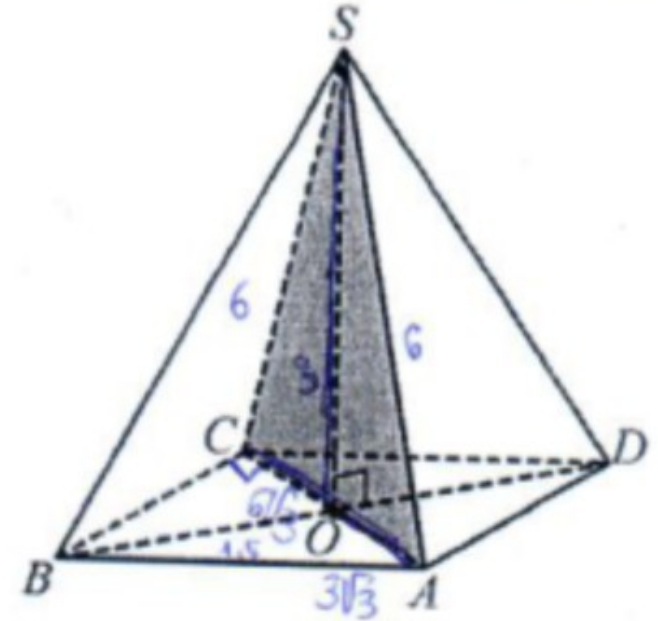
$$H = 6^2 - 3^2$$

$$H = \sqrt{27}$$

$$H = 3\sqrt{3} \text{ (-wt)}$$

$$3\sqrt{3} \cdot 2 = 6\sqrt{3} \cdot 4 = 24\sqrt{3}$$

~~6\sqrt{3} \cdot 2 = 12\sqrt{3}~~
~~12\sqrt{3} \cdot 4 = 48\sqrt{3}~~
~~48\sqrt{3} \cdot 3 = 144\sqrt{3}~~
~~144\sqrt{3} \cdot 3 = 432\sqrt{3}~~

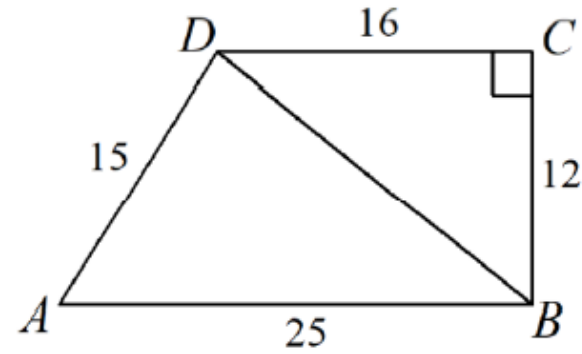


2 taškai / buvo vertinama 3 taškais

Vektoriai + plokštumos geometrija

2023 m.

- 22.** Paveiksle pavaizduota stačioji trapecija $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $\angle BCD = 90^\circ$). Yra žinoma, kad $AB = 25$, $BC = 12$, $CD = 16$ ir $DA = 15$.



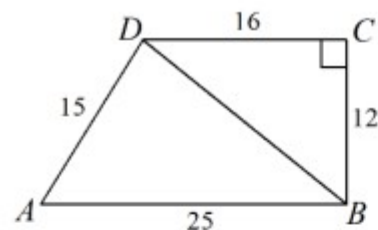
B→22.1. Apskaičiuotą trapecijos įstrižainės¹⁸ BD ilgį, įrodykite, kad trikampiai ABD ir BDC yra panašieji¹⁹.

(2 taškai)

Juodraštis

22.2. Apskaičiuokite vektorių $\overrightarrow{AB}$ ir $\overrightarrow{AD}$ skaliarinę sandaugą²⁰.

(3 taškai)



Pagal Pitagoro teoremą:

$$BD^2 = DC^2 + CB^2 = 400,$$

$$BD = 20.$$

1

Už teisingai
apskaičiuotą
įstrižainės BD
ilgį.

I būdas

Trikampiai ABD ir BDC yra panašieji pagal tris kraštines:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC} = \frac{AD}{BC},$$

nes

$$k = \frac{25}{20} = \frac{20}{16} =$$

$$= \frac{15}{12} = 1,25.$$

II būdas

Trikampiai ABD ir BDC yra panašieji pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų:

$$\angle ABD = \angle BDC$$

(vidaus priešiniai, $DC \parallel AB$) ir

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{DC}, \text{ nes}$$

$$k = \frac{25}{20} = \frac{20}{16} = 1,25.$$

III būdas

Pagal atvirkštinę Pitagoro teoremą pastebime, kad trikampis ABD yra statusis:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2,$$

nes

$$25^2 = 15^2 + 20^2.$$

Todėl

$$\angle ADB = 90^\circ.$$

Trikampiai ABD ir BDC yra panašieji pagal du kampus:

$$\angle ADB = \angle BCD = 90^\circ,$$

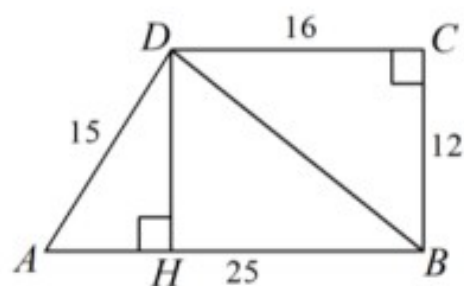
$\angle ABD = \angle BDC$
(vidaus priešiniai, $DC \parallel AB$).

1

Už teisingą
pagrindimą.

22.2		3	
I būdas			
$\angle ADB = 90^\circ$, nes panašiuju trikampių ABD ir BDC atitinkami kampai yra lygūs.	Pagal atvirkštinę Pitagoro teoremą pastebime, kad trikampis ABD yra statusis: $AB^2 = AD^2 + BD^2$, nes $25^2 = 15^2 + 20^2$. Todėl $\angle ADB = 90^\circ$.	1	Už teisingą pagrindimą, kad $\angle ADB = 90^\circ$.
$\cos \angle BAD = \frac{AD}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.		1	Už teisingai apskaičiuotą kampą kosinuso reikšmę.
$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 25 \cdot 15 \cdot \cos \angle BAD,$ $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 25 \cdot 15 \cdot \frac{3}{5} = 225.$ <i>Ats.: 225.</i>		1	Už gautą teisingą atsakymą.

II būdas



$$AH = 25 - 16 = 9, \text{ nes } DC = HB.$$

$$\cos \angle DAH = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} = \cos \angle DAB,$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} &= 25 \cdot 15 \cdot \cos \angle DAB, \\ \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} &= 25 \cdot 15 \cdot \frac{3}{5} = 225. \end{aligned}$$

Ats.: 225.

1

Už brėžinio papildymą trapecijos aukštine DH ir teisingai apskaičiuotą atkarpos AH ilgį.

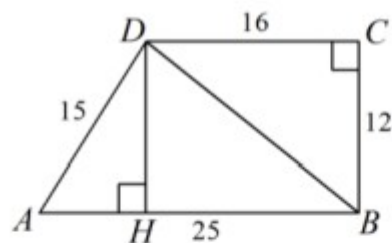
1

Už teisingai apskaičiuotą kampo kosinuso reikšmę.

1

Už gautą teisingą atsakymą.

III būdas



$$AH = 25 - 16 = 9, \text{ nes } DC = HB.$$

1

Už brėžinio papildymą trapecijos aukštine DH ir teisingai apskaičiuotą atkarpos AH ilgį.

$$DH = CB = 12.$$

Įvedame koordinačių sistemą (koordinačių pradžios taškas A), tada:

$$\overrightarrow{AD} = (9; 12),$$

$$\overrightarrow{AB} = (25; 0).$$

1

Už teisingai gautas vektorių $\overrightarrow{AD}$ ir $\overrightarrow{AB}$ koordinates.

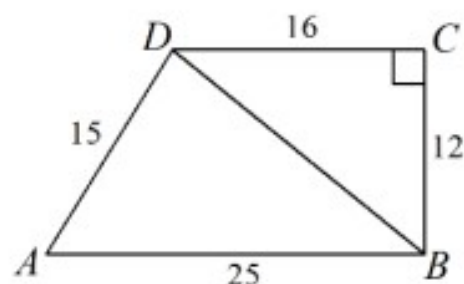
$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 9 \cdot 25 + 12 \cdot 0 = 225.$$

Ats.: 225.

1

Už gautą teisingą atsakymą.

IV būdas



Pagal kosinusų teoremą:

$$DB^2 = AD^2 + AB^2 - 2 \cdot AD \cdot AB \cdot \cos \angle BAD,$$

$$20^2 = 15^2 + 25^2 - 2 \cdot 15 \cdot 25 \cdot \cos \angle BAD,$$

$$\cos \angle BAD = \frac{400 - 225 - 625}{-2 \cdot 15 \cdot 25} = \frac{3}{5}.$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 25 \cdot 15 \cdot \cos \angle DAB,$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 25 \cdot 15 \cdot \frac{3}{5} = 225.$$

Ats.: 225.

1

Už teisingai
pritaikytą
kosinusų teoremą.

1

Už teisingai
apskaičiuotą
kampų kosinuso
reikšmę.

1

Už gautą teisingą
atsakymą.

22.1. Irodymas $\triangle BCD$ - statinis, $\angle BCD = 90^\circ$; pagal Pitagoro teoremą: $BD = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$

Kadangi: $\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{CD} = \frac{AD}{BC} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4} = k$, tai $\triangle ABD \sim \triangle BDC$,
pagal tris kraštines.

2 t

22.1. Irodymas

$$BD = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AD}{BC} = \frac{BD}{CD} = \frac{5}{4}$$

2 t

Ir minimalistinis būdas vertinamas visais taškais

22.1. Irodymas $\triangle BCD$ - statusis
 plg Pitagoro teorema:

$$BD^2 = DC^2 + BC^2$$

$$BD^2 = 16^2 + 12^2$$

$$BD^2 = 256 + 144$$

$$BD^2 = 400$$

$$BD = \pm 20 (-20 \text{ netinka})$$

$\triangle ABD \sim \triangle BDC$ plg dviejų kraštinių⁽²⁾
 ir kampų tarp jų sąlygės:

1. $\angle ADB = \angle DAB = \angle CBD = 45^\circ$

2. $\frac{CB}{DB} = \frac{AD}{AB}$ K.R.↓

1 t (pirmasis)

22.1. Irodymas

$$DB^2 = 16^2 + 12^2$$

$$DB^2 = 256 + 144$$

$$DB = \sqrt{400}$$

$$DB = 20$$

Jei $DB = 20$, tai $\angle CDB = \frac{20}{\sin 90} = \frac{12}{x} \times \approx 34^\circ$

Jei $DB = 20$, tai $\angle CBD = \frac{20}{\sin 90} = \frac{16}{x} \times \approx 53^\circ$

Jei $\angle CBD = 53^\circ$, tai $\angle DBA = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$

Jei $\angle DBA = 37^\circ$, tai $\angle ADB = \frac{15}{\sin 37} = \frac{25}{x} \times x = 90^\circ$

Jei $\angle DBA = 37^\circ$ ir $\angle ADB = 90^\circ$, tai $\angle DAB = 53^\circ$

Ats.: trikampiai panašūs, nes visi kampai lygūs

$\angle C = \angle ADB = 90^\circ$
 $\angle CDB = \angle ABD = 37^\circ$
 $\angle CBD = \angle BAD = 53^\circ$

1 t (pirmasis)

22.1. Įrodymas $BD = 20$ Jeigu $\triangle ABD$ ir $\triangle BDC$ panašieji, tai vienas iš⁽²⁾
 kampų turi būti lygus 90° , jeigu $\angle ADB = 90^\circ$, tai $25^2 = 15^2 + 20^2$,
 $25^2 = 625$, reiškia $\angle ADB = 90^\circ$ (pagal 3 kraštinius)
 $\triangle ABD$ ir $\triangle BDC$ yra panašieji pagal 3 kraštinius, $\frac{15}{12} = \frac{16}{20} = \frac{20}{25} = 1\frac{1}{4}$

1 t (antrasis)

22.1. Įrodymas $DB = \sqrt{DC^2 + CB^2} = \sqrt{256 + 144} = 20$ $AD^2 + DB^2 = 225 + 400 = 625 = AB^2$, taigi $\angle ADB$ - staigus (2)

1) $\angle ADB = \angle BCD = 90^\circ$

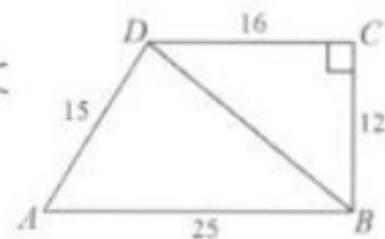
2) $\frac{AD}{BC} = \frac{DB}{CD} = \frac{15}{12} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$ $\triangle ABD \sim \triangle BDC$, pagal 2 kraštines ir kampą tarp jų.

22.2. Sprendimas

$$\vec{AD} \cdot \vec{AB} = |\vec{AD}| \cdot |\vec{AB}| \cdot \cos \angle DAB$$

$$\vec{AD} \cdot \vec{AB} = 15 \cdot 25 \cdot \frac{3}{5} = 225$$

$$\cos \angle DAB = \frac{AD}{AB} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$



Ats.: $\vec{AD} \cdot \vec{AB} = 225$

22.1. - 2 t

22.2. - 3 t

22.1. Irodymas

$$1) BD = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$$

2) $\triangle ABD \sim \triangle BDC$ pagal tris proporcingas brastines

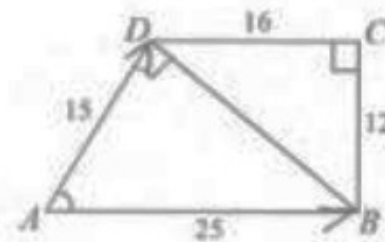
$$\frac{CB}{AD} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \quad \frac{DC}{BD} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5} \quad \frac{DB}{AB} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} \quad \frac{CB}{AD} = \frac{DC}{BD} = \frac{DB}{AB} = \frac{4}{5}$$

22.2. Sprendimas

$$\angle ADB = 90^\circ \quad \vec{AB} \cdot \vec{AD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \cos \angle DAB$$

$$1) \cos \angle DAB = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

$$2) \vec{AB} \cdot \vec{AD} = 25 \cdot 15 \cdot \frac{3}{5} = 225$$



Ats.: $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 225$

1

Už teisingą pagrindimą, kad $\angle ADB = 90^\circ$.

Trūksta pagrindimo

22.1. - 2 t

22.2. - 2 t (nėra pirmojo taško)

22.2. Sprendimas

$$\vec{AB} (25; 0)$$

$$15^2 = 12^2 + x^2$$

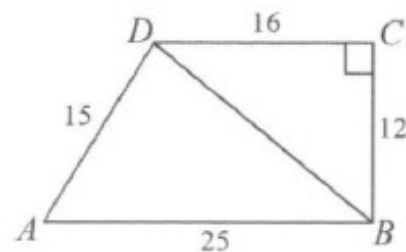
$$x^2 = 81$$

$$x = 9 \quad x = \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix} \text{ (net.)}$$

$$\vec{AD} (9; 12)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 25 \cdot 9 + 0 \cdot 12 = 225$$

Ats.: 225



3 t

22.2. Sprendimas

~~AE~~

$$AE = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$$

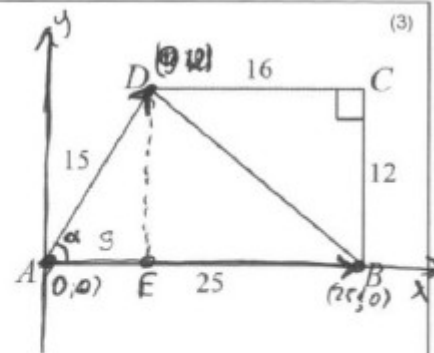
$$\vec{AB} \cdot \vec{AD} = |\vec{AB}| \cdot |\vec{AD}| \cdot \cos \alpha = 5 \cdot 15 \cdot \frac{9}{15} = 45$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(25-0)^2 + 0^2} = 25$$

$$|\vec{AD}| = \sqrt{(9-0)^2 + (12-0)^2} = 15$$

$$\cos \alpha = \frac{9}{15}$$

Ats.: 45



2 t (nėra 3-iojo taško)

Tikimybės

Vertinimo gairės

Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimi du įvykiai (dvi tikimybės), tai sprendime kiekvienas jų turi būti tinkamai įvardintas.

Grubios klaidos	Negrubios klaidos	Teisingas įvykių/tikimybių įvardinimas
1 pvz. $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$. 2 pvz. $P_1 = 0,3, P_2 = 0,6$ arba 2 pvz. $p_1 = 0,3, p_2 = 0,6$.	1 pvz. $P(\text{Jonas}) = 0,3, P(\text{Petras}) = 0,6$; 2pvz. $P(J) = 0,3, P(P) = 0,6$.	1 pvz. Įvykis A – laimės Jonas, įvykis B – laimės Petras. Tada $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$. 2 pvz. p_1 – tikimybė, kad laimės Jonas, p_2 – tikimybė, kad laimės Petras.

Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimas vienas įvykis (viena tikimybė), jis, pageidautina, kad būtų tinkamai įvardintas, tačiau tai nėra būtina.

Grubios klaidos	Negrubios klaidos
1 pvz. $p = 0,3$. Tada $p = 1 - 0,3 = 0,7$. 2 pvz. $A = 0,3$ arba $L = 0,3$	1 pvz. $P(\text{laimės}) = 0,3$ 2 pvz. $P(L) = 0,3$ arba $P(l) = 0,3$ 3 pvz. $P = 0,3$ 4 pvz. $P(A) = 0,3$ arba $P(\text{įvykis}) = 0,3$

12. Atsitiktinis dydis X – vieną kartą žaidžiant loteriją „Latgalių LOTO“ laimėta suma eurai. Pateikta atsitiktinio dydžio X skirstinio lentelė.

x	0	5	10	50
$P(X = x)$	0,7	0,25	p	0,01

12.1. Parodykite, kad $p = 0,04$.

(1 taškas)

12.2. Parodykite, kad $EX = 2,15$.

(1 taškas)

12.1		1	
	$p = 1 - 0,7 - 0,25 - 0,01 = 0,04.$	1	Už teisingą parodymą, kad $p = 0,04$.
12.2		1	
	$EX = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,04 + 50 \cdot 0,01 = 2,15$	1	Už teisingą parodymą, kad $EX = 2,15$

12.3. Atsitiktinis dydis Y – vieną kartą žaidžiant loteriją „Jotvingių LOTO“ laimėta suma eurai. Pateikta atsitiktinio dydžio Y skirstinio lentelė.

y	0	2	5	100	500
$P(Y = y)$	0,65	0,32	0,02	0,009	0,001

Kurią loteriją – „Latgalių LOTO“ ar „Jotvingių LOTO“ – labiau apsimoka žaisti, jeigu jų abiejų bilietai kainuoja tiek pat? Atsakymą argumentuokite.

(2 taškai)

12.3		2	
	$EY = 0 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = 2,14.$	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (teisingai apskaičiuota atsitiktinio dydžio Y matematinė viltis).
	Ats.: „Latgalių LOTO“ apsimoka žaisti labiau, nes $EX > EY$.	1	Už padarytą teisingą, argumentuotą išvadą.

12.1. Sprendimas $P = 1 - 0,7 + 0,25 + 0,01 = 0,04$

12.2. Sprendimas $E X = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,04 + 50 \cdot 0,01 = 10$

6	0/1	1
7	0/1	0
8	1/1	1
9	1/1	1
10	1/1	1
11	1/7	3
11.1	1/1	1
11.2	0/2	1
11.3	0/2	1
11.4	0/2	0
12	4/4	3
12.1	1/1	0

Ot (0..1)

12.1. Sprendimas $0,7 + 0,25 + p + 0,01 = 100; p = 100 - 0,96;$
 $p = 0,04$

Ot.

12.1. Sprendimas

$$0,7 + 0,25 + n + 0,01 = 1$$

$$n = 1 - 0,96$$

$$n + 0,96 = 1$$

$$n = 1 - 0,96$$

(1)

12.2. Sprendimas

$$EX = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,4 + 50 \cdot 0,01 = 0 + 1,25 + 4 + 0,5 = 2,15$$

(1)

1 t; 0 t

12.2. Sprendimas

$$EX = 0 \cdot 0,7 + 5 \cdot 0,25 + 10 \cdot 0,4 + 50 \cdot 0,01 = 0 + 1,25 + 4 + 0,5 = 2,15$$

(1)

12.3. Sprendimas

$$EY = 0,65 \cdot 0 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,05 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001$$

(2)

1 t (0..1t)

12.3. Sprendimas $EX = 0 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,009 + 500 \cdot 0,001 = 2,14$. (2)

Atvingių vid. laimėjimas - 2,15 €

$$2,15 \text{ €} - 2,14 \text{ €} = 0,01 \text{ €}$$

Atvingių vid. laimėjimas - 2,14 €

Ats.: dabiau apsimoka žaisti katgalę, nes laimėjimas 0,01 € didesnis vidutiniškai.

13.1. Sprendimas $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H$ $H = 15$ $S_{pag} = 15 \cdot 15 \sqrt{3} = 225 \sqrt{3}$ (1)

1t (1..2t)

12.3. Sprendimas $E(X) = 0 \cdot 0,65 + 2 \cdot 0,32 + 5 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,003 + 500 \cdot 0,001 = 2,14$ (2)

$$D(X_{\text{kat.}}) = (0-2,15)^2 \cdot 0,7 + (5-2,15)^2 \cdot 0,25 + (10-2,15)^2 \cdot 0,04 + (50-2,15)^2 \cdot 0,01 = 30,6275$$

$$D(X_{\text{lot.}}) = (0-2,14)^2 \cdot 0,65 + (2-2,14)^2 \cdot 0,32 + (5-2,14)^2 \cdot 0,02 + (100-2,14)^2 \cdot 0,003 + (500-2,14)^2 \cdot 0,001 = 337,2004$$

Ats.: labiau apsimoka „atgalių lotto“

13.1. Sprendimas $V = \frac{1}{5} \text{ t}$ $S = 15 \text{ t}$

1 t, 0 t

- 19.** Benas neseniai pradėjo dirbti kalviu. Jam gaminant metalinę detalę, tikimybė, kad pagaminta detalė bus netinkama, yra dvigubai didesnė už tikimybę, kad pagaminta detalė bus tinkama. Benas pagamino 8 metalines detales. Apskaičiuokite tikimybę, kad tarp pagamintų detalių bus bent 3 tinkamos.

(4 taškai)

19		4	
	Tegul p – tikimybė, kad Beno pagaminta detalė bus tinkama. Tada $1 - p = 2p \Rightarrow p = \frac{1}{3}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad Beno pagaminta viena detalė bus tinkama.
	$1 - C_8^0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^8 - C_8^1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^7 -$ $- C_8^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^6 =$ arba $C_8^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^5 + C_8^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right)^4 + C_8^5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^3 +$ $+ C_8^6 \left(\frac{1}{3}\right)^6 \left(\frac{2}{3}\right)^2 + C_8^7 \left(\frac{1}{3}\right)^7 \left(\frac{2}{3}\right)^1 + C_8^8 \left(\frac{1}{3}\right)^8 \left(\frac{2}{3}\right)^0 =$	1	Už bent vienos tikimybės teisingą $C_8^k \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{8-k}$ užrašymą (supratimą, kad čia binominis bandymas).
		1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą (arba už priešingo įvykio tikimybės skaičiavimą ir atėmimą iš 1, arba už visų reikalingų tiesiogiai apskaičiuoti rezultatą tikimybių išvardijimą).
	<i>Ats.: $\frac{1163}{2187}$.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

19. Sprendimas

tinke $\frac{1}{3}$
Netinke $\frac{2}{3}$

(4)

$$1 - P(\text{visos net. arba tinke 1 arba tinke 2}) = 1 - \frac{448}{6561} = \frac{6113}{6561}$$

$$P(\text{netinke}) = \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{256}{6561}$$

$$P(\text{tinke 1}) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{428}{6561}$$

$$P(\text{tinke 2}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{64}{6561}$$

Ats.:

$$\frac{6113}{6561}$$

20. Sprendimas

3t; (0..2t)

19. Sprendimas

~~$P(A) = \frac{2}{3}$~~ $P(\text{tikimys, kad programos reikšmė} = \frac{2}{3})$

~~$P(A) = \frac{2}{3}$~~ $P(\text{tikimys, kad programos reikšmė} = \frac{2}{3})$ ✓

$P(\text{tikimys, kad logų programos duomenys bus bent 3 (tikimys)} = \cancel{1 - (\frac{2}{3})^3} = \frac{6365}{6561}$ ✓

$P(\text{tikimys, kad nėra bus reikšmė}) = (\frac{2}{3})^3$

Ats.: $P(\text{bent 3 tikimys}) = \frac{6365}{6561}$

0. Sprendimas

2t; (1..2t)

19. Sprendimas

$$P(X \geq 3) = 1 - P(0) - P(1) - P(2) = 1 - C_8^0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^8 - C_8^1 \left(\frac{1}{3}\right)^1 \left(\frac{2}{3}\right)^7 - C_8^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^6 = \frac{1163}{2187}$$

(4)

4t (0..4t)

Ats.: $\frac{1163}{2187}$

20. Sprendimas

I dalis (įrašykite tik penkis atsakymus (1–5) užduotims)	
1. 0;37	6. x=3
2. 500√2	7. (-7)
3. 720	8. x²+2x
4. 2	9. 0,08
5. 9	10. -1

II dalis (įrašykite sprendimus ir atsakymus (11–20) užduotims)	
11.1. Sprendimas $\frac{\log(10^3 \cdot 10^{10})}{\log 1000} = \frac{\log 10^{13}}{\log 10^3} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$	Ats.: 2
11.2. Sprendimas $ 1-x + 1-x = 1-x + 1-x = 2 1-x = 2(x-2)$	Ats.: 2x-2
11.3. Sprendimas $\log_{10}(10) = \log_{10}(10^{\frac{1}{10}}) = \frac{1}{10} \cdot \log_{10} 10 = \frac{1}{10} \cdot 1 = \frac{1}{10}$	Ats.: 1/10
11.4. Sprendimas $\frac{\ln(x+2022) - 2\ln(x)}{\lg(x+1)} = \frac{\ln(x+2022) - 2\ln(x)}{\lg(x)} = \frac{2\ln(x)}{\lg(x)} = 2\ln(x)$	Ats.: 3 ln(x)

12.3. Sprendimas
 $EX = 0,4 \cdot 0 + 0,4 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,1 + 0,4 \cdot 0,01 + 0,4 \cdot 0,001$
 $EX = 0 + 0,08 + 0,12 + 0,12 + 0,04 + 0$
 $EX = 0,36$
 $EX > EY$

13.1. Sprendimas $V = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 11$
 $V = \frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 12 \cdot \sin 60^\circ = 225 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 112,5 \sqrt{3}$

13.2. Sprendimas
 $SA = \sqrt{15^2 + (15)^2} = \sqrt{225 + 225} = \sqrt{450} = 15\sqrt{2} = 30$
 $S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 15 = 112,5$

13.3. Sprendimas
 $\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$

13.4. Sprendimas
 $AN = \frac{15 \cdot 15}{15\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$
 $AM = \frac{15 \cdot 15}{15\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$

14.1. Sprendimas
 $f(x) = 2x^2 + 3x - 2 = 5x - 3x^2$
 $f(2) = 10 - 12 = -2$

14.2. Sprendimas
 $y = f(x_1) - (x - x_1) + f(x_2)$
 $y = f(2) - (x - 2) + f(4)$
 $y = 2 - (x - 2) + 10$
 $y = 10 - x + 2$

14.4. **Sprendimas**

$$V = \pi \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$V = \pi \left[\left(\frac{x}{2} \right) \sqrt{4-x^2} + \left(\frac{4}{2} \right) \arcsin \frac{x}{2} \right]_0^2$$

$$V = \pi \left[\left(\frac{2}{2} \right) \sqrt{4-4} + \left(\frac{4}{2} \right) \arcsin \frac{2}{2} \right] - \pi \left[\left(\frac{0}{2} \right) \sqrt{4-0} + \left(\frac{4}{2} \right) \arcsin \frac{0}{2} \right]$$

$$V = \pi \left[0 + 2 \arcsin 1 \right] - \pi \left[0 + 0 \right]$$

$$V = \pi \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$V = \pi^2$$

Ats: π^2

15.1. **Sprendimas**

$$f(x) = 2 \cos x - 4x - 3$$

$$f'(x) = -2 \sin x - 4$$

$$f'(x) = 0$$

$$-2 \sin x - 4 = 0$$

$$\sin x = -2$$

Ats: 2664

15.2. **Sprendimas**

$$f(x) = 900x - 10x^2$$

$$f'(x) = 900 - 20x$$

$$f'(x) = 0$$

$$900 - 20x = 0$$

$$20x = 900$$

$$x = 45$$

Ats: 40

16. **Sprendimas**

$$f(x) = 5 \sin(x)$$

$$f'(x) = 5 \cos(x)$$

$$f'(x) = 0$$

$$5 \cos(x) = 0$$

$$\cos(x) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

Ats: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

17. **Sprendimas**

$$f(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{x^2 + 1} = \frac{x}{x^2 + 1}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{x}{x^2 + 1} = 0$$

$$x = 0$$

Ats: $x = 0$

18. $\log_{10} 17 = \log_{10} 17 - \log_{10} 17 - \log_{10} 17$
 $2 \log_{10} 17 = \log_{10} 17 + \log_{10} 17$
 $2 \log_{10} 17 = \frac{1}{2} \log_{10} 17 + \log_{10} 17$
 $2 \log_{10} 17 = \frac{1}{4} \log_{10} 17$
 $\log_{10} 17 = \frac{1}{8} \log_{10} 17$
 $\log_{10} 17 = 2 \log_{10} 17$
 $17 = a^{2 \log_{10} 17}$
 $a = \frac{2 \log_{10} 17}{17}$

19. $\log_{10} 17 = \log_{10} 17 - \log_{10} 17 - \log_{10} 17$
 $2 \log_{10} 17 = \log_{10} 17 + \log_{10} 17$
 $2 \log_{10} 17 = \frac{1}{2} \log_{10} 17 + \log_{10} 17$
 $2 \log_{10} 17 = \frac{1}{4} \log_{10} 17$
 $\log_{10} 17 = \frac{1}{8} \log_{10} 17$
 $\log_{10} 17 = 2 \log_{10} 17$
 $17 = a^{2 \log_{10} 17}$
 $a = \frac{2 \log_{10} 17}{17}$

15. Izabelė turi dėžutę, kurioje yra 60 vienodo dydžio ir vienodos formos rutuliukų. Kiekvienas rutuliukas yra mėlynas arba žalias. Tikimybė iš dėžutės atsitiktinai ištraukti žalią rutuliuką yra lygi $\frac{3}{10}$.

15.1. Apskaičiuokite, kiek mėlynų rutuliukų yra dėžutėje.

(2 taškai)

15.1		2	
	I būdas $P(M) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10},$	1	Už teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad bus ištrauktas mėlynas rutuliukas.
	$60 \cdot \frac{7}{10} = 42.$ <i>Ats.: 42.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas $60 \cdot \frac{3}{10} = 18,$	1	Už teisingai apskaičiuotą žalių rutuliukų skaičių.
	$60 - 18 = 42$ <i>Ats.: 42.</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

15.1. Sprendimas

$$\frac{3}{10} = \frac{18}{60}$$

$$60 - 18 = 42 \text{ (nėgyrai m. lyri)}$$

Ats.: 42

2t; 0-2t

15.1. Sprendimas $100\% = 60$
 $50\% = 30$
 $25\% = 15$
 ~~$20\% = 12$~~
 $30\% = 20$
 $20\% = 10$

$50\% + 20\% = 70$
 $70\% = 40$ berniukų vaikų

Ats.: 40 berniukų vaikų

Ot. (0..1t)

15.1. Sprendimas
 $Melgva = \frac{3}{10} \cdot 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$
 $7 \cdot 6 = 42$

$\text{Žalioji} = \frac{3}{10}$

Ats.: 42

Ot. Matematinė komunikacija;
 (0..2t)

15.1. Sprendimas $\text{žalių} = \frac{3}{10}$ arba $\frac{18}{60}$, tai žalių yra 18

$\frac{3}{10} = 0,3$, $60 \cdot 0,3 = 18$

Ats.: 18

Ot. Mat. Komunikacija;
 (0..1t)

15.2. Izabelė iš dėžutės atsitiktinai ištraukia vieną rutuliuką. Po to, negrąžinusi į dėžutę šio pirmo rutuliuko, ji iš dėžutės ištraukia antrą rutuliuką. Įvykis A – pirmas ištrauktas rutuliukas bus mėlynas arba žalias, o antras ištrauktas rutuliukas bus žalias. Apskaičiuokite įvykio A tikimybę.

(2 taškai)

15.2		2	
	$P(\check{Z}\check{Z}) = \frac{18}{60} \cdot \frac{17}{59}, \quad P(M\check{Z}) = \frac{42}{60} \cdot \frac{18}{59}.$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą, t.y. už teisingai parašytą bent vieną tikimybę.
	$P(\check{Z}\check{Z} \text{ arba } M\check{Z}) = \frac{18}{60} \cdot \frac{17}{59} + \frac{42}{60} \cdot \frac{18}{59} = \frac{3}{10}.$ $Ats.: \frac{3}{10} \text{ (arba } 0,3).$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

15.2. Sprendimas

$$\tilde{z}\left(\frac{18}{60}\right) \quad \tilde{z}'\left(\frac{42}{60}\right)$$

$$\mu\left(\frac{42}{60}\right) \quad \mu'\left(\frac{18}{60}\right)$$

$$\left(\frac{42}{60} + \frac{18}{60}\right) \cdot \frac{18}{60} = \frac{3}{10}$$

Ats.: $\frac{3}{10}$

1t; buvo pvz. (1..2t)

15.2. Sprendimas

išbandė. mažesnis arba tas pats rezultatas galimybė $\frac{60}{60}$ (1)
ne to standarto, ypač A patenka į tas patulintas:

$$(A) 1 + \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$$

Ats.: $\frac{13}{10}$

16.1. Sprendimas

0t;

20. Dvyliktokų klasėje yra 24 mokiniai, kurie mokosi vokiečių arba ispanų kalbos. Į mokyklą atvažiuoja svečių iš Vokietijos ir Ispanijos, todėl reikia išrinkti mokinį, kuris pasitiks svečius. Tikimybė, kad atsitiktinai pasirinktas mokinyas mokosi tik vienos iš šių kalbų, yra 3 kartus didesnė už tikimybę, kad šis mokinyas mokosi abiejų šių kalbų. Apskaičiuokite, kiek mokinių mokosi **tik** vokiečių kalbos, jeigu **tik** ispanų kalbos mokosi 4 mokiniai.

(4 taškai)

20		4	
	Įvykis A – atsitiktinai pasirinktas mokinyas mokosi abiejų kalbų. $3 \cdot P(A) = 1 - P(A)$,	1	Už sudarytą teisingą lygtį įvykio A tikimybei apskaičiuoti.
	$P(A) = 0,25$.	1	Už gautą teisingą įvykio A tikimybę.
	m – mokinių, kurie mokosi abiejų kalbų, skaičius. $P(A) = \frac{m}{24} = 0,25$, $m = 6$.	1	Už teisingai apskaičiuotą mokinių, kurie mokosi abiejų kalbų, skaičių.
	Mokinių, kurie mokosi tik vokiečių kalbos yra: $24 - 6 - 4 = 14$. <i>Ats.: 14 mokinių (arba 14).</i>	1	Už gautą teisingą atsakymą.

20. Sprendimas

Kiti keliai 3x

abi keliai x

Patikrinu ?

ispaunų 4

šio rind 24

$$24:4=6$$

$$x=6$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

$$18 - 4 = 14 \text{ ml}$$

Ats.: 14 ml

4t, buvos pvz. (0..4t)

20.

Sprendimas

24 moluiniiai

→ uolė
→ išpaugy - 4

(4)

molu. 24.

$$\frac{24}{x+3}$$

$$\frac{24}{4}$$

$$\frac{24}{x+3} - \frac{24}{4} = 0$$

$$\frac{96 - 24x - 72}{4(x+3)} = 0$$

$$96 - 24x - 72 = 0$$

$$-24x + 24 = 0$$

$$-24x = -24 \quad | :(-24)$$

$$x = 1$$

$$4(x+3) \neq 0$$

$$4x + 12 \neq 0$$

$$4x \neq -12 \quad | :4$$

$$x \neq -3$$

$$\frac{24}{1+3} = \frac{24}{4} = 6$$

Ats.:

6 moluiniiai

2024 VBE (Pagrindinė sesija)

- 23.** Metamas nestandartinis šešiasienis žaidimo kauliukas, ant kurio sienelių yra po vieną, dvi, tris, keturias, penkias ir šešias akutes, bet tikimybės kauliukui atvirsti kiekviena sienoje yra skirtingos. Atsitiktinis dydis²⁰ X – „vieną kartą mesto šio kauliuko atvirtusios sienelės akučių skaičius“. Atsitiktinio dydžio X skirstinys²¹ pateiktas lentelė.

m	1	2	3	4	5	6
$P(X = m)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{18}$

- 23.1.** Nustatykite a reikšmę ir apskaičiuokite atsitiktinio dydžio X matematinę viltį²².

(2 taškai)

- 23.2.** Kauliukas metamas du kartus. Apskaičiuokite tikimybę, kad abu kartus atvirtusių sienelių akučių skaičių suma bus lygi 4.

(2 taškai)

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23		4	
23.1		2	
	Kadangi atsitiktinio dydžio elementariųjų įvykių tikimybių suma lygi 1, tai: $a = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{18} = \frac{1}{9}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą a reikšmę.
	$\mathbf{E}(X) = 1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{12} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{9} + 6 \cdot \frac{1}{18} =$ $= \frac{26}{9} = 2\frac{8}{9}.$ Ats.: $a = \frac{1}{9}$ ir $\mathbf{E}(X) = 2\frac{8}{9}.$	1	Už teisingai apskaičiuotą matematinę viltį.
23.2		2	
	Skaičiuojame įvykio A – „du kartus metus kauliuką, atvirtusių sienelių akučių suma bus lygi 4“ – tikimybę: $\mathbf{P}(A) = \mathbf{P}(X=1) \cdot \mathbf{P}(X=3) + \mathbf{P}(X=3) \cdot \mathbf{P}(X=1) +$ $+ \mathbf{P}(X=2) \cdot \mathbf{P}(X=2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} =$	1	Už bent vieną teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad atvirtusių sienelių akučių suma lygi 4.
	$= \frac{17}{144}.$ Ats.: $\mathbf{P}(A) = \frac{17}{144}.$	1	Už gautą teisingą atsakymą.

2 taškai (Gauta teisinga EX reikšmė yra nesuprastinta)

23.1. Sprendimas

$$\frac{12}{36} + \frac{3}{36} + \frac{6}{36} + \frac{1}{36} + 1 + \frac{2}{36} = 1 \quad EX = \frac{12}{36} + \frac{6}{36} + \frac{13}{36} + \frac{36}{36} + \frac{20}{36} + \frac{12}{36} = \frac{104}{36} \quad (2)$$
$$a = 1 - \frac{32}{36} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

~~$$EX = \frac{1}{3} + \frac{2}{12} + \frac{3}{6} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{6}{18} = \frac{3}{6} + \frac{14}{9} = \frac{26}{9} = 2\frac{8}{9}$$~~

Ats.: $a = \frac{1}{9}; EX = \frac{104}{36}$

		KONTROLA
22	5/7	6
22.1.	2/2	2
22.2.	1/1	1
22.3.	2/3	2
22.4.	0/1	1
23	2/4	3
23.1.	1/2	2

0 taškų (Neteisingai apskaičiuotas veiksmo rezultatas)

23.2. Sprendimas

$$\begin{matrix} 1+3 & 2+2 \\ 3+1 & 2+2 \end{matrix}$$

$$\left(\left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} \right) \cdot 2 \right) + \left(\left(\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{12} \right) \cdot 2 \right) = \frac{4}{9}$$

Ats.: $\frac{4}{9}$

		KONTROLA
22.3.	1/3	1
22.4.	0/1	0
23	3/4	2
23.1.	2/2	2
23.2.	1/2	0

1 taškas (už teisingai išvardytas visas palankias baigtis)

23.2. Sprendimas
Galimi variantai: 1 ir 3; 3 ir 1; 2 ir 2
Šešiasienis kauliukas metamas du kartus: $6 \cdot 2 = 12$
 $\frac{m}{n} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Ats.: $\frac{1}{4}$



KONTR

22.3. 2/3 2

22.4. 1/1 1

23 2/4 3

23.1. 2/2 2



23.2. 0/2 1

23.2. Sprendimas Galimi variantai 1,3, 3,1, 2,2 = 3 A - suma bus 4
Visi variantai = $6 \cdot 6 = 36$
 $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Ats.: $\frac{1}{12}$

23.2. Sprendimas išskirti tiksliai
A = suma "4" kai 1+3 / 3+1 / 2+2 / (variantai)
 $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18} + \frac{1}{36} = \frac{1}{12}$

Ats.: $\frac{1}{12}$

2022 m VBE. Pagrindinė sesija

27. Įmonė turi naujos ir senos kartos lazerių. Naujos kartos lazerio per vieną valandą išpjautų detalių skaičius yra sveikasis²⁸ ir didesnis už 8. Senos kartos lazeris per vieną valandą išpjauna keturiomis detalėmis mažiau negu naujos kartos lazeris. Tam tikrą gautą užsakymą įmonė vienu naujos kartos lazeriu gali atlikti per sveikąjį valandų skaičių, o trimis senos kartos lazeriais – dviem valandomis greičiau. Kiek daugiausia detalių gali sudaryti šį užsakymą?

(4 taškai)

27		4	
	I būdas x – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą, t – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriu. $xt = 3(x - 4)(t - 2),$	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį arba lygčių sistemą).
	$2xt - 12t - 6x + 24 = 0,$ $t(x - 6) = 3x - 12,$ $t = \frac{3x - 12}{x - 6}$	1	Už vieno nežinomojo išreiškimą kitu.
	$t = \frac{3x - 12}{x - 6} = 3 + \frac{6}{x - 6}$ $x - 6 = 1 \Rightarrow x = 7$ (net.), $x - 6 = 2 \Rightarrow x = 8$ (net.), $x - 6 = 3 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45,$ $x - 6 = 6 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48.$	1	Už bent vieną lygties sprendinių porą.
	Ats.: 48.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

II būdas x – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą, t – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriu. $xt = 3(x - 4)(t - 2)$,	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį arba lygčių sistemą).
$2xt - 12t - 6x + 24 = 0$, $t(x - 6) = 3x - 12$, $x = \frac{6t - 12}{t - 3}$,	1	Už vieno nežinomojo išreiškimą kitu.
$x = \frac{6t - 12}{t - 3} = 6 + \frac{6}{t - 3}$, $t - 3 = 1 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48$, $t - 3 = 2 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45$, $t - 3 = 3 \Rightarrow x = 8$ (net.), $t - 3 = 6 \Rightarrow x = 7$ (net.).	1	Už bent vieną lygties sprendinių porą.
Ats.: 48.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

	III būdas x – kiek detalių išpjauna naujos kartos lazeris per 1 valandą, t – per kiek valandų įvykdomas užsakymas naujos kartos lazeriu. $xt = 3(x - 4)(t - 2),$	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nežinomųjų įvedimą ir sudarytą teisingą lygtį arba lygčių sistemą).
	$2xt - 12t - 6x + 24 = 0,$ $(x - 6)(t - 3) = 6,$	1	Už teisingai pertvarkytą lygtį (sandauga lygi natūraliajam skaičiui).
	$x - 6 = 1, t - 3 = 6 \Rightarrow x = 7 \text{ (net.)},$ $x - 6 = 2, t - 3 = 3 \Rightarrow x = 8 \text{ (net.)},$ $x - 6 = 3, t - 3 = 2 \Rightarrow x = 9, t = 5 \Rightarrow xt = 45,$ $x - 6 = 6, t - 3 = 1 \Rightarrow x = 12, t = 4 \Rightarrow xt = 48.$	1	Už bent vieną lygties sprendinių porą.
	Ats.: 48.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

per $16 - x$ dešelių. (kainos kintančios)
 per $16 - x - 4$ dešelių (sumos kintančios).

$$x > 8. \quad x = \frac{6 \cdot 5 - 12}{5 - 3} = 9$$

užsakyti galiausiai per t h. (kainos kintančios)
 užsakyti galiausiai per $(t-2)$ h.

$$xt = 3(6-4)(t-2).$$

$$xt = 3(6t - 4t + 8).$$

$$xt = 3xt - 6x - 12t + 24.$$

$$0 = 2xt - 6x - 12t + 24 \quad / : 2.$$

$$0 = xt - 3x - 6t + 12.$$

$$0 = xt - 3x - 6t + 12.$$

$$-xt + 3x = -6t + 12,$$

$$xt - 3x = 6t - 12.$$

$$x(t-3) = 6t - 12.$$

$$x = \frac{6t-12}{t-3}.$$

$$\frac{6t-12}{t-3} > 8.$$

$$\frac{6t-12-8(t-3)}{t-3} > 0$$

$$\frac{6t-12-8t+24}{t-3} > 0.$$

$$\frac{-2t+12}{t-3} > 0$$

$$\frac{-2t+12}{t-3} = 0 \quad \begin{matrix} - & + & - \\ 3 & 5 & 6 \end{matrix}$$

$$-2t+12=0 \quad t=6$$

Ats.: 9 dešelių

27. Sprendimas

(4)

$$h > 8$$

$$S = h - 4$$

$$xh = x - 2(h - 4)$$

$$h = 9$$

$$S = 9 - 4 = 5$$

$$h = 9 \cdot 3 = 18$$

$$S = 3 \cdot 5 \cdot 1 = 15 \quad - \text{ netinka}$$

$$h = 9 \cdot 4 = 36$$

$$S = 3 \cdot 5 \cdot 2 = 30 \quad - \text{ netinka}$$

$$h = 9 \cdot 5 = 45$$

$$S = 3 \cdot 5 \cdot 3 = 45 \quad - \text{ tinka}$$

$$h = 9 \cdot 6 = 54$$

$$S = 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60 \quad - \text{ netinka}$$

x - sveikasis skaičius

Ats.: 45 detalės

1t, T

$$I \quad v \text{ det./h}$$

$$v > 8$$

s - užsakyto detalio sk.

$$II \quad v-4 \text{ det./h}$$

$$\frac{s}{v} = \frac{1}{3(v-4)} + 2$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{3v-12} + 2$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{3v-12} - 2 = 0$$

$$\frac{3(v-12)s - v s - 2(3v^2 - 12v)}{3v^2 - 12v} = 0$$

$$\frac{2vs - 12s - 6v^2 + 24v}{3v^2 - 12v} = 0$$

$$\frac{2s(v-6) - 4v(v-6)}{3v(v-4)} = 0 \quad v \neq 0 \quad v \neq 4$$

$$2s(v-6) - 4v(v-6) = 0$$

$$2s(v-6) = 4v(v-6)$$

$$2s = 4v$$

$$s = 2v$$

1t

Ats.: 45 detalės

27.

Sprendimas

Naujas lazenis per 1h išpjauna x (det.), $x \in \mathbb{Z}$, $x > 8$
 Senas lazenis per 1h išpjauna $x-4$ (det.)
 detalių skaičius - y ; $y \in \mathbb{N}$

$$A = N \cdot t$$

$$t = \frac{A}{N}$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y}{(x-4)3} + 2$$

$$\frac{y}{x} = \frac{y + 6x - 24}{3x - 12} \quad \left| \cdot (x(3x-12)) \right. \quad \begin{matrix} x \neq 0 \\ x \neq 4 \end{matrix}$$

$$3xy - 12y = xy + 6x^2 - 24x$$

$$2xy - 12y = 6x^2 - 24x \quad | :2$$

$$xy - 6y = 3x^2 - 12x$$

$$y(x-6) = 3x^2 - 12x$$

$$y = \frac{3x^2 - 12x}{x-6}$$

kai $x=12$ $y=48$ +

kai $x=10$

$y=15$

(užtikrinu, nes $\frac{1}{x} \in \mathbb{N}$)

$$y' = \frac{(6x-12)(x-6) - (3x^2-12x)}{(x-6)^2} = \frac{3x^2 - 36x + 72}{(x-6)^2} \quad (4)$$

$$y = \frac{(6x-12)(x-6) - (3x^2-12x)}{(x-6)^2}$$

$$\frac{3x^2 - 36x + 72}{(x-6)^2} = 0$$

$$\begin{cases} x_1 = 6 + 2\sqrt{3} \\ x_2 = 6 - 2\sqrt{3} \text{ (neįmanoma)} \\ x \neq 6 \end{cases}$$

$$6x^2 - 36x + 72 = 0 \quad | :6$$

$$x^2 - 6x + 12 = 0$$

$$3x^2 - 36x + 72 = 0$$

$$x^2 - 6x + 12 = 0$$

Kur x mažesnis, tuo y didesnis

kai $x=10$

$$y = \frac{3x^2 - 12x}{x-6}$$

$$x > 6 + 2\sqrt{3}$$

kai $x=11$

$y = 46,2$ (užtikrinu, nes $y \in \mathbb{N}$)

Ats.: 48 detalių

3t

27. Sprendimas X - naujos kartos lazerio detalių skaičius išpjautos, $\text{nr}^{(4)}$
valanda. $X > 8, X \in \mathbb{Z}$

y - valandų skaičius, per kurį įmonė atliks užsakymą, $y \in \mathbb{Z}$

$$X \cdot y = 3(x-4)(y-2)$$

$$xy = 3xy - 6x - 12y + 24$$

$$2xy - 6x - 12y + 24 = 0 : 2$$

$$xy - 3x - 6y + 12 = 0$$

$$x(y-3) - 6y + 12 = 0$$

$$x(y-3) = 6y - 12$$

$$x = \frac{6y-12}{y-3}$$

$$\cancel{x} > 8$$

$$\frac{6y-12}{y-3} > 8$$

$$\frac{6y-12}{y-3} > 0$$

$$\frac{6y-12-8y+24}{y-3} > 0$$

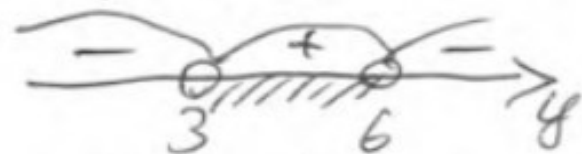
$$\frac{-2y+12}{y-3} > 0$$

$$-2y+12=0$$

$$y=6$$

$$y-3=0$$

$$y=3$$



$$y \in (3; 6) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=4 \text{ arba } y=5$$

$$\text{kai } y=5$$

$$5x = 3(x-4)(5-2)$$

$$5x = 3 \cdot 3(x-4)$$

$$5x = 9x - 36$$

$$-4x = -36$$

$$x=8 \text{ (netinka, nes } x > 8)$$

$$\text{kai } y=4$$

$$4x = 3(x-4) \cdot 2$$

$$4x = 6x - 24$$

$$-2x = -24$$

$$x=12$$

$$12 \cdot 4 = 48$$

Ats.: 48 detalės

27. Sprendimas x - naujos kortos lėšerų skaičius senos kortos lėšerų sk. $x-4$ (4)
 t - per kiek valandų užsakygų išpila naujos kortos lėšeris, $t-2$; 3 senos kortos.

$$x + 3(t-2)(x-4)$$

$$xt = 3xt - 6x - 12t + 24$$

$$3x - 12 = xt - 6t$$

$$t(x-6) = 3x-12$$

$$t = \frac{3x-12}{x-6} ; t \in \mathbb{N} ; x \in \mathbb{N} ; x > 8 ; t > 2$$

Kai $x=9$, tai $t=5$, kai $x=12$ $t=4$, kai $t=6$, tai $x=8$ - negali būti, nes $x > 8$
 detalių sk 45 detalių sk 48. todėl daugiausia gali būti 48 detalių

Ats.: 48 detalės.

3t

maršrutas $x > 8$, x - sveikasis

y - per kiek valandų nauj. kartos lazeris, padaro užš.

y - sveikasis

$$(2x-12)^2 \neq 0$$

$$x \neq 6$$

$$xy = 3(x-4)(y-2) \quad \checkmark$$

$$y = \frac{6x-24}{2x-12}; \quad x \neq 6 \quad \checkmark$$

$$f(x) = x \cdot y = \frac{6x^2 - 24x}{2x - 12}$$

$$f'(x) = \frac{12x^2 - 144x + 288}{(2x-12)^2}$$

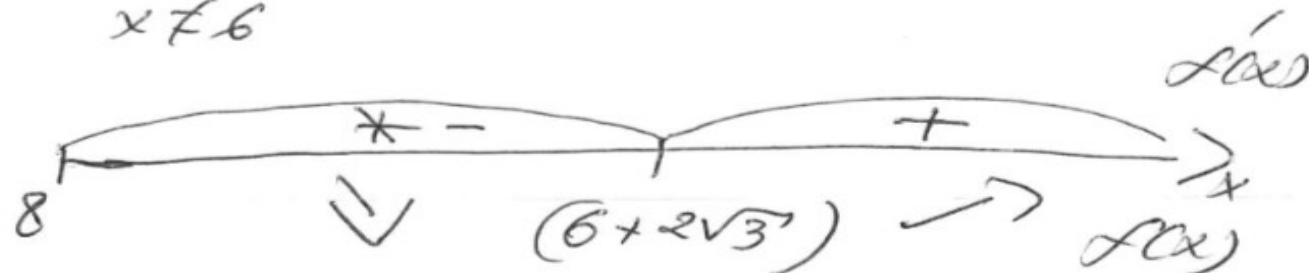
$$12x^2 - 144x + 288 = 0 : 12,$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$\sqrt{D} = 4\sqrt{3}$$

$$x_1 = 6 - 2\sqrt{3} \text{ - net.}$$

$$x_2 = 6 + 2\sqrt{3};$$



$$6 + 2\sqrt{3} \approx 9,46,$$

$x > 8$, x - sveikasis, tai

$x = 10$, tai

$$f(10) = \frac{6 \cdot 10^2 - 24 \cdot 10}{2 \cdot 10 - 12} = 45 \quad \checkmark$$

Ats.:

~~10~~ 45

2t P.A. su $x=10$ laikas $t=4,5$, t.y. netenkina sąlygos, trečio t. nėra

Sprendimas

X detalizė lh - naujas
X-4 detalizė lh - senas

$$\begin{aligned} h \cdot (3X - 72) &= X(h + 2) \quad \times \\ 3Xh - 72h &= Xh + 2X \\ 3Xh - Xh - 2X &= 72h \\ 2Xh - 2X &= 72h \\ X(2h - 2) &= 72h \\ X &= \frac{72h}{2h - 2} \\ X &= \frac{72h}{2(h - 1)} \\ X &= \frac{6h}{h - 1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X &> 8 \\ \frac{6h}{h-1} &> 8 \\ \frac{6h - 8h + 8}{h-1} &> 0 \\ \frac{-2h + 8}{h-1} &> 0 \quad | \cdot (-1) \\ \frac{h-4}{h-1} &> 0 \end{aligned}$$

$$h = 1, h = 4$$

$$\begin{aligned} \text{didžiausias } h &= 3; \\ 3 \cdot (3X - 72) &= X(3 + 2) \\ 9X - 36 &= 5X \\ 4X &= 36 \\ X &= 9; \\ Xh + (3X - 72)h &= \\ 9 \cdot 3 + ((3 \cdot 9 - 72) \cdot 3) &= \\ &= \cancel{27 + (-9)} = 18 \\ &= 27 + 45 = 72 \end{aligned}$$



Pirmas t: h – senų lazerių darbo laikas;
Antras t: kintamojo x išreiškimas per h;

Děkojame už děmesj.