

MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO VERTINIMO GAIRĖS

1. Matematikos valstybinio brandos egzamino (VBE) vertinimo gairių tikslas – užtikrinti objektyvų ir informatyvų vertinimą.

- Pritaikyti vienodus vertinimo kriterijus, siekiant objektyviai įvertinti mokinių pasiekimus, eliminuoti subjektyvumo riziką.
- Užtikrinti, kad vertinant būtų remiamasi vienodomis standartizuotomis normomis. Tai leistų analizuoti rezultatų tendencijas, siekiant nustatyti ugdymo proceso efektyvumą.
- Užtikrinti, kad vertinimas būtų nešališkas, suprantamas, objektyvus ir patikimas.

2. Vertinimo gairių bendrosios nuostatos.

- Kartu su egzamino užduotimi, remiantis šiomis vertinimo gairėmis, yra rengiama pirminė vertinimo instrukcija. Po egzamino, remiantis kontrolinės grupės mokinių darbų analize, ši instrukcija gali būti koreguojama ir taip parengiama galutinė vertinimo instrukcija.
- Kiekvienas uždavinys vertinamas taškais. Taškų skaičius uždaviniui priskiriamas, atsižvelgiant į uždavinio tipą ir jį sprendžiant atliekamų žingsnių skaičių.
- Dėl šiose vertinimo gairėse neaprašytų atvejų vertinimo sprendimą priima matematikos VBE vertinimo komisijos pirmininkas.

3. Toliau pateikiami uždavinių tipai, vertinimo kriterijai ir jų paaiškinimai.

3.1. VBE I dalis

Uždavinio tipas	Vertinimo kriterijus	Vertinimo kriterijaus paaiškinimas	Vertinimas
Pasirenkamojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Taškas skiriamas už teisingą atsakymą. Jei uždavinys vertinamas 1 ar 2 taškais, jis turi turėti atitinkamą skaičių teisingų pasirinkimų: 1 teisingas pasirinkimas už 1 tašką, 2 teisingi pasirinkimai už 2 taškus (už kiekvieną teisingai pasirinktą atsakymą skiriamas vienas taškas).	1–2 taškai
Trumpojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Jeigu uždavinio vertė – 1 taškas, tai taškas skiriamas už teisingą atsakymą. Jeigu pagal uždavinio sąlygą reikia rasti daugiau negu vieną nežinomą dydį, tai taškas skiriamas už kiekvieną iš jų.	1–2 taškai

3.2. VBE II dalis

Uždavinio tipas	Vertinimo kriterijus	Vertinimo kriterijaus paaiškinimas	Vertinimas									
Trumpojo atsakymo	Teisingas atsakymas	Taškas skiriamas už teisingą atsakymą.	1 taškas									
Pilnojo sprendimo	Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas	Teisingo sprendimo būdo pasirinkimas atskiru tašku vertinamas tuo atveju, jei numanoma, kad uždavinys (ar jo dalis) gali turėti ne vieną, bet kelias sprendimo strategijas. Šiuo atveju tokia formuluotė naudojama pirmam, esminiam sprendimo žingsniui įvardyti ir vertinti. Laikoma, kad mokinys pasirinko teisingą uždavinio sprendimo strategiją dviem toliau pateikiamais atvejais. - Mokinys užrašė pritaikytą konkrečiam atvejui teisingą formulę, teoremą, taisyklę ir (ar) ją taiko. Taisyklės nebūtina formuluoti apibendrintos, užtenka parašyti simboliais, tinkančiais konkrečiam atvejui. Pastaba. Jei taikoma formulė ar taisyklė yra nurodyta formulių lape arba ji yra Matematikos bendrojoje programoje, mokinys gali ją taikyti, iš karto įrašydamas skaičius (rašyti simboliais nebūtina). Tačiau jei formulės ar taisyklės nėra Matematikos bendrojoje programoje, ją būtina užrašyti simboliais. (Pavyzdžiai pateikti 6.1 punkte.) - Žodiniame uždavinyje (ar jo dalyje) mokinys teisingai įvardijo visus nežinomuosius ir nustatė jų tiesiogiai sąlygoje nenurodytus tarpusavio ryšius (juos aprašė žodžiais arba naudojo toliau sprendamas uždavinį). (Pavyzdžiai pateikti 6.2 punkte.) Patikslinimas <table><tr><td>Taško skyrimo pagrindas</td><td>Kintamieji neįvardyti tiksliai</td><td>Kintamieji tiksliai įvardinti arba užrašyti matavimo vienetai</td></tr><tr><td>Nenustatyti arba nustatyti sąlygoje tiesiogiai paminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai</td><td>Taškas neskiriamas</td><td>Taškas neskiriamas</td></tr><tr><td>Nustatyti sąlygoje tiesiogiai nepaminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai</td><td>Taškas neskiriamas</td><td>Taškas skiriamas</td></tr></table>	Taško skyrimo pagrindas	Kintamieji neįvardyti tiksliai	Kintamieji tiksliai įvardinti arba užrašyti matavimo vienetai	Nenustatyti arba nustatyti sąlygoje tiesiogiai paminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas neskiriamas	Nustatyti sąlygoje tiesiogiai nepaminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas	
Taško skyrimo pagrindas	Kintamieji neįvardyti tiksliai	Kintamieji tiksliai įvardinti arba užrašyti matavimo vienetai										
Nenustatyti arba nustatyti sąlygoje tiesiogiai paminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas neskiriamas										
Nustatyti sąlygoje tiesiogiai nepaminėti kintamųjų tarpusavio ryšiai	Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas										

	Teisingai atliktas vienas žingsnis	Kiekvienas žingsnis, už kurį numatomas taškas, turi būti aprašytas vertinimo instrukcijoje. Už kiekvieną teisingai atliktą žingsnį skiriamas taškas. Pastaba. Sąlygos perrašymas nėra laikomas žingsniu. Laikoma, kad žingsnis atliktas teisingai, jei - žingsnio atlikimas tiksliai veda prie uždavinio (ar jo dalies) išsprendimo; - sprendime nėra 4.1 punkte aprašytų klaidų.	1 taškas
	Gautas teisingas atsakymas	Laikoma, kad gautas teisingas atsakymas, jei mokinys atsakymą pagrindė skaičiavimais ar tekstu ir nepadarė toliau aprašytų klaidų. 1 pastaba. Jei mokinys į atsakymo langelį neparašė atsakymo, jo atsakymu laikomas paskutinėje sprendimo eilutėje pateiktas skaičius, reiškiny, funkcija ir pan. 2 pastaba. Jei uždavinys (ar jo dalis) vieno žingsnio, tai vertinamas tik gautas teisingas atsakymas.	1 taškas
	Pagrindimas arba argumentavimas	- Uždaviniuose, kurių sąlygoje nenurodyta „parodykite“, „pagrįskite“, „argumentuokite“, pakanka parodyti sprendimo žingsnius. - Uždaviniuose, kurių sąlygoje nurodyta „parodykite“, „pagrįskite“ arba „argumentuokite“, užtenka paaiškinti, kodėl pasirenkamas tam tikras sprendimo būdas. Pavyzdžiui, „$AB \perp KL$“, „trikampiai ABC ir KMN yra panašieji“ ir pan. Jei minima trijų statmenų teorema, būtina nurodyti bent pasvirąją, pavyzdžiui, „pagal trijų statmenų teoremą, pasviroji AM“. Įrodyti faktų nebūtina. Už pagrindimą skiriamas 1 taškas. Įrodymo uždaviniuose reikia pagrįsti kiekvieną sąlygoje nenurodytą teiginį ar faktą. Pavyzdžiui, „Trikampiai yra panašieji, nes $\angle M = \angle N$; $\angle B = \angle C$“. Jei minima trijų statmenų teorema, būtina nurodyti statmenį, pasvirąją ir jos projekciją, taip pat, jei tai tiesiogiai neišplaukia iš sąlygos, pagrįsti, kodėl pasviroji ar projekcija yra statmena tam tikrai tiesei. Pats požymio užrašymas, jei išvardyti visi reikiami sąryšiai, nėra būtinas. Jei įrodymas išbaigtas, išvada padaryta, žodis „įrodyta“ nėra būtinas. Kiekvieno tokio teiginio pagrindimas vertinamas atskiru tašku. (Pavyzdžiai pateikti 7 punkte.)	

4. Klaidų sąrašas

4.1. Taškas neskiriamas, jei padarytos toliau išvardytos klaidos.

- Aritmetinė klaida.
- Algebrinė klaida.
- Loginė / situacijos klaida.

Pastaba. Jeigu padaryta loginė klaida pirmame sprendimo žingsnyje, dėl kurios sprendimo eiga pasikeičia iš esmės, už teisingai atliktus žingsnius, kurie numatyti vertinimo instrukcijoje, taškai skiriami. Esant sudėtingesnėms situacijoms dėl tokio uždavinio (ar jo dalies) vertinimo sprendimą priima matematikos egzamino vertinimo komisijos pirmininkas.

- Šiurkšti neatidumo-komunikavimo klaida.
- Nešiurkšti neatidumo-komunikavimo klaida padaryta, sprendžiant uždavinius, kurie yra priskirti **Matematinio komunikavimo pasiekimų srities pasiekimui (B2)**.

4.2. Taškas skiriamas, jei padaryta nešiurkšti neatidumo-komunikavimo klaida (A, C pasiekimų sritims priskiriamuose uždaviniuose (ar jų dalyse)).

5. Klaidų tipų aprašymai

5.1. Aritmetinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.1 punkte](#))

- Neteisingai atliktas aritmetinis veiksmas.

5.2. Algebrinė klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.2 punkte](#))

- Neteisingai pritaikyta formulė ar taisyklė.
- Neteisingai atlikti algebriniai pertvarkymai.

5.3. Loginė ir situacijos klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.3 punkte](#))

- Sprendimas pradamas nuo neteisingų prielaidų, pasirenkama netinkama strategija (pagal kontekstą pritaikyta ne ta teorema ar taisyklė).
- Uždavinio (ar jo dalies) sąlygų nepaisymas.
- Pateikti keli uždavinio (ar jo dalies) sprendimai, iš kurių bent vienas yra klaidingas. **Pastaba.** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- Teiginio įrodymas apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu. **Pastaba.** Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.
- Mokinys perrašydamas sąlygą padaro klaidą ir palengvina ar pasunkina uždavinį. **Pastaba.** Palengvinus uždavinį, taškas neskiriamas už pirmą žingsnį. Likę taškai skiriami, jei atlikti žingsniai yra aprašyti vertinimo instrukcijoje. Pasunkinus uždavinį, taškai skiriami už žingsnius, kurie yra tokie patys arba analogiški vertinimo instrukcijoje aprašytiems žingsniams.
- Padarius klaidą, gautas atsakymas nėra įvertinamas pradinės sąlygos kontekste (prieštarauja sąlygai, apibrėžimui, teoremai ar pan.).

5.4. Neatidumo-komunikavimo klaida ([pavyzdžiai pateikti 8.4.1–8.4.4 punktuose](#))

Neatidumo ir komunikavimo klaidos dažnai panašios. Skiriasi jų atsiradimo priežastis. Neatidumo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl nepakankamo susikaupimo, skubėjimo ar dėmesio trūkumo, atliekant užduotį. Komunikavimo klaidos – tai klaidos, atsirandančios dėl neteisingo matematinės idėjos perteikimo; simbolių, matematinės terminijos, kalbos nemokėjimo ir neteisingo vartojimo. Tačiau dažniausiai neįmanoma nustatyti tokių klaidų atsiradimo priežasties. Todėl jos priskiriamos vienai grupei.

Šios klaidos skirstomos į šiurkščias ir nešiurkščias. Už šiurkščias klaidas taškas neskiriamas, už nešiurkščias – skiriamas.

Ketrios pagrindinės taisyklės, pagal kurias šio tipo klaidos skirstomos į šiurkščias ir nešiurkščias

Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos
1. Vienareikšmiškumo taisyklė (pavyzdžiai pateikti 8.4.1 punkte)	
Daugiaprasmiai atsakymai, kai neįmanoma nustatyti, ar atsakymas teisingas. Neapibrėžti, tiesiogiai sąlygoje nenurodyti kintamieji ir (ar) įvykiai.	Vienaprasmis, teisingas atsakymas, tačiau praleista sprendimo dalis (jeigu ji nevertinama atskiru tašku). Reiškinų prastinimas, reiškinių reikšmės apskaičiavimas atskirais veiksmiais, nededant lygybės ženklų.
2. Vieno karto taisyklė (pavyzdžiai pateikti 8.4.2 punkte)	
Jei neteisingas simbolis panaudotas vieną kartą iš vieno ir nėra kaip nustatyti, ar būtų gautas teisingas atsakymas.	Jei neteisingas simbolis panaudotas vieną kartą iš vieno, bet atsakymas teisingas.
3. 50 % taisyklė (taikoma, jei tas pats simbolis kartojamas ne mažiau kaip keturis kartus) (pavyzdžiai pateikti 8.4.3 punkte)	
Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami (ar įrašomi nereikalingai, klaidingai) daugiau kaip 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas. Pastaba. Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustams ar simboliui ši taisyklė taikoma (t. y. skaičiuojama) atskirai.	Simbolis, skliaustai ar skaičius praleidžiami (ar įrašomi nereikalingai, klaidingai) ne daugiau kaip 50 % kartų. Gautas atsakymas teisingas. Pastaba. Kiekvienam skirtingam skaičiui, skliaustams ar simboliui ši taisyklė taikoma (t. y. skaičiuojama) atskirai.
4. Esminės sampratos taisyklė (pavyzdžiai pateikti 8.4.4 punkte)	
Neteisingai vartojama matematinė kalba, aprašanti esmines toliau išvardytas sampratas: 1) vartojamas išvestinės ženklas vietoj integralo ir atvirkščiai; 2) painiojami vektoriaus ir jo ilgio simboliai; 3) kampo didumas painiojamas su jo sinusu, kosinusu ar tangentu.	

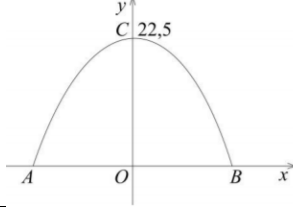
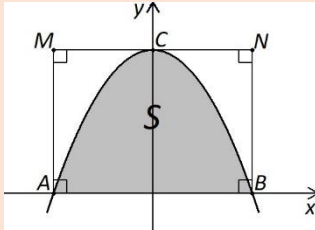
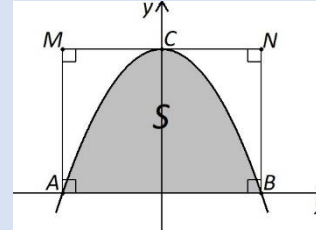
5.5. Klaidomis nelaikomi užrašai (pavyzdžiai pateikti 8.5 punkte)

- Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir (ar) naudojama skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.
- Klaidos, kurios atsiranda, jei mokinyš, įvertinęs uždavinio kontekstą, bet to nenurodęs, pasirenka teisingą atsakymą.
- Kvadratinės lygties neigiamo sprendinio neužrašymas realaus turinio ir (ar) geometriniuose uždaviniuose nėra laikomas klaida.
- Sprendžiant trigonometrines lygtis ar nelygybes bent vieną kartą sprendime ir (ar) atsakyme būtina nurodyti, kad $k \in \mathbb{Z}$. Šios sąlygos nenurodymas kiekviename lygties ar nelygybės sprendimo žingsnyje nėra laikomas klaida.
- Intervalų sąjunga rašoma be sąjungos ženklo, didėjimo mažėjimo intervalai su sąjungos ženklu ar uždariais galais nelaikoma klaida.
- Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui (trupmenai).

- Praleista nereikšminga sprendimo dalis (jeigu ji nevertinama atskiru tašku).

6. Teisingo sprendimo būdo pasirinkimo pavyzdžiai

6.1. Teisingos uždavinio sprendimo strategijos pasirinkimo pavyzdžiai

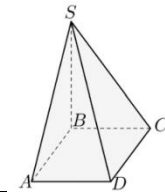
Sąlyga. Ledo arenos pagrindas ABB_1A_1 yra stačiakampis. Priekinė ir galinė sienos statmenos pagrindui, lygios ir lygiagrečios. Jų kraštas yra parabolės $y = -0,1x^2 + 22,5$ formos (žr. pav.) Apskaičiuokite ledo arenos galinės sienos plotą.	
	
Netinkamas uždavinio strategijos pasirinkimo užrašymas	Tinkamas uždavinio strategijos pasirinkimo užrašymas
$-0,1x^2 + 22,5 = 0 \Rightarrow x_1 = -15,$ $x_2 = 15 \Rightarrow AB = 30.$ Tada $S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot AM \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot 22,5 \cdot 30 = 450.$ <i>Ats.: 450.</i> Pastaba. Nenurodyta programoje nenumatyta formulė. 	Pavaizduota kreivinė trapecija, kurios plotas S. Yra žinoma, kad $S = \frac{2}{3} \cdot S_{AMNB}.$ $-0,1x^2 + 22,5 = 0 \Rightarrow x_1 = -15, x_2 = 15 \Rightarrow AB = 30.$ Tada $S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot S_{AMNB} = \frac{2}{3} \cdot AM \cdot AB = \frac{2}{3} \cdot 22,5 \cdot 30 = 450.$ <i>Ats.: 450.</i> 

6.2. Teisingo kintamųjų įvardijimo ir sąryšio aprašymo pavyzdžiai

Sąlyga. Motociklininkas numatė per tam tikrą laiką nuvažiuoti 120 km. Tačiau dėl kelio darbų pusiaukelėje 10 min stovėjo, todėl likusią kelio dalį važiavo 12 km/h greičiau ir į numatytą vietą atvyko laiku. Kokiu greičiu motociklininkas važiavo iš pradžių?	
Netinkamas kintamųjų įvardijimas	Tinkamas kintamųjų įvardijimas
1 pvz. Pirmoji kelio pusė x, antra $x + 12$. 2 pvz. x km/h; $x + 12$ km/h.	Pastaba: kintamieji turi būti įvardinti tiksliai arba turėtų būti užrašyti matavimo vienetai. 1 pvz. Pirmoji kelio pusė – x km/h, antroji – $x + 12$ km/h. 2 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis x, antrąją $x + 12$ (<i>pastaba: jei nėra skirtingų matavimo vienetų</i>). 3 pvz. Pirmąją kelio pusę greitis x km/h, antrąją $x + 12$ km/h.
Nepakankamas sąryšių nustatymas	Pakankamas sąryšių nustatymas
Sąlyga. Pirmąją kelio pusę automobilio greitis x km/h; antrąją – $x + 12$ km/h.	Sąlyga. Pirmąją kelio pusę automobilio greitis x km/h; antrąją – $x + 12$ km/h. Antrajai kelio pusei automobilis sugaišo $60/(x + 12)$ val.

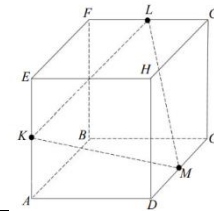
7. Teisingo argumentavimo pavyzdžiai

1 pvz. Sąlyga. Piramidės $ABCD S$ pagrindas yra kvadratas, kurio kraštinės ilgis lygus 6. Piramidės šoninė briauna yra statmena pagrindo plokštumai. Piramidės aukštinės ilgis lygus 8. **Įrodykite, kad šoninė siena SAD yra statusis trikampis.**



Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas
$AB \perp AD$ (kvadrato kraštinės); $SB \perp (ABC)$, todėl trikampis SAD statusis.	$AB \perp AD$ (kvadrato kraštinės); $SB \perp (ABC)$, todėl $SA \perp AD$, trikampis SAD statusis.
SA – pasviroji, AB projekcija, $AB \perp AD$. Todėl trikampis SAD statusis.	SA – pasviroji, AB projekcija, $AB \perp AD$. Todėl $SA \perp AD$, trikampis SAD statusis.
$SB \perp (ABC)$, todėl $SA \perp AD$, trikampis SAD statusis.	
2 pvz. Sąlyga. Paveiksle pavaizduotas kubas. Taškai K, L ir M yra atitinkamų briaunų AE, FG ir CD vidurio taškai. Įrodykite, kad atkarpa MG statmena briaunai FG.	
Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas
$GF \perp (DHGC)$; taigi $GF \perp MG$.	$GF \perp (DHGC)$; $MG \subset (DHGC)$, taigi $GF \perp MG$.
$MG \subset (DHGC)$, taigi $GF \perp MG$.	
MG – pasviroji į plokštumą BCG , MC – statmuo į plokštumą BCG , CG – atkarpos MG projekcija, todėl $FG \perp MG$.	MG – pasviroji į plokštumą BCG , MC – statmuo į plokštumą BCG , CG – atkarpos MG projekcija. $FG \perp GC$, todėl $FG \perp MG$.

3 pvz. Sąlyga. Paveiksle pavaizduotas kubas. Taškai K, L ir M yra atitinkamų briaunų AE, FG ir CD vidurio taškai. Apskaičiuokite kampą tarp tiesių MG ir FG didumą. **Atsakymą pagrįskite.**



Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas
<i>Ats.: 90°.</i>	$MG \perp FG$. MG yra pasviroji pagal trijų statmenų teoremą, todėl kampas tarp tiesių MG ir FG lygus 90° .

8. Klaidų tipų pavyzdžiai (VBE II dalies sprendimo uždaviniai)

8.1. Aritmetinių klaidų pavyzdžiai

Taškas neskiriamas	Taškas skiriamas, nelaikoma klaida
1. Neteisingas apvalinimas arba apvalinama, kai to nereikia. 2. Skaičiavimo klaida. 3. Realus turinio uždaviniai, kuriuose atsakymas turi būti natūralusis skaičius pagal uždavinio prasmę. Pavyzdžiui, atsakymas $10/2$ žmogaus laikomas klaidingu. 4. Atsakymas $\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$ laikomas klaidingu. 5. Uždavinyje, kuriame naudojami kelių rūšių matavimo vienetai, pvz., metrai ir centimetrai, atsakyme nenurodyti matavimo vienetai.	1. Atsakyme užrašyta nesuprastinta trupmena, neišskirta sveikoji dalis (išskyrus atvejus, kai ieškomas dydis pagal sąlygą turi būti natūralusis skaičius). Pavyzdžiui, atsakymai $\frac{4}{6}$; $\frac{10}{3}$ laikomi teisingais. 2. Neiškeltas dauginamasis prieš šaknies ženklą. Pavyzdžiui, atsakymas $\sqrt{8}$ laikomas teisingu. 3. Matavimo vienetai nenurodyti uždavinio, kuriame yra tik vienos rūšies matavimo vienetai, atsakyme.

8.2. Algebrinių klaidų pavyzdžiai

Neteisingai pritaikyta formulė ar taisyklė.
1 pvz. $(a + b)^3 = a^3 + b^3$. 2 pvz. $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt{x^3}$.
Neteisingai pritaikyti algebriniai pertvarkymai.
Pvz. Kai $x \leq 1$, tai $x - 1 = x - 1 = -x - 1$.

8.3. Loginių ir situacijos klaidų pavyzdžiai

Teorema arba taisyklė netinkamoje situacijoje arba sprendimas pradedamas nuo neteisingų prielaidų, parenkama netinkama žingsnio atlikimo strategija.	
1 pvz. $(x^2)' = \frac{x^3}{3} + C$.	
Uždavinio (ar jo dalies) sąlygų nepaisymas.	
Pvz. Kiek sprendinių turi lygtis $\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$, kai $x \in \left[-\frac{67\pi}{2}; \frac{101\pi}{2}\right]$? <i>Sprendimas</i> $\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = \frac{\pi}{2} + 6\pi k, k \in \mathbb{Z},$ $-\frac{67\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} + 6\pi k \leq \frac{101\pi}{2},$ $-\frac{17}{3} \leq k \leq \frac{25}{3},$ $k = \frac{25}{3} - \left(-\frac{17}{3}\right) + 1 = 15 \text{ arba } k = \frac{25}{3} - \left(-\frac{17}{3}\right) = 14.$	
Pateikti keli uždavinio (ar jo dalies) sprendimai, iš kurių bent vienas yra neteisingas.	
<i>Pastaba.</i> Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.	
Pvz. Kiek sprendinių turi lygtis $\sin(3x) = 1$, kai $x \in [-101\pi; 303,5\pi]$?	
$3x = \pm\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = \pm\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z},$ $-101\pi \leq \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3} \leq 303,5\pi,$ $-152 \leq k \leq 454,75,$ $454 - (-152) + 1 = 607.$	$3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z},$ $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z},$ $-101\pi \leq \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3} \leq 303,5\pi,$ $-151,75 \leq k \leq 455,$ $455 - (-151) + 1 = 607.$

Iš viso yra 607 sprendiniai.

Teiginio įrodymas apsiriboja atskirų atvejų nagrinėjimu.

Pastaba. Toks uždavinio sprendimas vertinamas 0 taškų.

Pvz. Įrodykite, kad skaičių seka (a_n) yra aritmetinė progresija, kai $a_n = 5n - 1$.

Sprendimas

$a_2 - a_1 = 9 - 4 = 5$; $a_3 - a_2 = 14 - 9 = 5$. Kadangi $a_3 - a_2 = a_2 - a_1$, tai a_n yra aritmetinė progresija.

Padarius klaidą, rezultatas prieštarauja sąlygai, apibrėžimams, teoremai.

1 pvz. Gauta tikimybė didesnė nei 1.

2 pvz. Gautas ilgis, plotas, tūris yra neigiamas ir pan. Tai pateikiama, kaip atsakymas.

3 pvz. Apskaičiuoti figūros, apribotos kreivėmis $y = 4 - x^2$ ir $y = 3$ plotą. (**Pastaba.** Pavyzdyje pateikiama tik dalis sprendimo – integravimas.)

1 sprendimas

$$S = \int_{-1}^1 (3 - 4 + x^2) dx = \int_{-1}^1 (-1 + x^2) dx = \left(-x + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = -1 + \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}.$$

$$S = \frac{4}{3}.$$

Taškas neskiriamas, plotas S sprendime neigiamas, atsakyme teigiamas.

2 sprendimas

$$\int_{-1}^1 (3 - 4 + x^2) dx = \int_{-1}^1 (-1 + x^2) dx = \left(-x + \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = -1 + \frac{1}{3} - 1 + \frac{1}{3} = -\frac{4}{3}.$$

$$S = \left| -\frac{4}{3} \right| = \frac{4}{3} \text{ (arba } S = \frac{4}{3} \text{).}$$

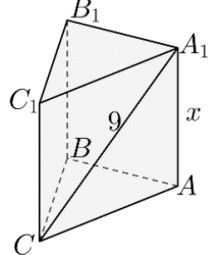
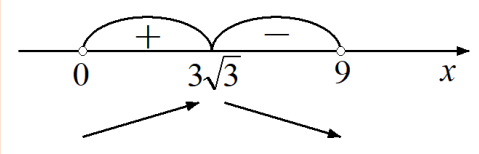
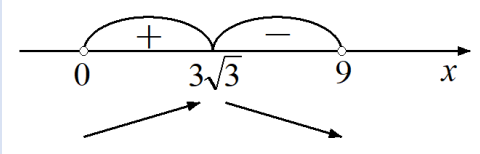
Taškas skiriamas.

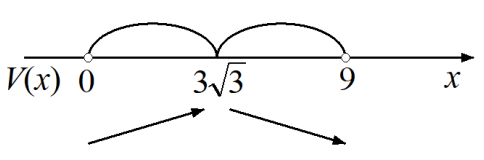
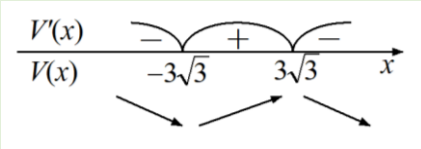
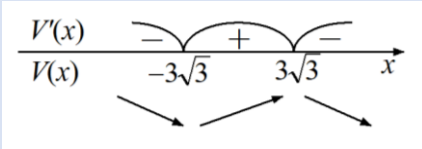
8.4. Neatidumo-komunikavimo klaidų pavyzdžiai

8.4.1. Vienareikšmiškumo taisyklės taikymo pavyzdžiai

Sritis	Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos
Atsakymo užrašymas	Jei sprendime aptinkamas teisingas atsakymas, tačiau jis nėra aiškiai arba vienareikšmiškai suformuluotas (nepakankamai konkretus, paliekantis vietos įvairioms interpretacijoms ar dviprasmybėms), o atsakymo langelyje atsakymas neįrašytas arba įrašytas klaidingas.	1. Jei sprendime gautas teisingas atsakymas (jis yra paskutinis gautas skaičius ar simbolis) nurodytas vienareikšmiškai, o atsakyme jis yra klaidingas (padaryta viena neatidumo(perrašymo) klaida). 2. Jei atsakyme yra perteklinės informacijos, tačiau vienareikšmiškai galima nustatyti uždavinio (ar jo dalies) atsakymą.
	Jeigu uždavinys (ar jo dalis) vertinamas 1 tašku	
	(instrukcijoje parašyta: „už gautą teisingą atsakymą“ arba „gautą reiškinį ...) Kai $x \in (0; 1)$, tai $\sqrt{(x^2 - 1)^2} = 1 - x^2$.	
	Jeigu uždavinys (ar jo dalis) vertinamas daugiau negu 1 tašku	
Modulis		Pvz. Suprastinkite reiškinį $\frac{\sqrt{(x^2 - 1)^2}}{x^2 - 2x + 1}$, kai $x \in (0; 1)$. $\frac{\sqrt{(x^2 - 1)^2}}{x^2 - 2x + 1} = \frac{1 - x^2}{x^2 - 2x + 1} = \frac{(1 - x)(1 + x)}{(x - 1)^2} = \frac{1 + x}{1 - x}.$
Sinusas, kosinusas ir tangentas	1 pvz. (Išplėstinis kursas) $\arcsin(-0,5) = -30$. 2 pvz. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} = 45^\circ$.	Pvz. (Bendrasis kursas) $\arcsin(-0,5) = -30$.

Tikimybės ir jų interpretavimas	Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimi du įvykiai (dvi tikimybės), tai sprendime kiekvienas jų <u>turi būti</u> tinkamai įvardytas.		
	Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos	Teisingas įvykių / tikimybių įvardijimas
	1 pvz. $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$. 2 pvz. $P_1 = 0,3, P_2 = 0,6$ arba $p_1 = 0,3, p_2 = 0,6$. Pastaba. Įvykiai neapibrėžti.	1 pvz. $P(\text{Jonas}) = 0,3, P(\text{Petras}) = 0,6$. 2 pvz. $P(J) = 0,3, P(P) = 0,6$.	1 pvz. Įvykis A – laimės Jonas, įvykis B – laimės Petras. Tada $P(A) = 0,3, P(B) = 0,6$. 2 pvz. p_1 – tikimybė, kad laimės Jonas, p_2 – tikimybė, kad laimės Petras.
	Jeigu uždavinio (ar jo dalies) sąlygoje minimas vienas įvykis (viena tikimybė), jis, pageidautina, kad būtų tinkamai įvardytas, tačiau tai nėra būtina.		
	Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos	
	1 pvz. $p = 0,3$. Tada $p = 1 - 0,3 = 0,7$. 2 pvz. $A = 0,3$ arba $L = 0,3$.	1 pvz. $P(\text{laimės}) = 0,3$. 2 pvz. $P(L) = 0,3$ arba $P(l) = 0,3$. 3 pvz. $P = 0,3$. 4 pvz. $P(A) = 0,3$ arba $P(\text{įvykis}) = 0,3$.	

Funkcijos išvestinė	Pagrindimas, kad funkcija įgyja didžiausią / mažiausią reikšmę gautame kritiniame taške. Pastaba. Jei funkcijos apibrėžimo sritis nustatoma pagal uždavinio kontekstą, mokinys gali pasirinkti nagrinėti funkciją visoje, t. y. neapribotoje jos apibrėžimo srityje. Atsižvelgti į siauresnę, iš konteksto gautą apibrėžimo sritį jis gali tik užrašydamas atsakymą. Jei apibrėžimo sritis sąlygoje nenurodyta, ją mokinys turi nustatyti. Jeigu apibrėžimo sritis yra atviras intervalas, turi būti aiškiai nurodyti išvestinės ženklai nurodytuose intervaluose: • skaičių tiesėje pažymėti ženklai $+/-$ ir (ar) • apskaičiuotos išvestinės reikšmės intervalų taškuose. Jeigu apibrėžimo sritis yra uždaras intervalas, mokinys gali rinktis nagrinėti: • išvestinės reikšmės intervalo galuose ir kritiniuose taškuose; - ar • intervalą kaip atvirą. (Šis žingsnis vertinamas tašku, todėl pagrindimo praleisti negalima.)		
		Taisyklingosios trikampės prizmės $ABCA_1B_1C_1$ tūris apskaičiuojamas pagal formulę $V(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}(81x - x^3)$; čia x yra prizmės aukštinės AA_1 ilgis, $x \in (0; 9)$. Nustatykite x reikšmę, su kuria šios prizmės tūris įgyja didžiausią reikšmę. (4 taškai)	
	Šiurkščios klaidos 1 pvz. Neparodyta grafike, kur funkcija, o kur išvestinė.  $x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.	Nešiurkščios klaidos	Teisingas sprendimas 1 pvz. Neparodyta grafike, kur funkcija, o kur išvestinė, tačiau parodyta, kad buvo skaičiuotos būtent išvestinės reikšmės. $V'(1) = 19,5\sqrt{3} > 0$ $V'(8) = -27,75\sqrt{3} < 0$  $x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.

	2 pvz.  $x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę.	Pvz.  $x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę. Pastaba. Šiuo atveju apibrėžimo sritis buvo sąlygoje, nereikalaujama ją atkartoti. Jei analogišku atveju apibrėžimo sritis sąlygoje būtų nenurodyta ir mokinys jos niekur nebūtų užrašęs, tai būtų vertinama kaip šiurkšti loginė klaida.	2 pvz.  $x = 3\sqrt{3}$ yra maksimumo taškas, kuriame funkcija $V(x)$ įgyja didžiausią reikšmę, kai $x \in (0; 9)$.
Pirmąją funkciją ir integralą	Apibrėžtinio integralo apskaičiavimas Pastaba. Skaičiuojant apibrėžtinio integralo reikšmę, turi būti nurodyta pirmąją funkciją ir: - skaitinis reiškiny su įrašytais rėžiais arba - apskaičiuotos jos reikšmės atitinkamuose taškuose		
	Šiurkščios klaidos Pvz. $\int_{-1}^1 (x + 2) dx = 4$, nes $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + C$.	Nešiurkščios klaidos Pvz. $\int_{-1}^1 (x + 2) dx = 4$, nes $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x$ ir $F(1) = 2,5$.	Teisingas sprendimas Pvz. $\int_{-1}^1 (x + 2) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big _{-1}^1 = \frac{1^2}{2} + 2 - \left(\frac{(-1)^2}{2} + 2 \cdot (-1) \right) = 4$.
	Reiškinų prastinimas, nerašant lygybės ženklų.		

	Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos
Reiškinų prastinimas		Suprastinkite reiškinį: $\frac{2 \sin \alpha + \sin(-2\alpha)}{(1 - \cos \alpha) \cos \alpha}$ $\frac{2 \sin \alpha - \sin(2\alpha)}{(1 - \cos \alpha) \cos \alpha}$ $\frac{2 \sin \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha}{(1 - \cos \alpha) \cos \alpha}$ $\frac{2 \sin \alpha (1 - \cos \alpha)}{(1 - \cos \alpha) \cos \alpha}$ $\frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha}$ $2 \operatorname{tg} \alpha$

8.4.2. Vieno karto taisyklės taikymo pavyzdžiai

Sritis	Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos
Skaičių aibės	Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <i>Ats.: $A \cup B = 2; 4$.</i>	Nustatykite aibių A ir B sankirtą $A \cap B$, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <i>Ats.: $A \cup B = \{2; 4\}$.</i>
	Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = (0; 2)$, $B = [-1; 1]$. <i>Ats.: $A \in (0; 1]$.</i> <i>Ats.: $A \cup B \in (0; 1]$.</i>	Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 4; 6\}$. <i>Ats.: $2; 4$.</i>
		Nustatykite aibių A ir B sankirtą, kai $A = (0; 2)$, $B = [-1; 1]$.

		<i>Ats.: $A \cap B \in (0; 1]$ arba $x \in (0; 1]$.</i>
Realiojo skaičiaus modulis	Pvz. Kai $x \leq 1$, tai $\sqrt{(x-1)^2} = x-1 = 1-x$.	Pvz. Kai $x \leq 1$, tai $\sqrt{(x-1)^2} = -x-1 = 1-x$.
Logaritmai	1 pvz. $\lg^5 100 = \lg 100^5$. 2 pvz. Kai $a = 2, b = 8$, tai $\lg(a+b) = \lg 2 + 8$.	1 pvz. $\lg^5 100 = \lg 100^5 = 2^5 = 32$. 2 pvz. Kai $a = 2, b = 8$, tai $\lg(a+b) = \lg 2 + 8 = \lg 10 = 1$.
Progresijos		Pvz. $a_n = a_1 + d(n-1) = 5 + 3(10-1) = 32$. <i>Ats.: $a_n = 32$.</i>
		Pvz. $S_n = a_1 + d(n-1) = 5 + 3(10-1) = 32$. <i>Ats.: $S_{10} = 32$.</i>
Pirmąją funkciją ir integralą	Pvz. $\int_0^1 (x+2) = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) =$	1 pvz. $\int 2x \, dx = x^2 + C, C \in \mathbb{Z}$ 2 pvz. $\int_0^1 x + 2 \, dx = \frac{x^2}{2} + 2x \Big _0^1 =$ 3 pvz. $\int_0^1 (x+2) = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$ 4 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) =$ 5 pvz. $(x+2)dx \int_0^1 = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$ 6 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$ 7 pvz. $\int_0^1 (x+2) \, dx \int_0^1 = \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right) \Big _0^1 =$

8.4.3. 50 % taisyklės taikymo pavyzdžiai

Sritis	Šiurkščios klaidos	Nešiurkščios klaidos
Plokštumos vektoriai	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}.$	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}.$
Trigonometrinės lygtys ir nelygybės	$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 + \sin \cos + \cos^2)}{1 + \sin \cos} + \cos x =$ $\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \cos)}{1 + \sin \cos} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$ $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$ $\cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(1 + \sin \alpha \cos \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$	$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin - \cos)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x =$ $\frac{(\sin - \cos)(1 + \sin \cos)}{1 + \sin \cos} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$ $\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + 0,5 \sin(2x)} + \cos x = \frac{(\sin \alpha - \cos \alpha)(\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha)}{1 + \sin \alpha \cos \alpha} +$ $\cos x = \frac{(\sin x - \cos x)(1 + \sin x \cos x)}{1 + \sin x \cos x} + \cos x = \sin x - \cos x + \cos x = \sin x.$
Pirmąją funkciją ir integralą	$\int (x^2 + 1)^2 dx = \int (x^2 + 1)(x^2 + 1) = \int x^4 + 2x^2 + 1 =$ $= \frac{x^5}{5} + \frac{2x^3}{3} + x + C.$	$\int \frac{x-1}{x^2+x-2} dx = \int \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \int \frac{\cancel{x-1}}{(\cancel{x-1})(x+2)} = \int \frac{1}{x+2} dx =$ $= \ln x+2 + C$

8.4.4. Esminės sampratos taisyklės taikymo pavyzdžiai

Šiurkščios komunikavimo klaidos
1 pvz. $\vec{a} = 1, \vec{b} = 2, (\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 60^\circ,$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$
2 pvz. $\vec{a} = 1, \vec{b} = 2, (\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = 60^\circ,$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$
3 pvz. $\vec{a} = 1, \vec{b} = 2, \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}) = \cos 60^\circ,$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot 2 \cdot \cos 60^\circ = 1.$

8.5. Klaidomis nelaikomi užrašai

Matematiniai simboliai užrašomi taip, kaip neįprasta Lietuvoje ir (ar) naudojama skaičiuotuose bei kompiuterinėse programose.
$\log x; \tan x; \cos^{-1}(0,5); 2^3$
Klaidos, atsiradusios, jei mokinys, įvertinęs uždavinio kontekstą, bet to nenurodęs, pasirenka teisingą atsakymą.
Pvz. Išspręskite lygtį $\sqrt{6-x} = -x$. <i>Sprendimas</i> $(\sqrt{6-x})^2 = (-x)^2,$ $x^2 + x - 6 = 0,$ $x_1 = -3, x_2 = 2.$ <i>Ats.: -3.</i>
Intervalų sąjunga, rašoma be sąjungos ženklo, nelaikoma klaida. Intervale skaičiai, atskirti kableliu, nelaikoma klaida (jei aiškiai matoma, kokie skaičiai atskirti, t. y. jie sveikieji arba padėtas tarpas).
1 pvz. (2; 5); (6; 8). (2; 5) ir (6; 8). (2; 5) arba (6; 8). (2,5) arba (6,8). 2 pvz. (2,2, 3,2). Situacija, kai neaišku, kokie skaičiai atskiriami kableliais, pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida. Pvz. (2,3,5).
Procentų prilyginimas dešimtainiam skaičiui.
1 pvz. $0,28 = 28 \%$. 2 pvz. $200 \cdot 5 \% = 10; 200 - 10 = 190$. 3 pvz. $200 - 200 \cdot 5 \% = 190$.
Užrašydamas didėjimo / mažėjimo intervalus, mokinys naudoja sąjungos ženklą ir (ar) uždarus intervalus.
Taško koordinatų atskyrimas kableliu nelaikoma klaida, jeigu yra aišku, kokie skaičiai atskirti.
(2,3); (2,3, 5). Situacija, kai neaišku, kokie skaičiai atskiriami kableliais, pažeidžia vienareikšmiškumo taisyklę ir laikomi klaida. Pvz. (2,3,5).

Sinuso, kosinuso, tangento kampas, susidedantis iš vieno skaičiaus ar simbolio, gali būti rašomas skliausteliuose arba ne. Abu užrašai nelaikomi klaida.
$\sin x$; $\sin(x)$; $\sin 2x$.
Apibrėžimo arba reikšmių srities užrašymas, naudojant skirtingus žymėjimus.
$D(f) = (4; 6)$; $D_f = (4; 6)$; $D = (4; 6)$; $D(f): x \in (4; 6)$; $D(f): (4; 6)$; $D: (4; 6)$. $E(f) = (4; 6)$; $E_f = (4; 6)$; $E = (4; 6)$; $E(f): x \in (4; 6)$; $E(f): (4; 6)$; $E: (4; 6)$.
Išplėstinio kurso programoje $\arcsin a$, $\arccos a$, $\arctg a$ apibrėžiamas kaip skaičius, tačiau jo apskaičiavimas laipsniais nelaikomas klaida.
Pvz. (Išplėstinis kursas) $\arcsin(-0,5) = -30^\circ$.
Nelygybės sprendiniai gali būti užrašomi nelygybe arba intervalu (jei sąlygoje nenurodomas užrašymo būdas).
Prastinant reiškini, lygybės ženklai rašomi tik vienoje pusėje.
1 pvz. $\frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ $= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2}$ $= \sqrt{x}+2$ 2 pvz. $\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} =$ $\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} =$
Matavimo vienetai sąlygoje nenurodyti, tačiau atsakyme jie užrašyti.
Tokiu atveju užrašas nebus laikomas klaida, jei užrašyti matavimo vienetai atitinka matuojamą dydį (jei skaičiuojamas plotas, tai ploto matavimo vienetai, jei ilgis – ilgio ir pan.). Priešingu atveju tai aritmetinė klaida.