NACIONALINĖ ŠVIETIMO AGENTŪRA

2021 METŲ MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO REZULTATŲ

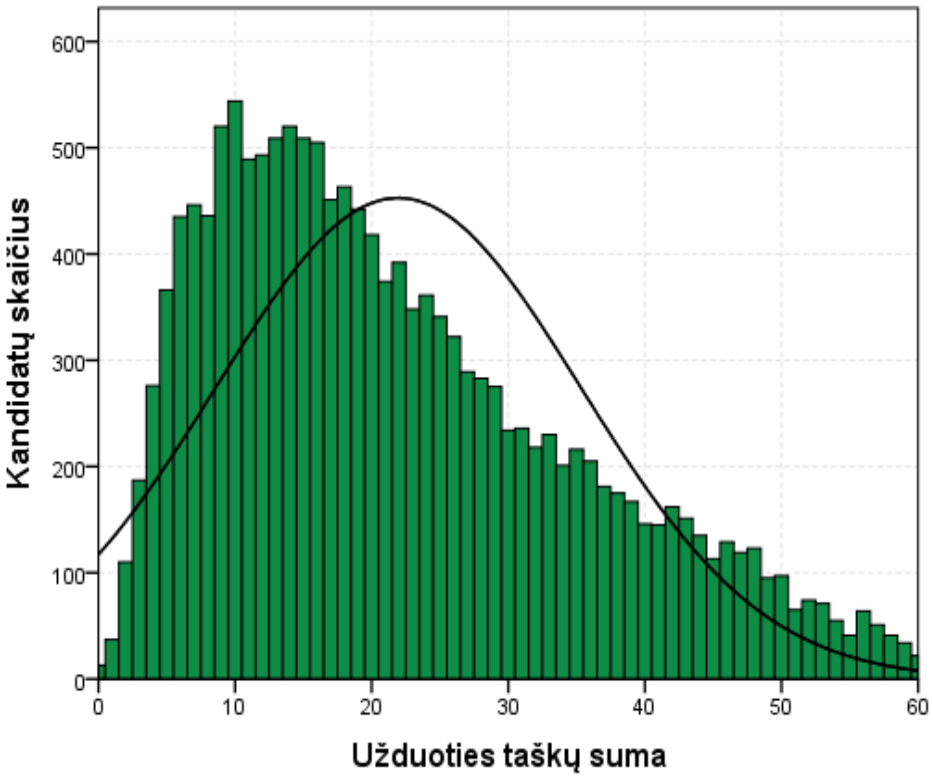
STATISTINĖ ANALIZĖ

2021 m. birželio 18 d. įvyko matematikos valstybinis brandos egzaminas. Jame dalyvavo ir įvertinimą gavo **15 150** kandidatų. 2021 m. liepos 9 d. įvyko pakartotinės sesijos matematikos valstybinis brandos egzaminas. Jame dalyvavo ir įvertinimą gavo 270 kandidatų.

Maksimali taškų suma, kurią galėjo surinkti laikantieji egzaminą, – 60 taškų. Minimali egzamino išlaikymo taškų sumos riba – 9 taškai. Tai sudarė 15 proc. visų galimų taškų. Matematikos valstybinio brandos egzamino neišlaikė 2 306 laikiusieji (15,2 proc.), šie kandidatai surinko nuo 0 iki 8 užduoties taškų.

Toliau pateikiama statistinė analizė yra pagrįsta 2021 m. pagrindinės sesijos matematikos valstybinį brandos egzaminą laikiusiųjų ir gavusiųjų įvertinimą rezultatais.

Matematikos valstybinio brandos egzamino kandidatų surinktų užduoties taškų vidurkis yra 21,9 taško, taškų sumos standartinis nuokrypis yra 13,3. Šiemet daugiausia iš 60 galimų taškų buvo surinkta 60 taškų. Laikiusių matematikos valstybinį brandos egzaminą kandidatų surinktų taškų pasiskirstymas pateiktas 1 diagramoje.



1 diagrama. Matematikos valstybinį brandos egzaminą laikiusių kandidatų surinktų taškų histograma

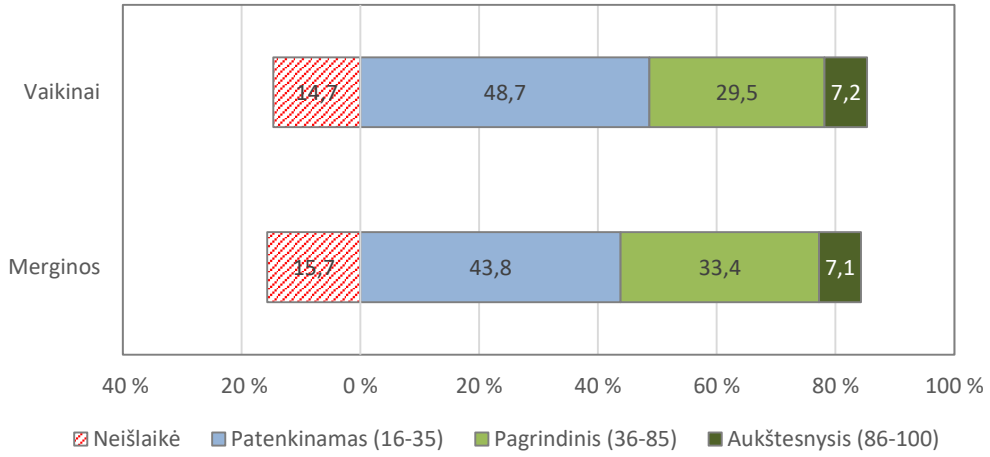
Merginos sudarė 54,2 proc. visų laikiusiųjų egzaminą. Jos vidutiniškai surinko 22,2 užduoties taško. Vaikinai vidutiniškai surinko 21,6 užduoties taško. Tarp neišlaikiusiųjų egzamino buvo 1 288 merginos ir 1 018 vaikinų, tai sudaro atitinkamai 15,7 ir 14,7 proc.

Valstybinio brandos egzamino vertinimas yra kriterinis. Minimalus išlaikyto valstybinio brandos egzamino įvertinimas yra 16 balų, maksimalus – 100 balų. Šie balai į dešimtbalės skalės pažymį nėra verčiami. Jie įrašomi į kandidato brandos atestato priedą kaip valstybinio brandos egzamino įvertinimas.

© Nacionalinė švietimo agentūra, 2021

Visi kandidatai pagal gautą įvertinimą priskiriami vienam iš trijų pasiekimų lygių – patenkinamajam, pagrindiniam ar aukštesniajam. Aukštesnįjį pasiekimų lygį pasiekė 7,1 proc. kandidatų, pagrindinį pasiekimų lygį pasiekė 31,6 proc., o patenkinamąjį – 46,1 proc. visų laikiusiųjų egzaminą.

2 diagramoje pateiktas merginų ir vaikinų pasiskirstymas pagal pasiekimų lygius. Diagramoje prie pasiekimų lygio pavadinimo nurodyta, kiek valstybino brandos egzamino balų jis atitinka.



2 diagrama. Matematikos valstybinį brandos egzaminą laikiusių merginų ir vaikinų pasiskirstymas pagal pasiekimų lygius

Apibendrinus informaciją, esančią kandidatų darbuose, kiekvienam užduoties klausimui (ar jo daliai, jeigu jis sudarytas iš struktūrinių dalių) buvo nustatyti toliau pateikiami parametrai.

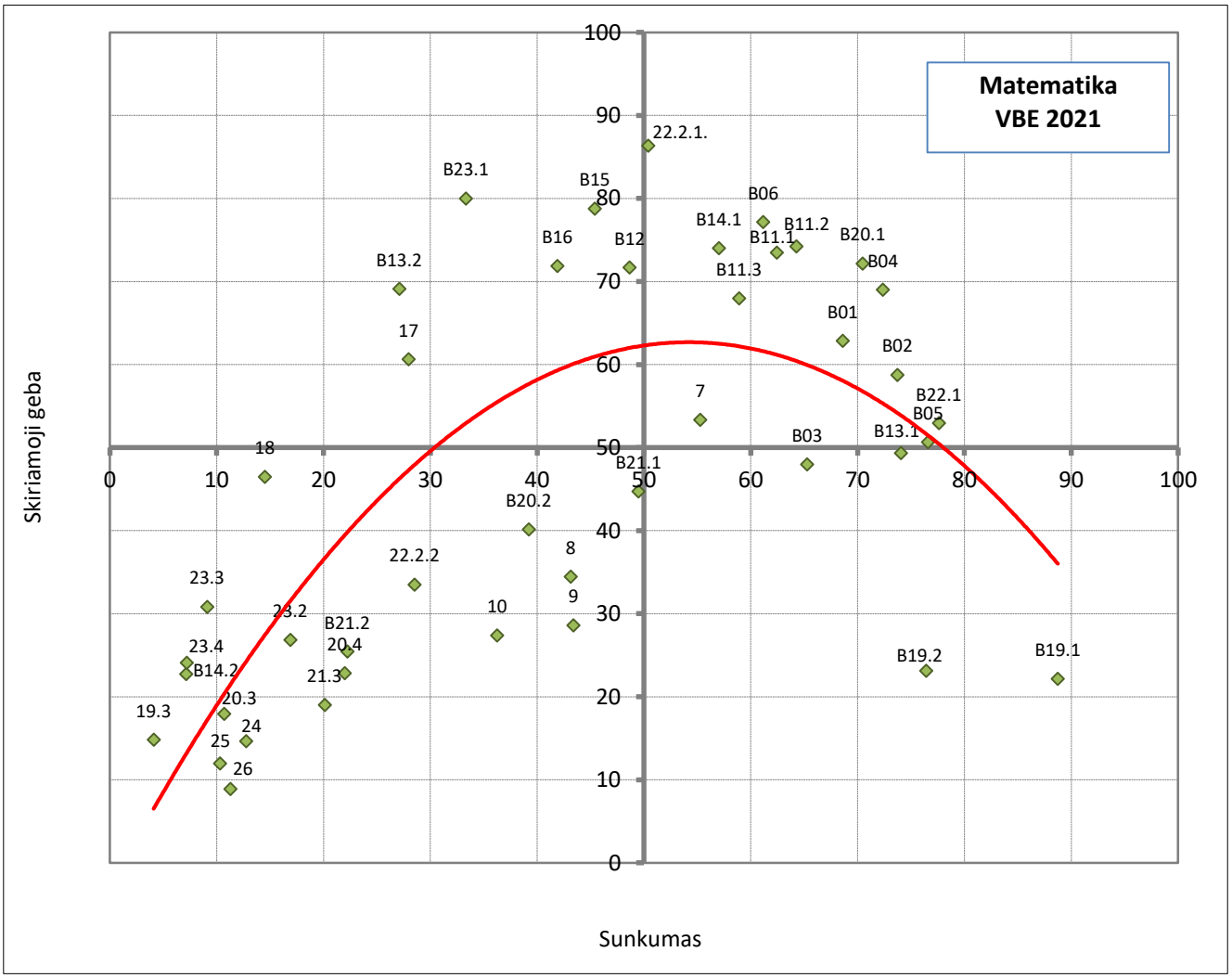
- **Kuri dalis kandidatų pasirinko atitinkamą atsakymą** (jei klausimas buvo su pasirenkamaisiais atsakymais) **ar surinko atitinkamą taškų skaičių** (0, 1, 2 ir t. t.).
- **Klausimo sunkumas.** Šį parametrą išreiškia toks santykis:

$$\frac{\text{Visų kandidatų už šį klausimą surinktų taškų suma}}{\text{Visų už šį klausimą teoriškai galimų surinkti taškų suma}} \times 100.$$

Jeigu klausimas buvo vertinamas vienu tašku, tai jo sunkumas tiesiogiai parodo, kuri dalis kandidatų į tą klausimą atsakė teisingai.

- **Klausimo skiriamoji geba.** Šis parametras rodo, kaip atskiras egzamino klausimas išskiria stipresnius ir silpnesnius kandidatus. Jei klausimas buvo labai lengvas ir į jį beveik vienodai sėkmingai atsakė ir stipresni, ir silpnesni kandidatai, tai tokio klausimo skiriamoji geba maža. Panaši skiriamoji geba gali būti ir labai sunkaus klausimo, į kurį beveik niekas neatsakė. Neigiama skiriamosios gebos reikšmė rodo, kad silpnesnieji (sprendžiant pagal visą egzamino užduotį) už tą klausimą surinko daugiau taškų negu stipresnieji. Taigi neigiama skiriamoji geba – prasto klausimo požymis. Pagal testų teoriją vidutinio sunkumo geri klausimai būna tie, kurių skiriamoji geba yra 40–50, o labai geri – kurių skiriamoji geba yra 60 ir daugiau. Tačiau siekiant įvairių pedagoginių ir psichologinių tikslų kai kurie labai sunkūs arba labai lengvi klausimai vis tiek pateikiami teste, nors jų skiriamoji geba ir neoptimali.
- **Klausimo koreliacija su visa užduotimi.** Tai to klausimo surinktų taškų ir visų užduoties surinktų taškų koreliacijos koeficientas (apskaičiuojamas naudojant Pirsono koreliacijos koeficientą). Šis parametras rodo, kuria dalimi atskiras klausimas žinias ir gebėjimus matuoja taip, kaip ir visa užduotis. Daugiataškio klausimo koreliacija su visa užduotimi yra didesnė negu vienataškio.

Visų matematikos valstybinio brandos egzamino užduočių išsibarstymas pagal šių užduočių sunkumą ir skiriamąją gebą pavaizduotas 3 diagramoje. Joje taškeliais pavaizduotos užduotys, o raudona parabolės linija – užduotis atitinkanti regresijos kreivė.



3 diagrama. Matematikos valstybinio brandos egzamino užduočių sunkumo ir skiriamosios gebos išsibarstymo diagrama

Kiekviena užduotis ar jos dalis atspindi vieną iš keturių veiklos sričių, aprašytų matematikos brandos egzamino programoje, bei vieną iš trijų gebėjimų grupių. 1 lentelėje pateikta informacija apie atskirų užduoties veiklos sričių tarpusavio koreliaciją, koreliacija su bendra taškų suma ir koreliacija su taškų suma be tos veiklos srities užduočių.

1 lentelė. Informacija apie atskirų užduoties veiklos sričių tarpusavio koreliaciją

Veiklos sritys	Skaičiai, skaičiavimai, reiškiniai. Lygtys, nelygybės ir jų sistemos	Geometrija	Funkcijos ir analizės pradmenys	Kombinatorika, tikimybės ir statistika	Bendra taškų suma (BTS)	BTS minus tema
Skaičiai, skaičiavimai, reiškiniai. Lygtys, nelygybės ir jų sistemos	–	0,839	0,857	0,768	0,947	0,889
Geometrija	0,839	–	0,833	0,744	0,925	0,869
Funkcijos ir analizės pradmenys	0,857	0,833	–	0,739	0,944	0,880
Kombinatorika, tikimybės ir statistika	0,768	0,744	0,739	–	0,847	0,788

Gebėjimų grupės	Žinios ir supratimas	Matematikos taikymas	Problemų sprendimas	Bendra taškų suma (BTS)	BTS minus tema
Žinios ir supratimas	–	0,877	0,722	0,958	0,856
Matematikos taikymas	0,877	–	0,794	0,961	0,900
Problemų sprendimas	0,722	0,794	–	0,846	0,778

2021 m. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO UŽDUOTIS

I dalis

*Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.*

B➔01. Nustatykite reiškinio $x-2+\frac{1}{1-x}$ apibrėžimo sritį.

A $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

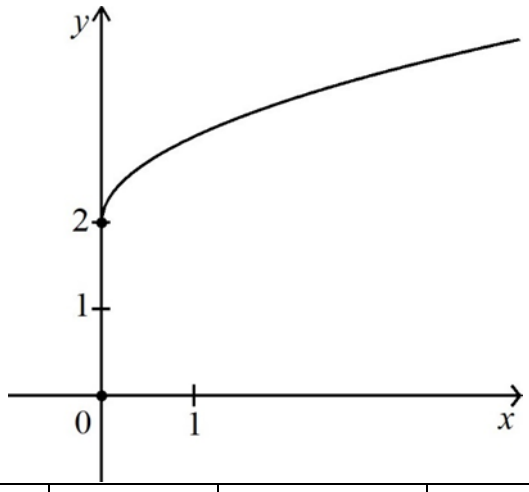
B $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

C $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

D $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B	C*	D	Neatsakė			
5,6	15,4	68,6	10,2	0,2	68,6	62,9	0,509

B➔02. Kurios funkcijos grafikas pavaizduotas paveiksle?



A $f(x)=\sqrt{x+2}$

B $f(x)=\sqrt{x}-2$

C $f(x)=\sqrt{x-2}$

D $f(x)=\sqrt{x}+2$

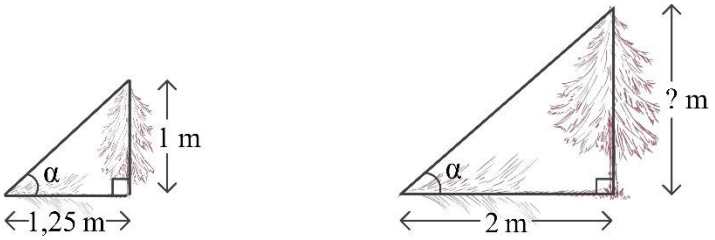
Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B	C	D*	Neatsakė			
20,6	2,1	3,4	73,7	0,2	73,7	58,8	0,483

B➔03. Kai $\alpha \in [90°; 180°)$, tai $\sin\alpha$ reikšmės priklauso intervalui:

A $(-1; 0]$ **B** $[-1; 0)$ **C** $(0; 1]$ **D** $[0; 1)$

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B	C*	D	Neatsakė			
3,6	14,5	65,3	16,5	0,1	65,3	48,0	0,388

B➔04. Vieno parke augančio 1 m aukščio medžio šešėlio ilgis lygus 1,25 m, o kito netoliese augančio medžio šešėlio ilgis lygus 2 m (žr. pav.). Apskaičiuokite šio medžio aukštį.



A 1,6 m **B** 1,75 m **C** 1,85 m **D** 2,5 m

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A*	B	C	D	Neatsakė			
72,3	18,0	2,6	7,0	0,1	72,3	69,0	0,542

B➔05. Su kuriomis x reikšmėmis funkcija $f(x) = 2^x - 0{,}5$ įgyja neigiamas reikšmes?

A $x \in (-\infty; -1)$ **B** $x \in (-\infty; 0)$ **C** $x \in (-1; +\infty)$ **D** $x \in (-\infty; +\infty)$

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A*	B	C	D	Neatsakė			
76,6	12,1	7,3	3,9	0,1	76,6	50,7	0,428

B➔06. $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a} =$

A $a^{\frac{1}{6}}$ **B** $a^{\frac{1}{5}}$ **C** $a^{\frac{1}{3}}$ **D** $a^{\frac{5}{6}}$

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B	C	D*	Neatsakė			
15,2	8,4	15,1	61,2	0,1	61,2	77,2	0,572

07. Tiesė m eina per tašką $(-2; 3)$ ir yra lygiagreti su tiese $y = -2x + 1$. Tiesės m lygtis yra:

A $y = 0{,}5x + 4$

B $y = -2x - 1$

C $y = -0{,}5x + 2$

D $y = -2x + 3$

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B*	C	D	Neatsakė			
8,6	55,3	11,7	24,2	0,2	55,3	53,4	0,429

08. Mokyklos muzikos būrelį lanko 10 mokinių: 6 iš jų dainuoja, o 4 – groja. Renginyje vienu metu turi koncertuoti 5 šio būrelio nariai: 3 dainuojantys ir 2 grojantys mokiniai. Keliais skirtingais būdais galima išrinkti penkis renginio dalyvius?

A 1440 **B** 132 **C** 120 **D** 26

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B	C*	D	Neatsakė			
16,2	21,7	43,1	18,7	0,3	43,1	34,5	0,313

09. Nustatykite **visas** galimas k reikšmes, su kuriomis kampas tarp vektorių $\vec{a} = (2k; 3)$ ir $\vec{b} = (-1; 2)$ yra smailusis.

A $k \in (0; +\infty)$ **B** $k \in (-\infty; 3)$ **C** $k \in (3; +\infty)$ **D** $k \in (-\infty; 0)$

Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B*	C	D	Neatsakė			
14,2	43,4	27,5	14,2	0,7	43,4	28,6	0,267

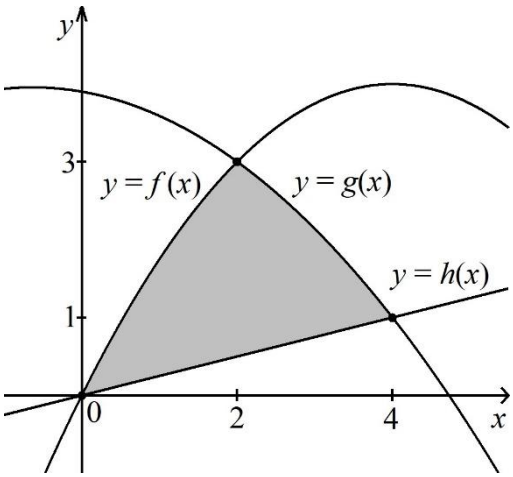
10. Paveiksle pavaizduotų funkcijų $y = f(x)$ ir $y = g(x)$ grafikai susikerta taške (2; 3). Funkcijos $y = h(x)$ grafikas yra tiesė, kuri kerta funkcijos $y = f(x)$ grafiką taške (0; 0), o funkcijos $y = g(x)$ grafiką – taške (4; 1). Funkcijų $y = f(x)$, $y = g(x)$ grafikų ir tiesės $y = h(x)$ ribojama figūra nuspalvinta pilkai (žr. pav.). Šios figūros plotui apskaičiuoti tinka keli reiškiniai. Kuris iš pateiktų reiškinių tam yra **netinkamas**?

A $\int_0^2 (f(x) - h(x))dx + \int_2^4 (g(x) - h(x))dx$

B $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 g(x)dx - \int_0^4 h(x)dx$

C $\int_0^4 (f(x) - h(x) + g(x) - h(x))dx$

D $\int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 g(x)dx - 2$

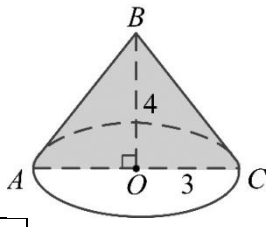


Atsakymų pasirinkimas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
A	B	C*	D	Neatsakė			
9,3	12,7	36,3	41,5	0,2	36,3	27,4	0,269

II dalis

*Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–18) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.*

B➔11. Paveiksle pavaizduotas kūgis, kurio aukštinė $OB = 4$, o kūgio pagrindo spindulys $OC = 3$.



11.1. Apskaičiuokite šio kūgio ašinio pjūvio ABC plotą.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
37,6	62,4	62,4	73,5	0,555

11.2. Apskaičiuokite šio kūgio šoninio paviršiaus plotą.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
35,7	64,3	64,3	74,2	0,548

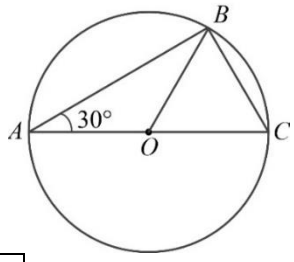
11.3. Apskaičiuokite, kiek kartų padidėtų šio kūgio tūris, jeigu jo aukštinę padidintume 2 kartus, o spindulį padidintume 3 kartus.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
41,1	58,9	58,9	68,0	0,504

B➔12. Vienas siurblys baseiną pripildo vandeniu per 9 val., o antras siurblys tą patį baseiną pripildo vandeniu per 18 val. Per kiek valandų baseiną pripildys vandeniu abu siurbliai, veikdami kartu?

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
51,3	48,7	48,7	71,7	0,561

13. Paveiksle pavaizduotas apskritimas, kurio centras yra taškas O, o skersmuo – AC. Taškas B priklauso šiam apskritimui, o $\angle BAC = 30°$.



B➔13.1. Apskaičiuokite $\angle BOC$ didumą.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
25,9	74,1	74,1	49,4	0,408

13.2. Pažymėję $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ ir $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, išreikškite vektorių $\overrightarrow{BC}$ vektoriais $\vec{a}$ ir $\vec{b}$.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
72,9	27,1	27,1	69,1	0,647

14. Turime keletą standartinių šešiasienių žaidimo kauliukų.

B➔14.1. Metami du kauliukai. Apskaičiuokite tikimybę, kad abiejų kauliukų atvirtusių akučių skaičių suma bus lygi 12.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
43,0	57,0	57,0	74,0	0,554

14.2. Metami keturi kauliukai. Apskaičiuokite tikimybę, kad atvirtusių akučių skaičių sandauga bus lyginis skaičius.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
92,9	7,1	7,1	22,7	0,442

B➔15. Duota aibė $A = \{3; 7; 8; 10; 13; 15; 93\}$. Aibė B yra aibės A poaibis ($B \subset A$), kurį sudaro tik aibės A visi pirminiai skaičiai. Apskaičiuokite aibės B elementų sumą.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
54,6	45,4	45,4	78,8	0,607

B➔16. Imtį sudaro keturi natūralieji skaičiai. Yra žinoma, kad jų moda lygi 15, mediana lygi 14, o vidurkis lygus 13. Raskite šios imties mažiausią skaičių.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
58,1	41,9	41,9	71,9	0,570

17. Garso, kurį girdi žmogus, intensyvumo lygį D decibelais (dB) galima apskaičiuoti pagal formulę $D = 120 + 10\lg I$; čia I – garso stipris (W/m^2). Keliais decibelais padidėtų garso intensyvumo lygis D, jei garso stiprį I padidintume 1000 kartų?

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
72,0	28,0	28,0	60,6	0,558

18. Yra žinoma, kad funkcija $f(x)$ nelyginė, $g(x) = f(x) + 2$ ir $g(1) = \sqrt{3}$.

Apskaičiuokite $g(-1)$.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
85,5	14,5	14,5	46,5	0,604

III dalis

Išspręskite 19–26 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

19. Rokas iš banko paėmė paskolą šeimos kelionei. Grąžinti paskolą jis turi, mokėdamas įmokas kas mėnesį, pagal tokią schemą: pirmojo mėnesio pabaigoje jis turi sumokėti 120 Eur, o po to kiekvieno kito mėnesio pabaigoje turi sumokėti 5 % daugiau negu prieš tai buvusį mėnesį.

B➔19.1. Kiek eurų Rokas turi sumokėti bankui antrojo mėnesio pabaigoje?

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
11,3	88,7	88,7	22,2	0,253

B➔19.2. Kiek iš viso eurų Rokas bus sumokėjęs bankui po trijų mėnesių?

Taškų pasiskirstymas (%)			*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2			
13,3	20,5	66,2	76,4	23,1	0,461

19.3. Užrašykite formulę, pagal kurią galima apskaičiuoti, kiek iš viso eurų Rokas bus sumokėjęs bankui po n mėnesių. Atsakymą pateikite reiškiniu $K(a^n - 1)$, kai K yra natūralusis skaičius, o a – realusis teigiamasis skaičius.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
95,9	4,1	4,1	14,8	0,423

20. Duota funkcija $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x$.

B➔20.1. Raskite funkcijos išvestinę $f'(x)$.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
29,5	70,5	70,5	72,2	0,560

B➔20.2. Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis funkcijos $y = f(x)$ reikšmės didėja.

Taškų pasiskirstymas (%)			*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2			
50,5	20,6	28,9	39,2	40,2	0,732

20.3. Įrodykite, kad funkcijos $y = f(x)$ grafiko liestinės krypties koeficientas negali būti lygus -1.

Taškų pasiskirstymas (%)			*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2			
86,1	6,4	7,5	10,7	17,9	0,619

20.4. Raskite, su kuria a reikšme lygybė $\int_{-1}^{a} f(x)\,dx = -3a^3 - 7$ yra teisinga.

Taškų pasiskirstymas (%)				*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2	3			
71,1	6,8	7,1	15,0	22,0	22,8	0,780

21. Išspręskite lygtis:

B➔21.1. $\log_2(9-x^2)=3;$

Taškų pasiskirstymas (%)			*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2			
42,8	15,4	41,8	49,5	44,7	0,741

B➔21.2. $2\sin x=1$, kai $x\in(90°;180°)$;

Taškų pasiskirstymas (%)			*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2			
62,6	30,3	7,1	22,2	25,5	0,684

21.3. $\sqrt{2-x}=\sqrt{x}-2.$

Taškų pasiskirstymas (%)				*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2	3			
66,0	16,0	9,6	8,4	20,1	19,0	0,767

22. Dėžėje yra vienodo dydžio mėlynų, žalių ir raudonų kamuoliukų. Yra žinoma, kad tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti mėlyną kamuoliuką lygi $\frac{1}{5}$, o tikimybė iš dėžės atsitiktinai ištraukti žalią kamuoliuką lygi tikimybei iš dėžės atsitiktinai ištraukti raudoną kamuoliuką.

B➔22.1. Iš dėžės atsitiktinai traukiamas vienas kamuoliukas. Apskaičiuokite tikimybę, kad jis bus raudonas.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
22,4	77,6	77,6	53,0	0,450

22.2. Iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas, įsimenama jo spalva ir jis grąžinamas atgal į dėžę. Tada dar kartą iš dėžės atsitiktinai ištraukiamas vienas kamuoliukas ir vėl įsimenama jo spalva. Apskaičiuokite tikimybę, kad:

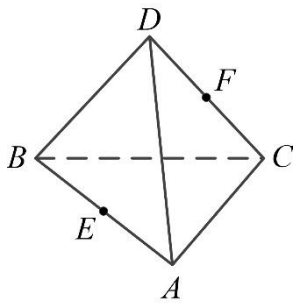
22.2.1. abu kartus bus ištraukti mėlynos spalvos kamuoliukai;

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
49,6	50,4	50,4	86,4	0,654

22.2.2. abu kartus bus ištraukti skirtingų spalvų kamuoliukai.

Taškų pasiskirstymas (%)			*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2			
60,0	22,9	17,1	28,5	33,5	0,722

23. Paveiksle pavaizduotas tetraedras *ABCD*, kurio briaunų ilgiai lygūs 6, o taškai *E* ir *F* yra atitinkamai briaunų *AB* ir *CD* vidurio taškai.



B➔23.1. Apskaičiuokite tetraedro viso paviršiaus plotą.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
66,7	33,3	33,3	80,0	0,684

23.2. Apskaičiuokite kosinusą kampo, kurį sudaro tetraedro šoninė briauna *CD* su pagrindo plokštuma *ABC*.

Taškų pasiskirstymas (%)			*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2			
79,3	7,7	13,0	16,9	26,9	0,685

23.3. Įrodykite, kad $EF \perp AB$.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
90,9	9,1	9,1	30,8	0,522

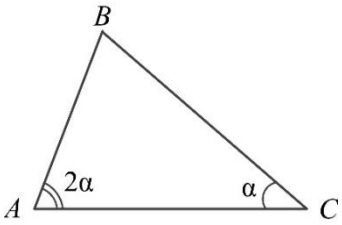
23.4. Įrodykite, kad atkarpos *EF* ilgis lygus atstumui tarp prasilenkiančių tiesių *AB* ir *CD*. Atkarpos *EF* ilgio apskaičiuoti nereikia.

Taškų pasiskirstymas (%)		*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1			
92,8	7,2	7,2	24,1	0,469

24. Raskite argumento x reikšmę, su kuria funkcija $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ įgyja didžiausią reikšmę intervale $x \in \left[\frac{1}{e}; e^3\right]$. Atsakymą pagrįskite.

Taškų pasiskirstymas (%)				*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2	3			
81,3	5,8	6,4	6,5	12,7	14,7	0,709

25. Trikampio *ABC* kampas *ACB* lygus α, o kampas *BAC* lygus 2α; $0<\alpha<\frac{\pi}{3}$. Kraštinės *BC* ilgis yra *k* kartų didesnis už kraštinės *AB* ilgį. Įrodykite, kad $\cos\alpha=\frac{k}{2}$, ir nustatykite visas galimas *k* reikšmes.



Taškų pasiskirstymas (%)				*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2	3			
84,8	3,8	7,2	4,2	10,3	12,0	0,668

26. Skaičiai a, b ir c yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai (čia $a \neq b$), o skaičiai b, c ir a yra trys iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. Apskaičiuokite geometrinės progresijos vardiklį.

Taškų pasiskirstymas (%)					*Sunkumas*	*Skiriamoji geba*	*Koreliacija*
0	1	2	3	4			
74,5	15,3	4,9	1,4	3,9	11,3	8,9	0,716