NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

2022

МАТЕМАТИКА

Завдання державного випускного іспиту

Повторна сесія

30 червня 2022 р. **Тривалість іспиту – 3 год. (180 хв.)**

ВКАЗІВКИ

1. Після отримання зошиту завдань, додатку до нього і аркушу для відповідей, перевірте, чи у них немає пустих аркушів або іншого чітко видимого браку. Помітивши це, повідомте відповідальному за іспит.
2. **Переконайтеся, що аркуш для відповідей позначений наліпкою, номер якої співпадає з Вашим порядковим номером у протоколі складання іспиту.**
3. Завдання із загального курсу або їхні частини позначені знаком **В➔**.
4. Рішення і (або) відповіді завдань перш за все Ви можете записати у зошиті завдань, у якому залишено місце для чернетки. Якщо Ви не маєте сумнівів щодо рішення і (або) відповіді, можете одразу записувати їх в аркуші для відповідей. **Оцінювачам іспиту буде надаватися лише аркуш для відповідей!**
5. На іспиті Ви можете робити записи ручкою з чорним чорнилом, олівцем, користуватися гумкою, приладдям для креслення і вимірювання, калькулятором, що не має текстової пам'яті.
6. **В аркуші для відповідей** записи робіть і кресліть **лише ручкою з чорним чорнилом**, акуратно і розбірливо. В аркуші для відповідей не користуйтеся гумкою і засобами корекції.
7. Бережіть аркуш для відповідей (не надірвіть і не зімніть його). Відповіді, записані у зіпсованих аркушах, не будуть оцінюватися.
8. Намагайтеся вирішити якомога більше завдань, незважаючи на те, за програмою якого курсу (загального чи розширеного) предмета Ви навчалися у школі. Якщо Ви не вирішите якого-небудь завдання, не розчаровуйтеся і намагайтеся вирішити інші завдання.
9. Вибрані відповіді завдань **I частини** в аркуші для відповідей позначте хрестиком (позначайте лише один варіант відповідей). Якщо Ви позначите не чітко або позначите більше ніж один варіант відповіді, це завдання буде оцінено в 0 балів. Якщо Ви помилилися, відповідь можете виправити у місці, вказаному в аркуші для відповідей.
10. Відповіді завдань **II частини** записуйте у призначеному для цього місці в аркуші для відповідей.
11. Рішення і відповіді завдань **III частини** записуйте у призначеному для цього місці в аркуші для відповідей. Рішення і відповіді, записані за вказаними межами, не будуть оцінюватися. **Відповідь, що надана у III частині без рішення, буде оцінено в 0 балів.**
12. В аркуші для відповідей не повинно бути записів чи інших знаків, що дозволяли б ідентифікувати автора роботи.
13. Після закінчення іспиту Ви можете взяти зошит завдань із собою.

Зичимо Вам успіху!

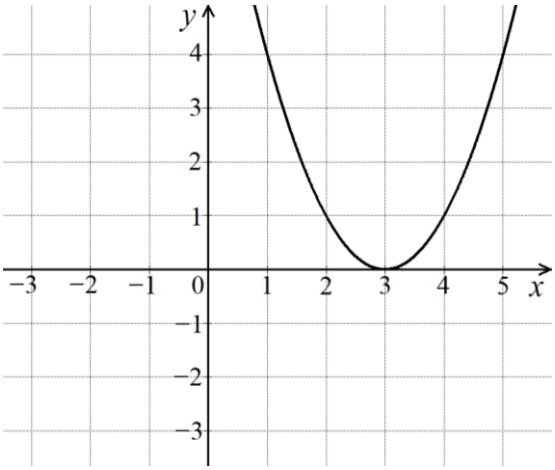
© Nacionalinė švietimo agentūra

I частина

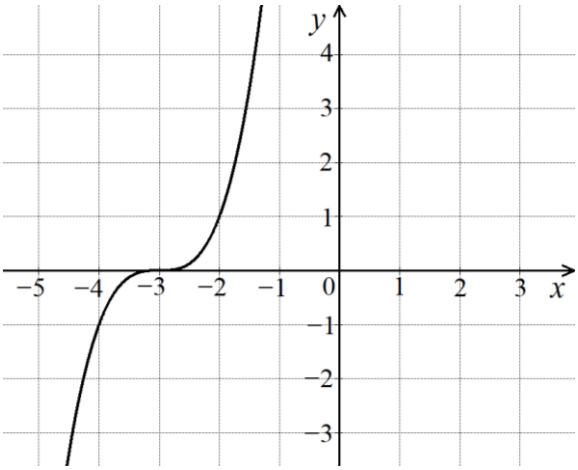
Кожне завдання (01–10) цієї частини має лише одну правильну відповідь, що оцінюється в ***1 бал****. Виберіть, на Вашу думку, правильну відповідь і позначте її хрестиком в аркуші для відповідей.*

B➔01. На якому рисунку зображено графік функції $y = (x+3)^3$?

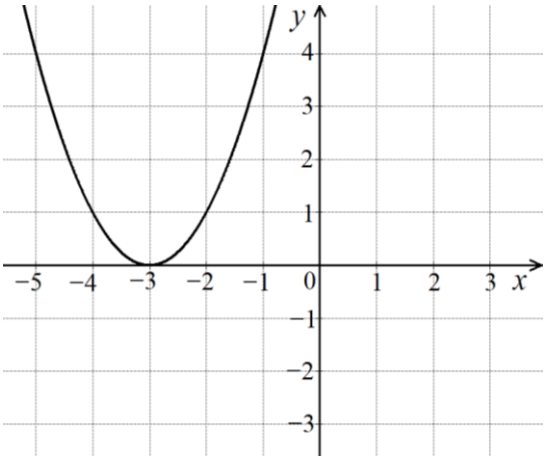
A



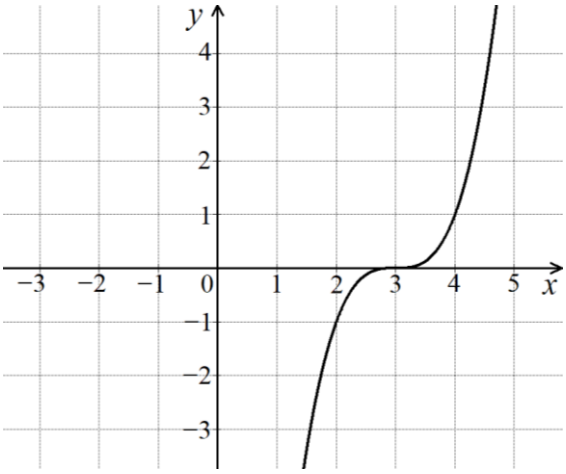
B



C



D



Чернетка

B➔02. Перший член арифметичної прогресії $a_1 = 10$, а її різниця (крок) $d = -3$. Обчисліть, яким є п'ятий член цієї прогресії.

A 25 **B** 22 **C** -2 **D** -5

Чернетка

B➔03. Якщо $\log_2 a = 4$, тоді $\log_2(8a) =$

A 32 **B** 12 **C** 7 **D** 5

Чернетка

B➔04. Яке із цих чисел є найбільшим?

A 2^{600} **B** 3^{400} **C** 4^{200} **D** 25^{100}

Чернетка

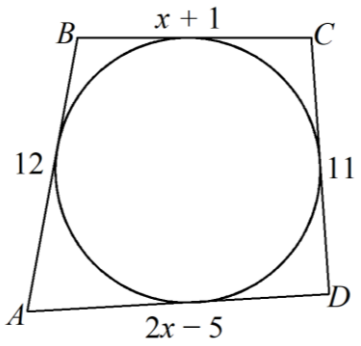
05. В чотирикутник *ABCD* вписано коло. Виходячи з рисунку, обчисліть значення *x*.

A 6

B 8

C 9

D 10



Чернетка

06. Одні учні відвідували консультації з математики, а інші – ні. Середній бал учнів, які відвідували консультації – 8,2, а середній бал учнів, які не відвідували консультацій – 7. Відношення кількостей учнів, які відвідували консультації, і учнів, які не відвідували консультацій – 1 : 4. Обчисліть середній бал учнів всього класу.

A 7,24 **B** 7,3 **C** 7,6 **D** 7,96

Чернетка

07. Обчисліть ймовірність, що відбудеться принаймні один із незалежних випадків *A* і *B*, якщо **P**(*A*) = 0,7, а **P**(*B*) = 0,8.

A 0,56 **B** 0,75 **C** 0,93 **D** 0,94

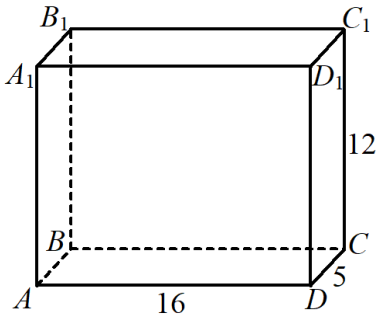
Чернетка

08. Дано функцію $f(x) = \cos^2 x$. Похідна цієї функції $f'(x) =$

A $\sin(2x)$ **B** $-\sin(2x)$ **C** $-2\sin x$ **D** $2\cos x$

Чернетка

09. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Відомо, що $AD = 16$, $CD = 5$, а $CC_1 = 12$. Обчисліть значення косинуса для кута між прямими A_1D і B_1C_1.



A $\frac{5}{13}$ **B** $\frac{3}{5}$ **C** $\frac{4}{5}$ **D** $\frac{12}{13}$

Чернетка

10. Функція $f(x)$ і її похідна $f'(x)$ визначені, коли $x \in \boldsymbol{R}$. Відомо, що $f'(x) > 0$, , якщо $x \in (-\infty; -2)$ і $x \in (3; +\infty)$, а $f'(x) < 0$, , якщо $x \in (-2;\ 3)$. Точки $x = -2$ і $x = 3$ є точками екстремуму функції $f(x)$. Яка із нерівностей є **неправильною**?

A $f(-2) > f(-4)$

B $f(-2) > f(3)$

C $f(-1) > f(1)$

D $f(3) > f(4)$

Чернетка

II частина

*Правильна відповідь на кожне завдання (11–20) або його частину у цій частині іспиту оцінюється в **1 бал**. Розв'яжіть завдання і отримані відповіді запишіть в аркуші для відповідей.*

B➔11. Дано дві множини: $A = \{2; 3; 5; 7; 9; 11\}$ і $B = \{1; 3; 5; 7; 9; 10\}$. Скільки елементів належить об'єднанню $A \cup B$ множин A і B?

Чернетка

B➔12. Розв'яжіть нерівність $\frac{x-2}{x+3} \le 0.$

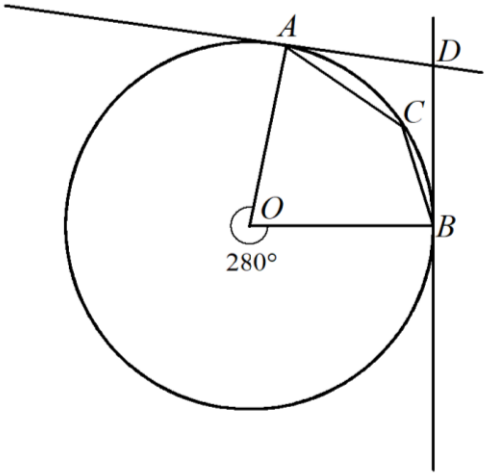
Чернетка

B➔13. Представлено таблицю частот вибірки. Відомо, що ця вибірка має рівно дві моди: 3 і 5. Медіана вибірки дорівнює 4 і $0 < a < b < c$. Визначте, яка кількість даних складає цю вибірку, якщо даних є менше ніж 10 і $d \ne 0,\ e \ne 0$.

Дані	a	b	c
Частота	d	2	e

Чернетка

14. Центром кола є точка O, а точки A, B і C є точками кола. Прямі DA і DB є дотичними цього кола. Виходячи з рисунку, обчисліть:



B➔14.1. величину $\angle ACB$;

Чернетка

14.2. величину $\angle ADB$.

Чернетка

B➔15. Представлено таблицю відносних частот вибірки. Скільки найменше даних може бути у цій вибірці?

Дані	1	2	3	4	5
Відносна частота	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{20}$

Чернетка

16. Дано два вектори: $\vec{a} = (2; -3; 6)$ і $\vec{b} = (-3; 2; m)$.

16.1. Обчисліть $|\vec{a}|$.

Чернетка

16.2. Знайдіть значення m, при якому вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ є перпендикулярними.

Чернетка

17. Розподіл випадкової величини X представлено таблицею. Відомо, що математичне очікування цього розподілу $\mathbf{E}(X) = 0{,}8$. Обчисліть $\mathbf{P}(X = 1)$.

m	-1	1
$\mathbf{P}(X = m)$	p	q

Чернетка

18. Спростіть вираз $3|x-y|-2|y-x|$, якщо $0<x<y$.

Чернетка

19. Відомо, що $\operatorname{tg} x = 4$. Обчисліть $\dfrac{\sin x - 3\cos x}{2\sin x + \cos x}$.

Чернетка

20. Дано функцію $f(x) = ax^3 + bx^2 + ax$, $a \neq 0$. Відомо, що функція $f(x)$ є непарною і що $b - a = 1$. Обчисліть $f(1)$.

Чернетка

III частина

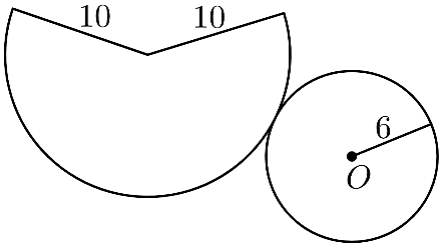
Розв'яжіть 21–28 завдання. Рішення і відповіді перепишіть в аркуш для відповідей.

B➔21. Петро позичив з банку певну суму грошей. Через три роки він повинен повернути позичену суму і проценти. Річна процентна ставка складає 4 % (проценти нараховуються щороку). Обчисліть, яку суму грошей Петро позичив у банку, якщо через три роки йому всього доведеться повернути 16 872,96 євро.

(2 бали)

Чернетка

B➔22. На рисунку зображено розгортку поверхні конуса (див. рис.).



22.1. Обчисліть площу всієї поверхні цього конуса.

(2 бали)

Чернетка

22.2. Обчисліть об'єм цього конуса.

(2 бали)

Чернетка

23. Дано функцію $f(x) = 2^{1-3x^2}$.

B➔23.1. Обчисліть $f(-1)$.

(1 бал)

Чернетка

23.2. Обчисліть $f'(1)$.

(2 бали)

Чернетка

23.3. Визначте область значень функції $g\big(f(x)\big)$, якщо $g(x) = \log_2 x$.

(2 бали)

Чернетка

24. Дано функцію $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ (див. Рис. 1).

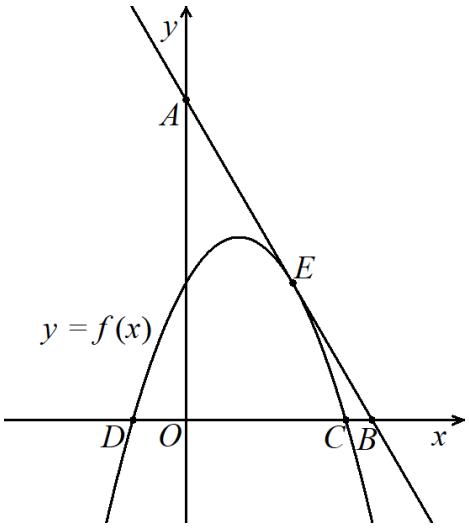


Рис. 1.

B➔24.1. Обчисліть абсциси (координати x) точок C і D перетину графіка функції $y = f(x)$ і осі Ox.

(1 бал)

Чернетка

B➔24.2. Обґрунтуйте, що $f'(2) = -2$.

(1 бал)

Чернетка

24.3. Через точку E графіка функції $y = f(x)$, абсциса якого $x_0 = 2$, накреслено дотичну. Обґрунтуйте, що рівняння цієї дотичної є $y = -2x + 7$.

(1 бал)

Чернетка

B➔24.4. Пряма $y = -2x + 7$ перетинає вісі координат у точках A і B (див. Рис. 1). Обчисліть площу $S_{\Delta ABO}$ трикутника ABO.

(2 бали)

Чернетка

24.5. Позначмо S_1 площу фігури, що її обмежують графік функції $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ і вісі координат $(x \geq 0)$ (див. Рис. 2). Обґрунтуйте, що відношення площ $\frac{S_{\Delta ABO}}{S_1}$ є квадратом раціонального числа.

(4 бали)

Чернетка

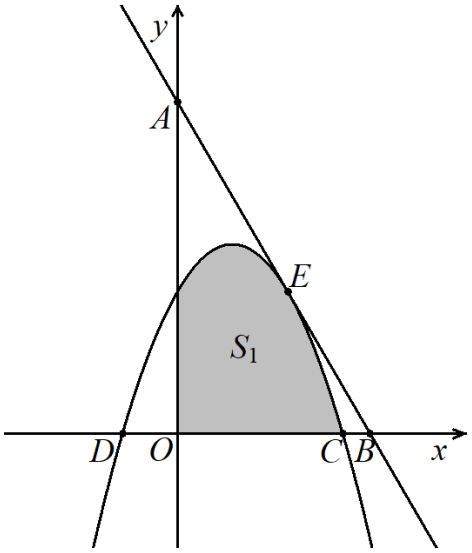


Рис. 2.

25. Розв’яжіть рівняння:

B➔25.1. $\log_2(2-3x)=4;$

(2 бали)

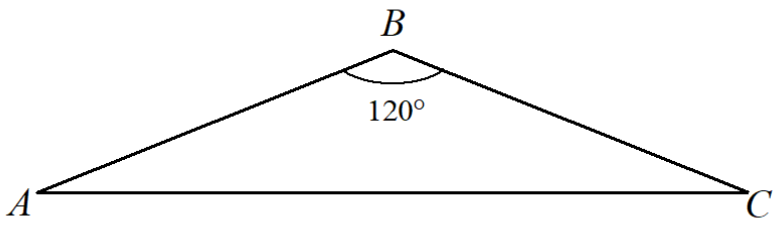
Чернетка

25.2. $4\cos^2 x-8\cos x+3=0.$

(3 бали)

Чернетка

26. Дано трикутник ABC, бічні якого $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, а $\angle B = 120°$. Відомо, що бічні цього трикутника пов'язані рівнянням $b^2 = 2a^2 + c^2$.



26.1. Доведіть, що трикутник ABC є рівнобедреним.

(3 бали)

Чернетка

26.2. Обчисліть скалярний добуток $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CA}$, векторів $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{CA}$, якщо $a = 3$.

(2 бали)

Чернетка

27. Кидаються три стандартні шестигранні гральні кубики різних кольорів – жовтий, зелений і червоний.

B➔27.1. Подія «*A*» – «всі три кубики випадуть з тим самим числом очок». Вкажіть сприятливі для події «*A*» появи і обчисліть ймовірність події «*A*».

(2 бали)

Чернетка

27.2. Подія «*B*» – «два з трьох кубиків випадуть з тим самим числом очок, а третій кубик – з іншим числом очок». Обчисліть ймовірність події «*B*».

(2 бали)

Чернетка

28. З місцевостей «*A*» і «*B*» у той же самий час назустріч один одному виїхали два велосипедисти і зустрілися через *t* хвилин. Допустимо, що увесь шлях велосипедисти їхали з постійною швидкістю (км/хв). Якщо швидкість першого велосипедиста була б удвічі більшою, а другого залишалася б такою ж самою, тоді обидва велосипедисти зустрілися б на 5 хвилин раніше. Якщо швидкість другого велосипедиста була б удвічі більшою, а першого залишалася б такою ж самою, тоді обидва велосипедисти зустрілися б на 8 хвилин раніше. Обчисліть числове значення *t*.

(4 бали)

Чернетка

Чернетка