МАТЕМАТИКА

ДОДАТОК

До завдання державного випускного іспиту

МАТЕМАТИЧНІ ФОРМУЛИ

Формули скороченого множення: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

Арифметична прогресія: $a_n = a_1 + d(n-1)$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

Геометрична прогресія: $b_n = b_1 q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

Спадна геометрична прогресія: $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Формула складних процентів: $A_n = A_0\left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n$; де A_0 – початкова величина, p – відсотки, n – рази / періоди.

Трикутник: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$;

де a, b, c – довжини сторін трикутника, A, B, C – величини протилежних до них кутів, p – півпериметр, r і R – довжини радіусів вписаного і описаного кіл, S – площа трикутника.

Круг, коло: $S = \frac{\pi R^2}{360°} \cdot \alpha$, $l = \frac{2\pi R}{360°} \cdot \alpha$; де α – величина центрального кута в градусах, S – площа сектора, l – довжина дуги сектора, R – довжина радіуса.

Конус: $S = \pi Rl$, $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$; де S – площа бічної поверхні, R – довжина радіуса основи, l – довжина твірної, H – висота.

Куля: $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; де R – довжина радіуса.

Зрізаний конус: $S = \pi(R+r)l$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$; де S – площа бічної поверхні, R і r – довжини радіусів основ, l – довжина твірної, H – висота.

Об'єм зрізаної піраміди: $V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$; де S_1, S_2 – площі основ, H – висота.

Кульовий сегмент: $S = 2\pi RH$, $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$; де R – довжина радіуса кулі, а H – довжина перпендикуляра сегмента.

Довжина просторового вектору: $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; де $\vec{a} = (x; y; z)$.

Скалярний добуток векторів: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|\cos\alpha$; де α – величина кута між векторами $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ і $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$.

Співвідношення між тригонометричними функціями:

$1+\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$, $2\sin^2\alpha=1-\cos 2\alpha$, $2\cos^2\alpha=1+\cos 2\alpha$,

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$, $\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta}$.

Таблиця значень тригонометричних функцій:

α у градусах	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
α у радіанах	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Тригонометричні рівняння:

$$\left[\begin{array}{l}\sin x=a,\\ x=(-1)^k\arcsin a+\pi k;\ \text{де}\ k\in\boldsymbol{Z},\ -1\le a\le 1;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos x=a,\\ x=\pm\arccos a+2\pi k;\ \text{де}\ k\in\boldsymbol{Z},\ -1\le a\le 1;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\mathrm{tg}\ x=a,\\ x=\mathrm{arctg}\ a+\pi k;\ \text{де}\ k\in\boldsymbol{Z},\ a\in\boldsymbol{R}.\end{array}\right.$$

Правила обчислення похідних:

$(cu)'=cu'$, $(u\pm v)'=u'\pm v'$, $(uv)'=u'v+uv'$, $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$;

де u і v – диференційні функції, c – стала / константа.

Похідні функцій: $(a^x)'=a^x\ln a$, $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$.

Похідна складеної функції $h(x)=g(f(x))$: $h'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$.

Рівняння дотичної до графіка функції в точці $(x_0;\ f(x_0))$: $y=f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$.:

Основні властивості логарифмів: $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$, $\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$,

$\log_a x^k=k\log_a x$, $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

Кількість комбінацій: $C_n^k=C_n^{n-k}=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Кількість розміщень: $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Теорія ймовірності: математичне очікування випадкового розміру X $\mathbf{E}X=x_1p_1+x_2p_2+\ldots+x_np_n$,

дисперсія $\mathbf{D}X=(x_1-\mathbf{E}X)^2p_1+(x_2-\mathbf{E}X)^2p_2+\ldots+(x_n-\mathbf{E}X)^2p_n$.