NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

2022

# МАТЕМАТИКА

**Завдання державного випускного іспиту**

Основна сесія

**10 червня 2022 р.** **Тривалість іспиту – 3 год. (180 хв.)**

**ВКАЗІВКИ**

1. Після отримання зошиту завдань, додатку до нього і аркушу для відповідей, перевірте, чи у них немає пустих аркушів або іншого чітко видимого браку. Помітивши це, повідомте відповідальному за іспит.
2. **Переконайтеся, що аркуш для відповідей позначений наліпкою, номер якої співпадає з Вашим порядковим номером у протоколі складання іспиту.**
3. Завдання із загального курсу або їхні частини позначені знаком **B➔**.
4. Рішення і (або) відповіді завдань перш за все Ви можете записати у зошиті завдань, у якому залишено місце для чернетки. Якщо Ви не маєте сумнівів щодо рішення і (або) відповіді, можете одразу записувати їх в аркуші для відповідей. **Оцінювачам іспиту буде надаватися лише аркуш для відповідей!**
5. На іспиті Ви можете робити записи ручкою з чорним чорнилом, олівцем, користуватися гумкою, приладдям для креслення і вимірювання, калькулятором, що не має текстової пам'яті.
6. **В аркуші для відповідей** записи робіть і кресліть **лише ручкою з чорним чорнилом**, акуратно і розбірливо. В аркуші для відповідей не користуйтеся гумкою і засобами корекції.
7. Бережіть аркуш для відповідей (не надірвіть і не зімніть його). Відповіді, записані у зіпсованих аркушах, не будуть оцінюватися.
8. Намагайтеся вирішити якомога більше завдань, незважаючи на те, за програмою якого курсу (загального чи розширеного) предмета Ви навчалися у школі. Якщо Ви не вирішите якого-небудь завдання, не розчаровуйтеся і намагайтеся вирішити інші завдання.
9. Вибрані відповіді завдань **I частини** в аркуші для відповідей позначте хрестиком (позначайте лише один варіант відповідей). Якщо Ви позначите не чітко або позначите більше ніж один варіант відповіді, це завдання буде оцінено в 0 балів. Якщо Ви помилилися, відповідь можете виправити у місці, вказаному в аркуші для відповідей.
10. Відповіді завдань **II частини** записуйте у призначеному для цього місці в аркуші для відповідей.
11. Рішення і відповіді завдань **III частини** записуйте у призначеному для цього місці в аркуші для відповідей. Рішення і відповіді, записані за вказаними межами, не будуть оцінюватися. **Відповідь, що надана у III частині без рішення, буде оцінено в 0 балів.**
12. В аркуші для відповідей не повинно бути записів чи інших знаків, що дозволяли б ідентифікувати автора роботи.
13. Після закінчення іспиту Ви можете взяти зошит завдань із собою.

Зичимо Вам успіху!

© Nacionalinė švietimo agentūra 

## I частина

*Кожне завдання (01–10) цієї частини має лише одну правильну відповідь, що оцінюється в* ***1 бал****. Виберіть, на Вашу думку, правильну відповідь і позначте її хрестиком в аркуші для відповідей.*

**B➔01.** Скільки всього різних двозначних натуральних чисел можна утворити із цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, якщо цифри у числі не можуть повторюватися?

**A** 20 **B** 25 **C** 30 **D** 36

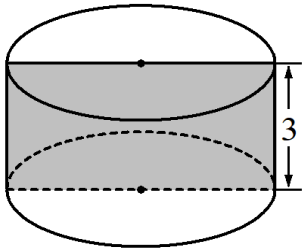
*Чернетка*

**B➔02.** Вибірку складають десять чисел: 7; 1; 4; 3; 6; 6; 3; 3; 8; 7. Визначте медіану цієї вибірки.

**A** 3 **B** 4 **C** 5 **D** 6

*Чернетка*

**B➔03.** Площа осьового розрізу циліндра дорвінює 18, а висота циліндра дорівнює 3 (див. рис.) Обчисліть площу основи циліндра.




**A** $6\pi$

**B** $9\pi$

**C** $12\pi$

**D** $36\pi$

*Чернетка*

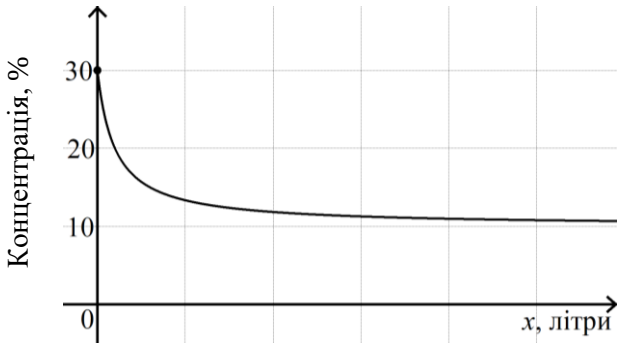
**B➔04.** Відомо, що $\sin\alpha = 0{,}6$ і $90° < \alpha < 180°$. Тоді $\cos\alpha =$

**A** $-0{,}8$ **B** $-0{,}4$ **C** $0{,}4$ **D** $0{,}8$

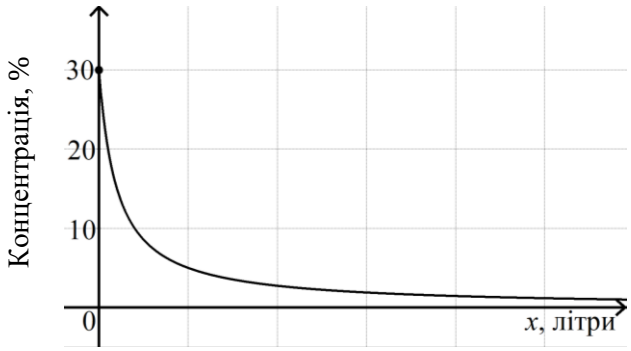
*Чернетка*

**B➔05.** У 2 літри розчину цукру з концентрацією 30 % вливається $x$ літрів розчину цукру з концентрацією 10 %. На якому графіку зображено залежність концентрації отриманого розчину від $x$?

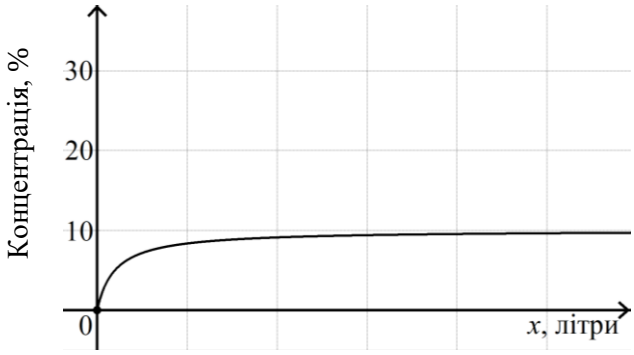
**A**



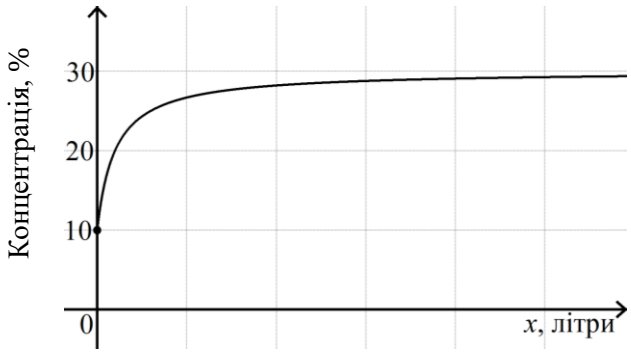

**B**




**C**




**D**




*Чернетка*

**06.** Довжина бічної $BC$ трикутника $ABC$ дорівнює $\sqrt{3}$, а величина кута $A$ дорівнює $60°$. Обчисліть довжину радіуса кола, окресленого навколо цього трикутника.

**A** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B** $1$ **C** $\sqrt{3}$ **D** $2$

*Чернетка*

**07.** Дано функцію $f(x) = \cos x$. Обчисліть $f'\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

**A** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **B** $-\frac{1}{2}$ **C** $\frac{1}{2}$ **D** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

*Чернетка*

**08.** Спростіть вираз $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}}$, якщо $a > 0,\ b > 0,\ a \neq b$.

**A** $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ **B** $\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b}$ **C** $\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{b}$ **D** $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

*Чернетка*

**09.** На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$ і дотичну цього графіка у точці, абсциса якої $x_0$. Ця дотична перетинає вісь координат у точках $(0; 6)$ і $(3; 0)$. Обчисліть $f'(x_0)$.

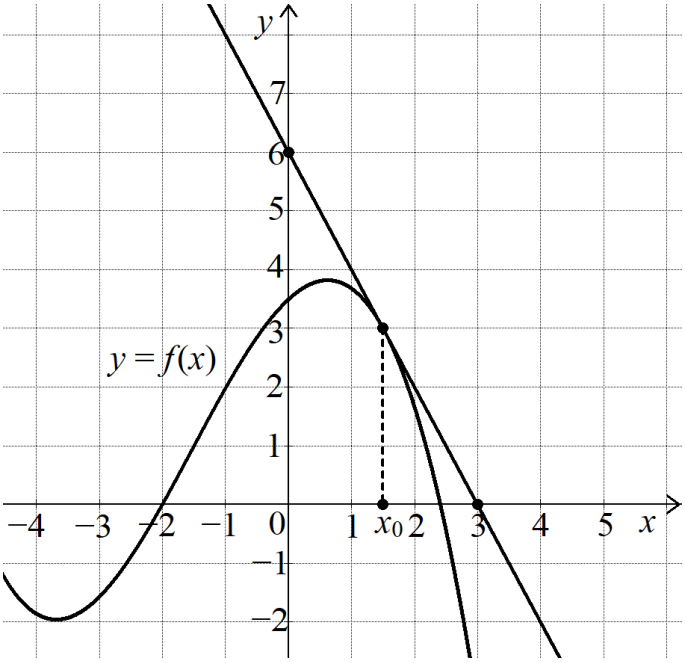
**A** $-2$

**B** $-0{,}5$

**C** $0{,}5$

**D** $2$

*Чернетка*




**10.** Відомо, що $f(x) = \cos x$ і $g(x) = \sin x$. Яка із наведених функцій є непарною?

**A** $h_1(x) = f\big(f(x)\big)$

**B** $h_2(x) = f\big(g(x)\big)$

**C** $h_3(x) = g\big(f(x)\big)$

**D** $h_4(x) = g\big(g(x)\big)$

*Чернетка*

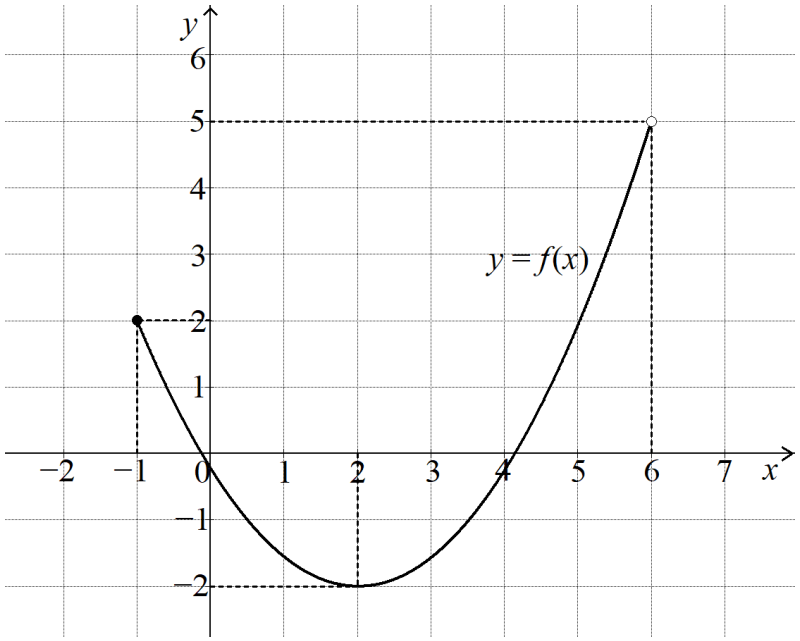
## II частина

*Правильна відповідь на кожне завдання (11–19) або його частину у цій частині іспиту оцінюється в **1 бал**. Розв'яжіть завдання і отримані відповіді запишіть в аркуші для відповідей.*

**B➔11.** Дано дві множини: $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 3; 4\}$ і $B = \{-5; -3; -1; 3; 5\}$. Скільки елементів належить перетину $A \cap B$ множин $A$ і $B$?

*Чернетка*

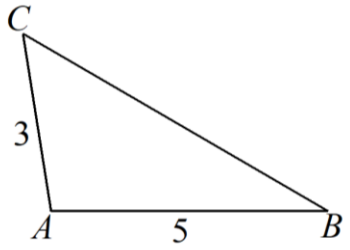
**B➔12.** На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$. Визначте область значень цієї функції.




*Чернетка*

**B➔13.** Дано трикутник *ABC*. Відомо, що $AB = 5$, $AC = 3$, $\cos\angle A = -\frac{1}{15}$. Обчисліть довжину бічної *BC* трикутника.

*Чернетка*




**B➔14.** Розв'яжіть рівняння:

**14.1.** $\sqrt{x^2 - 16} = 3$;

*Чернетка*

**14.2.** $\cos x = -\frac{1}{2}$.

*Чернетка*

**15.** Розподіл випадкової величини *X* представлено таблицею. Обчисліть математичне очікування цієї випадкової величини.

| $m$ | $-1$ | $1$ |
|---|---|---|
| $\mathbf{P}(X = m)$ | 0,8 | $p$ |

*Чернетка*

**16.** З 1 по 12 березня учні здійснили дослідження. У полудень кожного дня вони вимірювали температуру повітря і встановили, що кожного дня температура повітря була на 0,5 °C вищою, ніж днем перед тим. Середня температура цих дванадцяти днів була 4,75 °C. Обчисліть, якою була температура у полудень 1 березня.

*Чернетка*

**17.** Дано два вектори: $\vec{a} = (-m; 2)$ і $\vec{b} = (2; -m)$.

**17.1.** Знайдіть всі значення *m*, при яких вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ є перпендикулярними.

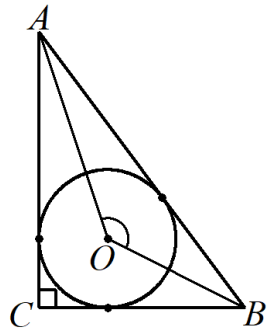
*Чернетка*

**17.2.** Знайдіть всі значення *m*, при яких вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ є співнаправленими.

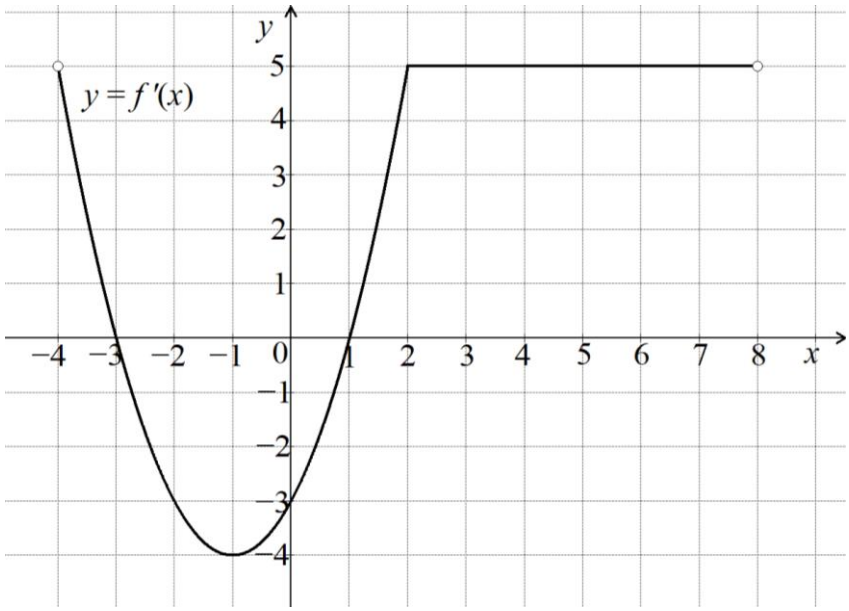
*Чернетка*

**18.** В прямокутний трикутник *ABC* вписано коло, центром якого є точка *O* (див. рис.). Обчисліть величину позначеного кута *AOB*.

*Чернетка*



**19.** Функція $f(x)$ і її похідна $f'(x)$ визначені на проміжку $(-4; 8)$. Зображений на рисунку графік $y = f'(x)$ перетинає вісь $x$ в точках $(-3; 0)$ і $(1; 0)$.




**19.1.** Визначте значення $x$, при яких значення $f(x)$ зменшуються.

*Чернетка*

**19.2.** Обчисліть $f(5)$, якщо $f(6) = 6$.

*Чернетка*

**III частина**

*Розв'яжіть 20–27 завдання. Рішення і відповіді перепишіть в аркуш для відповідей.*

**20.** Кожен член послідовності, починаючи з другого, отримуємо, зменшивши попередній член на 20 %. Відомо, що шостий член цієї послідовності дорівнює 1024.

**B➔20.1.** Обчисліть, яким є сьомий член цієї послідовності.

*(1 бал)*

*Чернетка*

**20.2.** Ця послідовність є спадною геометричною прогресією. Обчисліть суму усіх членів цієї послідовності.

*(2 бали)*

*Чернетка*

**20.3.** Члени цієї послідовності, номери яких є непарними, складають нову спадну геометричну прогресію. Обчисліть суму усіх членів нової прогресії.

*(1 бал)*

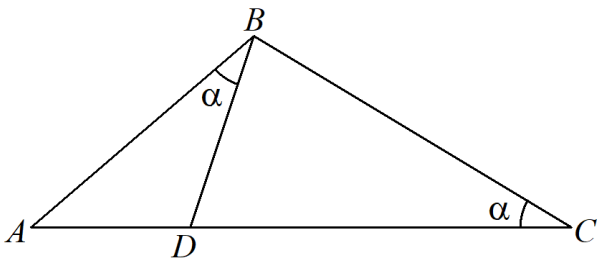
*Чернетка*

**B➔21.** Розв'яжіть рівняння $\log_3(4-x)+\log_3(22-x)=5.$

*(4 бали)*

*Чернетка*

**22.** Дано трикутник *ABC*. На його бічній *AC* вибрано точку *D* так, що $AD:DC=1:3$. Довжина бічної *AB* дорівнює 10, а $\angle ABD=\angle ACB=\alpha$ (див. рис.).




**B➔22.1.** Доведіть, що трикутники *ABC* і *ADB* є подібними.

*(1 бал)*

*Чернетка*

**B➔22.2.** Обчисліть довжину бічної *AC* цього трикутника *ABC*.

*(2 бали)*

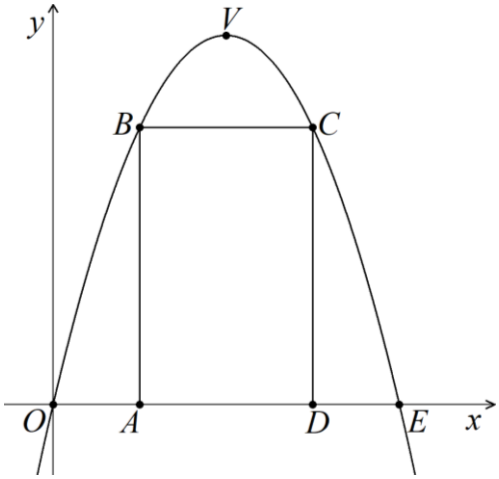
*Чернетка*

**22.3.** Позначивши $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ і $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, виразіть вектор $\overrightarrow{BD}$ через вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$.

*(2 бали)*

*Чернетка*

**23.** На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, тобто параболу, вершиною якої є точка $V(3; 9)$. Ця парабола перетинає вісь абсцис у точках $O(0; 0)$ і $E(6; 0)$. Також зображено прямокутник *ABCD*. Дві вершини цього прямокутника – *A* і *D* – належать до відрізка *OE* осі абсцис, а інші дві вершини – *B* і *C* – належать до графіка функції $y = f(x)$ (див. рис.).




**B➔23.1.** Обґрунтуйте, що формула функції $y = f(x)$ є формулою $f(x) = 6x - x^2$.

*(1 бал)*

*Чернетка*

**23.2.** Позначмо літерою *a* довжину *OA*, де $a \in (0; 3)$. Обґрунтуйте, що площа прямокутника *ABCD* обчислюється за формулою $S(a) = 2a^3 - 18a^2 + 36a$.

*(2 бали)*

*Чернетка*

**B➔23.3.** При якому значенні $a$ площа $S(a)$ прямокутника $ABCD$ набуває найбільшого значення, коли $a \in (0; 3)$?

*(3 бали)*

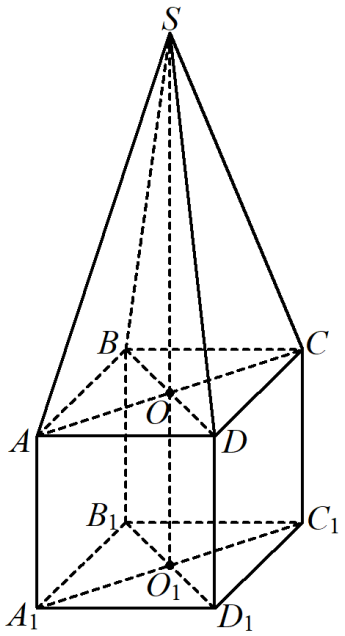
*Чернетка*

**23.4.** Фігуру обмежує графік функції $f(x) = 6x - x^2$, віс абсцис, пряма $x = 2$ і пряма $x = 5$. Обчисліть площу цієї фігури.

*(2 бали)*

*Чернетка*

**24.** Об'єми правильної чотирикутної піраміди $SABCD$ і куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (див. рис.) є однаковими і кожен з них дорівнює 216.




**24.1.** Обчисліть довжину відрізка $SO_1$.

*(2 бали)*

*Чернетка*

**24.2.** Обчисліть відстань від точки $S$ до прямої $AA_1$.

*(2 бали)*

*Чернетка*

**25.** Розв'яжіть рівняння $f'(x) = f(x)$, якщо $f(x) = e^x - e^{-x} + 4$.

*(3 бали)*

*Чернетка*

**26.** Вулицю освітлюють дванадцять ліхтарів – шість з них в один ряд стоять з лівого боку вулиці, а інші шість в один ряд стоять з правого боку вулиці.

**B➔26.1.** З лівого боку вулиці випадково вибираються два ліхтарі. Яка ймовірність того, що вибрані ліхтарі розташовані поруч?

*(2 бали)*

*Чернетка*

**26.2.** З метою заощадження електроенергії вирішено з обох боків вулиці вимкнути всього п’ять ліхтарів. Скільки є можливостей вибрати ці п’ять ліхтарів таким чином, що жодні із двох вимкнутих ліхтарів, що знаходяться на тому самому боці вулиці, не будуть розташовані поруч?

*(4 бали)*

*Чернетка*

**27.** Підприємство має лазери нового і старого покоління. Кількість деталей, вирізаних лазером нового покоління протягом однієї години, є ціле число, більше за 8. Лазер старого покоління протягом однієї години вирізає на чотири деталі менше, ніж лазер нового покоління. Отримане підприємством замовлення з допомогою одного лазера нового покоління можна виконати протягом цілого числа годин, а з допомогою трьох лазерів старого покоління – на дві години швидше. Скільки найбільше деталей може складати це замовлення?

*(4 бали)*

*Чернетка*

***Чернетка***