LIETUVOS RESPUBLIKOS ŠVIETIMO IR MOKSLO MINISTERIJA
NACIONALINIS EGZAMINŲ CENTRAS

2005 M. MATEMATIKOS MOKYKLINIO BRANDOS EGZAMINO REZULTATŲ

KOKYBINĖ ANALIZĖ

Elena Potapovienė, Viktorija Sičiūnienė, Marytė Stričkienė, Irena Šlaitienė

I. KOKYBINĖS ANALIZĖS TIKSLAI, ŠALTINIAI

Brandos egzamino rezultatų kokybinė analizė – natūrali nuoseklaus, planingo ugdymo proceso baigiamoji dalis. Ji skiriama matematikos mokytojams, XI–XII klasių mokiniams, užduočių sudarytojams ir mokinių darbų vertintojams. Tikimasi, kad ji padės kiekvienam matematinio ugdymo proceso dalyviui įvertinti savo darbo ir pastangų rezultatus, motyvuotai nuspręsti ar tinkamai ruošiamasi mokinių žinių ir gebėjimų patikrinimui. Svarbu, kad mokytojai suprastų, su kokiais sunkumais susiduria mokiniai egzamino metu, žinotų, kaip yra vertinami mokinių darbai, ir analogiškų kriterijų laikytųsi ugdymo praktikoje. Tai turėtų sumažinti psichologinę įtampą rengiantis egzaminui.

Mokyklinio brandos egzamino kokybinė analizė rengiama jau antrą kartą. Šios mokyklinio egzamino kokybinės analizės tikslai:

- išanalizuoti, kokie mokinių gebėjimai buvo tikrinami įvairiose dalyko turinio srityse;
- nustatyti, kokias žinias ir gebėjimus parodė mokiniai;
- aptarti mokinių darbuose pasitaikiusias klaidas;
- panagrinėti mokinių darbų vertinimo problemas;
- palyginti 2005 m. ir 2004 m. mokyklinio brandos egzamino rezultatus;
- pateikti rekomendacijas ugdymo procesui tobulinti.

Rengiant šią kokybinę analizę, buvo remtasi brandos egzaminų programa, 2005 m. statistine matematikos mokyklinio brandos egzamino užduoties analize, 2004 m. statistine ir kokybine mokyklinio brandos egzamino užduoties analize, 2005 m. mokyklinio brandos egzamino užduotimi ir jos vertinimo instrukcija. Taip pat buvo peržiūrėta 400 matematikos egzaminą laikiusių mokinių darbų, surinktų iš mokyklų atsitiktinės atrankos būdu. Šie darbai buvo iš naujo įvertinti pagal egzamino vertinimo instrukcijas, o taip pat sukoduoti mokinių atsakymai pagal tikrinamus gebėjimus.

Egzamino metu mokiniai sprendė vieną užduotį (15 uždavinių). Užduotis buvo sudaryta laikantis egzamino matricoje numatytų proporcijų. Uždavinių buvo iš visų keturių matematikos sričių. Kai kurie uždaviniai vertinami daugiau nei vienu tašku, galėtų būti priskirti kelioms turinio sritims (pavyzdžiui, keli taškai – geometrijai, vienas – funkcijoms, vienas – skaičiavimams), atsižvelgiant į tai, kurios turinio srities žinių ar įgūdžių reikalavo atitinkamas uždavinio sprendimo žingsnis.

Analizė mokinių uždavinių sprendimo rezultatai aptariami priskiriant juos vienai ar kitai egzamino programos matricoje numatytai turinio sričiai:

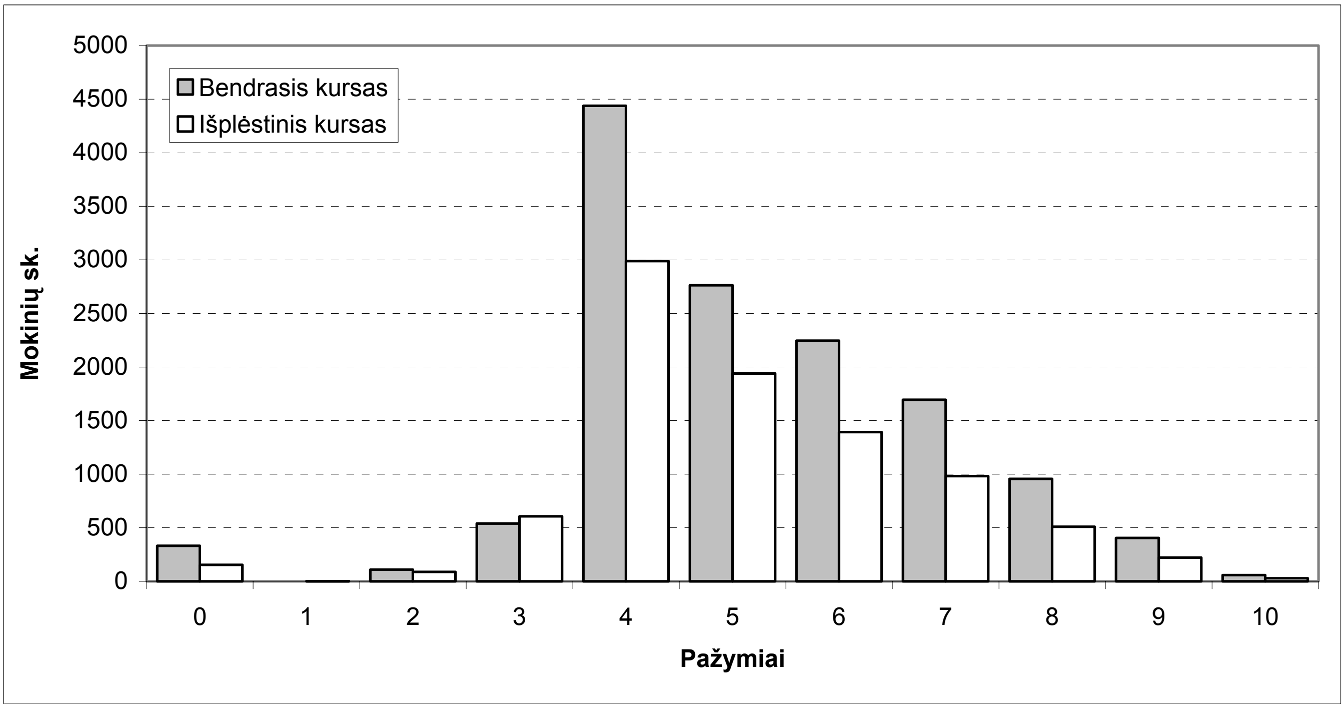
- skaičiai, skaičiavimai, algebra;
- geometrija;
- funkcijos ir analizės pradmenys;
- stochastika.

Nagrinėjant kiekvienos turinio srities uždavinius atkreiptas dėmesys ir į tai, kokius gebėjimus turėjo pademonstruoti mokiniai, spręsdami konkretų uždavinį.

Statistinė ar kitokia informacija apie atskiras sritis nepateikiama, nes iš keleto srities uždavinių negalima daryti patikimų apibendrintų išvadų. Kad būtų lengviau skaityti analizę, procentai pateikiami sveikojo skaičiaus tikslumu.

II. BENDRIEJI REZULTATAI

Mokyklinį brandos egzaminą renkasi mokiniai, kurie mokėsi matematikos tiek bendruoju, tiek ir išplėstiniu kursu.



1 diagrama. Mokinių matematikos mokymasis pagal kursus
(Bendruoju kursu mokėsi virš 13 570, o išplėstiniu – 8 917 mokinių)

Šiais metais, kaip ir 2004 m., daugumos mokyklinį egzaminą pasirinkusių mokinių dvyliktosios klasės pirmojo pusmečio pažymiai nesiekė septyneto, todėl nenuostabu, kad nemažos mokinių dalies egzamino rezultatai yra gana prasti. Mokytojai vertindami darbus nežinojo, už kiek taškų koks bus rašomas pažymys. Diagramoje matome, kad mokinių surinktų taškų pasiskirstymas šiais metais tolygesnis nei ankstesniais metais, t.y. nėra akivaizdaus tempimo prie geresnio pažymio. Tačiau egzaminui išlaikyti reikalingų taškų skaičius, matyt, mokytojų buvo prognozuojamas atsižvelgiant į ankstesnių metų rezultatus ir atskirais atvejais koreguojamas. Tokią prielaidą leidžia daryti toliau išvardyti faktai. Pastebėta, kad daugeliu atvejų pasirenkamojo atsakymo uždavinių (jų sprendimai nebuvo tikrinami) klaidingi atsakymai buvo ištaisyti į teisingus, ypač tų mokinių, kurie surinko mažai taškų. Gal todėl gerokai skiriasi uždavinių su pasirenkamaisiais atsakymais rezultatai nuo rezultatų uždavinių, kurių sprendimus reikėjo užrašyti. Krito į akis ir tai, kad ribinį taškų skaičių surinkusių mokinių darbuose arba iš viso nebuvo sprendimų arba buvo pateikti labai trumpi sprendimai, be to, ne pačių lengviausių uždavinių. Tai rodo, kad uždavinių su pasirenkamaisiais atsakymais rezultatai gali būti neobjektyvūs. Apmaudu, kad ir šiais metais ne visose mokyklose buvo užtikrintas tinkamas mokyklinio egzamino administravimas ir (ar) objektyvus darbų vertinimas. Peržiūrint mokinių darbus, buvo rasti identiški uždavinių sprendimai (tarp jų buvo ir su klaidomis, kurios kartojosi keliuose darbuose). Vertintojai toleravo šiuos akivaizdžius nusirašymo atvejus ir netgi vertino maksimaliu taškų skaičiumi, nekreipdami dėmesio į pasikartojančias identiškas klaidas, ignoravo vertinimo instrukciją. Apie šiurkščius pažeidimus mokyklos ir jų steigėjai yra informuoti.

Toliau aptarsime žinias ir gebėjimus, kuriuos pademonstravo mokiniai.

SKAIČIAI, SKAIČIAVIMAI, ALGEBRA

Šios srities uždaviniais buvo tikrinama kaip mokiniai geba atlikti sveikųjų ir trupmeninių reiškinių tapačiuosius pertvarkius, apskaičiuoti reiškinių skaitines reikšmes, spręsti racionaliąsias lygtis. Natūralu, kad spręsdami kitų sričių uždavinius mokiniai taip pat turėjo pasinaudoti įgytomis šios srities žiniomis ir gebėjimais. Jie turėjo parodyti, kaip geba spręsti tiesines ir kvadratines lygtis, taikyti laipsnių ir šaknų savybes. Įvairius skaičiavimus mokiniai galėjo atlikti skaičiuokliu.

Kad teisingai išspręstų pirmąjį egzamino užduoties uždavinį, mokiniai nebūtinai turėjo panaikinti iracionalumą trupmenos vardiklyje (žr. 1 pav.). Teisingą atsakymą C jie galėjo nesunkiai nustatyti pasinaudoję skaičiuokliu. Tačiau kas penktas mokinys pasirinko klaidingą atsakymą B, kas veikiausiai reikštų, kad nemenka mokinių dalis vis dėlto nesupranta, kada galima taikyti pagrindinę trupmenos savybę.

1. $\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-2}=$

A $-\frac{1}{2}$ **B** $\frac{1}{2}$ **C** $3+\sqrt{5}$ **D** $7-3\sqrt{5}$ **E** $9-2\sqrt{5}$

1 pav. 1 uždavinio sąlyga

Šią prielaidą patvirtina ir antrojo uždavinio sprendimo rezultatai (žr. 2 pav.). Net 35 proc. mokinių pasirinko klaidingą atsakymą B, greičiausiai „suprastinę“ dešinėje lygybės pusėje esančią trupmeną iš *b*. Nėra lengva nustatyti, ką galvojo mokiniai, spręsdami ne tik šį, bet ir kitus pasirenkamojo atsakymo uždavinius, nes šių uždavinių sprendimų daugeliu atvejų jie nepateikė net juodraščiuose.

2. Ką reikia įrašyti vietoje klaustuko?

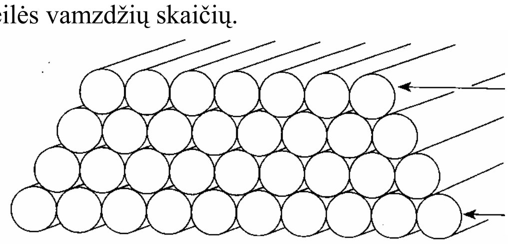
$$\frac{1-b}{1+b}=\frac{1-b^2}{?}.$$

A $1+b$ **B** $1+b^2$ **C** $1-b^2$ **D** $(1+b)^2$ **E** $(1-b)^2$

2 pav. 2 uždavinio sąlyga

Panagrinėkime, kaip mokiniai sprendė kitus šios srities uždavinius. Vienas jų buvo praktinio turinio (žr. 3 pav.).

13. Vienodo dydžio vamzdžiai kraunami eilėmis. Kiekvienoje naujoje eilėje yra vienu vamzdžiu mažiau nei prieš ją krautoje. Visų tokiu būdu sukrautų vamzdžių skaičių P galima apskaičiuoti pagal formulę $P=\frac{(b+a)(b-a+1)}{2}$; čia b žymi apatinės, o a – viršutinės eilės vamzdžių skaičių.



1. Naudodamiesi duotąja formule apskaičiuokite, kiek vamzdžių yra krūvoje, jei $a=15$, o $b=40$.

(2 taškai)

2. Jei apatinėje eilėje yra dvigubai daugiau vamzdžių nei viršutinėje, tai vamzdžių skaičių krūvoje galima apskaičiuoti pagal formulę $P=\frac{3a^2+3a}{2}$. Pagrįskite tai.

(2 taškai)

3 pav. 13 uždavinio sąlyga

Spręsdami šio uždavinio pirmąją dalį, mokiniai turėjo teisingai įrašyti į pateiktą formulę skaitines reikšmes ir atlikti skaičiavimus. Dauguma mokinių (86 proc.) šią uždavinio dalį išsprendė teisingai (nesprendė 3 proc.). Dar 8 proc. mokinių suprato uždavinio sąlygą ir teisingai įrašė į formulę kintamųjų skaitines reikšmes, tačiau suklydo skaičiuodami.

Antrąją šio uždavinio dalį mokiniai sprendė daug blogiau, nors palyginti nedaug (15 proc.) mokinių visai jos nesprendė. Tik 15 proc. abiturientų suprato, kad į sąlygoje nurodytą formulę vietoje b reikėtų įrašyti $2a$ ir po to gautąją išraišką suprastinti (žr. 4 pav.).

1. $P=\frac{(b+a)(b-a+1)}{2}$ $\quad a=15,\ b=40$

$P=\frac{(40+15)\cdot(40-15+1)}{2}=\frac{55\cdot 26}{2}=55\cdot 13=715$ (vamzdžių)

2. $b=2a$ (apatinėje eilėje)

$P=\frac{(2a+a)\cdot(2a-a+1)}{2}=\frac{3a\cdot(a+1)}{2}=\frac{3a^2+3a}{2}$ įrodyta

Ats.: 1) 715 vamzdžių

4 pav. 13 uždavinio sprendimo 1 pavyzdys

Trečdalis šių mokinių negavo teisingo atsakymo, nes suklydo atskliausdami ar sutraukdami panašiuosius narius. Dar 8 proc. mokinių į abi formules vietoje *a* ir *b* įrašė konkrečius skaičius ir parodė, kad abiem atvejais gauna tą patį atsakymą. Šių mokinių sprendimai taip pat buvo laikomi teisingais.

Mokinių sprendimų analizė rodo, kad pagrindinė problema, kodėl šio uždavinio b dalies rezultatai buvo tokie prasti, yra mokinių nesugebėjimas įsigilinti ir išanalizuoti uždavinio sąlygą. Net 48 proc. mokinių vietoje kintamojo a pasirinko konkrečią reikšmę (dažniausiai 15) ir apskaičiavo tik antroje dalyje nurodyto reiškinio skaitinę reikšmę, kurią suvokė kaip atsakymą (žr. 5 pav.).

1) $P=\frac{(40+15)(40-15+1)}{2}=\frac{55\cdot 26}{2}=715$ vamzdžių

2) $P=\frac{3\cdot 15^2+3\cdot 15}{2}=\frac{675+45}{2}=\frac{720}{2}=360$ vamzdžių

Ats.: 1) 715 2) 360

5 pav. 13 uždavinio sprendimo 2 pavyzdys

7 uždaviniu buvo tikrinama, kaip mokiniai geba spręsti racionaliąsias lygtis. Sprendimo eigoje mokiniai galėjo duotąją lygtį pertvarkyti į kvadratinę. Tačiau išsprendę pastarąją jie dar turėjo atsižvelgti į duotosios lygties apibrėžimo sritį. 6 paveiksle pateiktas tipiškas teisingo mokinių sprendimo pavyzdys. Apie 44 proc. dvyliktokų pateikė panašų sprendimą, o šio uždavinio visai nesprendė 11 proc. mokinių.

$\frac{x}{x-4}+\frac{1}{x}-\frac{4}{x-4}=0\,/\cdot x(x-4)$

$x^2+x-4-4x=0$

$x^2-3x-4=0$

$D=b^2-4ac=(-3)^2-4\cdot 1\cdot(-4)=9+16=25$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}=4$ $\qquad x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{3-5}{2}=-\frac{2}{2}=-1$

Patikrinimas

$x=4$, tai $\frac{x}{x-4}+\frac{1}{x}-\frac{4}{x-4}=\frac{4}{4-4}+\frac{1}{4}-\frac{4}{4-4}=\frac{1}{4}$ (netinka)

$x=-1$, tai $\frac{x}{x-4}+\frac{1}{x}-\frac{4}{x-4}=\frac{-1}{-1-4}+\frac{1}{-1}-\frac{4}{-1-4}=\frac{1}{5}-1+\frac{4}{5}=-1+\frac{1}{5}+\frac{4}{5}=-1+1=0$

Ats.: $x=-1$

6 pav. 7 uždavinio sprendimo pavyzdys

Keli mokiniai pastebėjo, kad duotąją lygtį galima išspręsti greičiau, t. y. iš pradžių sudėti pirmąją ir trečiąją trupmenas, po to rasti nežinomojo reikšmę net nesprendžiant kvadratinės lygties (žr. 7 pav.). Visi mokiniai, kurie duotąją lygtį pertvarkė į $1+1/x = 0$ pavidalo lygtį, gavo teisingą atsakymą ir jų sprendimai buvo įvertinti maksimaliu taškų skaičiumi. Tokių buvo 1 proc., tačiau tik keli mokiniai atkreipė dėmesį į pradinės lygties apibrėžimo sritį, t. y. užrašė $x \neq 4$.

$\frac{x}{x-4} - \frac{4}{x-4} + \frac{1}{x} = 0$ $x \neq 0,\ x \neq 4$

$\frac{x-4}{x-4} + \frac{1}{x} = 0$ $x = -1$, nes $\frac{x-4}{x-4}$ bus lygus 1 su bet kokiu sk. išskyrus 4 ($x = 4$ netenkina lygties), tad norint išspręsti teko $\frac{1}{x} = -1$ $x = -1$

$x = -1$

$\frac{-1-4}{-1-4} + \frac{1}{-1} = 0$

$\frac{-5}{-5} + \frac{1}{-1} = 0$

$1 + (-1) = 0$

Ats.: $x = -1$

7 pav. 7 uždavinio sprendimo pavyzdys

Vis dėlto net 13 proc. mokinių, spręsdami šį uždavinį, parodė, jog visiškai nemoka spręsti racionalių lygčių ir pertvarkyti racionalių reiškinių, o 19 proc. klydo atlikdami veiksmus su trupmenomis (neteisingai rado bendrąjį vardiklį, nemokėjo užrašyti visų papildomų daugiklių). 10 proc. mokinių neatkreipė dėmesio į pradinės lygties apibrėžimo sritį ir, išsprendę kvadratinę lygtį, atsakyme užrašė abi gautąsias reikšmes.

FUNKCIJOS IR ANALIZĖS PRADMENYS

Spręsdami šios srities uždavinius, mokiniai galėjo surinkti iki 11 taškų. 4 uždaviniu buvo tikrinama, kaip mokiniai supranta ir paprasčiausiomis situacijomis taiko reiškinio apibrėžimo srities sąvoką (žr. 8 pav.).

4. Kuris reiškinys neturi prasmės, kai $x = -8$?

A $\sqrt[3]{x}$ **B** $x^{\frac{1}{2}}$ **C** 2^x **D** $\frac{1}{x-8}$ **E** $\lg(-x)$

8 pav. 4 uždavinio sąlyga

Nors teisingą atsakymą pasirinko maždaug du trečdaliai mokinių, tačiau beveik visi likusieji mokiniai rinkosi vieną iš dviejų klaidingų atsakymų – A arba E. Tai rodo, kad nemaža mokyklinį egzaminą pasirinkusių mokinių dalis nepakankamai įsigilino į uždavinio sąlygą, o galbūt jų žinios buvo formalios.

5 uždaviniu buvo tikrinamas mokinių supratimas apie funkcijų grafikų transformavimą. Rezultatai rodo, kad šis pasirenkamojo atsakymo uždavinys mokiniams buvo pats lengviausias visoje egzamino užduotyje.

Standartinis buvo 8 uždavinys, tačiau pastarojo sprendimo rezultatai yra prastesni. Šiame uždavinyje mokiniai turėjo apskaičiuoti logaritminio reiškinio skaitinę reikšmę. Uždavinio net nebandė spręsti 14 proc. mokinių, o dar 20 proc. mokinių pateikti sprendimai rodo, kad kas trečias į egzaminą atėjęs mokinys visiškai nesupranta logaritmo sąvokos. Keista, kad šie mokiniai apskritai ryžtasi laikyti matematikos egzaminą (žr. 9 ir 10 pav.).

$\log_2 4 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log(2^4 + \frac{1}{2}^8) = \log = 2^4 + 2^{-8} = \log 2^{4\cdot(-8)} =$

$= \log 2^{-32} = \frac{1}{2^{32}}$

9 pav. 8 uždavinio sprendimo 1 pavyzdys

$\log_2 4 + \log_{\frac{1}{2}} 8 =$

$\log_2 4 = \log 4^2$

$\log_{\frac{1}{2}} 8 = \log 8^{\frac{1}{2}}$

$\log = t$

$t4^2 + \cancel{\log 8^{\frac{1}{2}}}$ loo

$t4^2 + t8^{\frac{1}{2}} = t16 + t4 = t20$

arba

$\log 4^2 + \log 8^{\frac{1}{2}} = \log 16 + \log 4 = \log 20$

10 pav. 8 uždavinio sprendimo 2 pavyzdys

Logaritminio reiškinio skaitinę reikšmę teisingai apskaičiavo 54 proc. mokinių, tačiau išsamius sprendimus pateikė vos keli mokiniai (žr. 11 pav.). Dažniausiai pasitaikęs sprendimas buvo toks: $\log_2 4 + \log_{1/2} 8 = 2 – 3 = –1$.

$\log_2 4 + \log_{\frac{1}{2}} 8 = \log_2 2^2 + \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} =$

$= 2\log_2 2 - 3\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 = -1.$

11 pav. 8 uždavinio sprendimo pavyzdys

XII klasėje nemažai dėmesio yra skiriama išvestinėms ir jų taikymams. Egzamino užduotyje šios temos uždaviniu buvo tikrinama, kaip mokiniai geba nustatyti funkcijos reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalus. Tai standartinis uždavinys, daug panašių uždavinių yra vadovėliuose.

Šį uždavinį mokiniai bandė spręsti dviem būdais: skaičiuodami išvestines arba braižydami funkcijos grafiką. Visiškai išspręsti uždavinį pavyko kiek daugiau nei trečdaliui mokinių (žr. 12 pav.).

$f(x) = 5 - 3x^2$

$f'(x) = 0 - 3 \cdot 2x = -6x$

$f'(x) > 0$, funkcija didėja

$-6x > 0$

$x < 0$

$f'(x) < 0$, funkcija mažėja

$-6x < 0$

$x > 0$

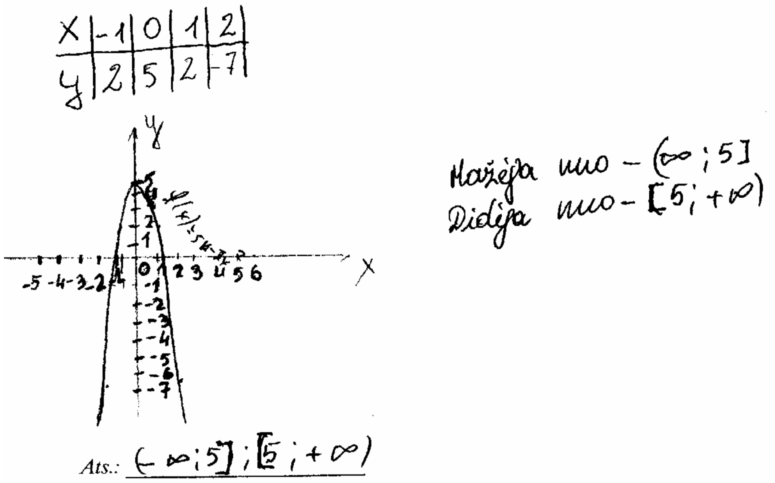
funkcija mažėja intervale $(0; -\infty)$

funkcija didėja intervale $(-\infty; 0)$

Ats.: $(0; -\infty)$ mažėja, $(-\infty; 0)$ didėja

12 pav. 9 uždavinio sprendimo 1 pavyzdys

Uždavinio visai nesprendė 14 proc. mokinių. Kas ketvirtas mokinys parodė, jog visiškai nesuvokia, kaip reikėtų išspręsti šį uždavinį. 6 proc. mokinių, teisingai apskaičiavę išvestinę arba nubraižę funkcijos grafiką, nesugebėjo rasti funkcijos reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalų, nes klydo spręsdami sudarytąją pirmojo laipsnio nelygybę, o braižiusieji grafiką painiojo *x* ir *y* reikšmes (žr. 13 pav.).



13 pav. 9 uždavinio sprendimo 2 pavyzdys

Norėtume atkreipti skaitytojų dėmesį ir į tai, kad maždaug 7 proc. mokinių net nepagalvojo, kad nurodytoji funkcija yra kvadratinė ir kaip atrodo jos grafikas. Jie paprastai susidarydavo reikšmių lenteles ir, remdamiesi jose gautomis taškų poromis, braižė tieses, laužtes ir pan.

Dar vienas mokiniams pateiktas uždavinys iš tiesų buvo nesunkus, nors gal ir ne visai standartinės formuluotės (žr. 10 užd). Gal todėl jau pirmosios šio uždavinio dalies nesprendė 30 proc. mokinių, o 16 proc. mokinių kažkodėl nusprendė, kad vienas iš brėžinyje matomų trikampio kampų turėtų būti 30° arba 45°, ir taikė Pitagoro teoremą! (Žr. 14 ir 15 pav.)

a) ~~OB ⊥ BA~~ Duota: tiesė OB, AB = 4

~~OA~~ Rasti: OA ilgį

Sprendimas:

Pagal Pitagoro teoremą:

$OA^2 = OB^2 + AB^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

b) $tg\,\alpha\,60° = \sqrt{3}$

Ats.: a) $4\sqrt{2}$ b) $\sqrt{3}$

14 pav. 10 uždavinio sprendimo 1 pavyzdys

a) $AB \perp Ox$, todėl $\angle\alpha = 60°$

$OA = \cancel{2x}\ x$, o $OB = 2x$, nes $\angle OBA = 30°$,

o statinis, prieš 30° kampą, lygus pusei įžambinės

$x^2 = (2x)^2 - (4)^2$

$x^2 = 4x^2 - 16$

$x^2 - 4x^2 = -16$

$-3x^2 = -16 \;/:(-3)$

$x^2 = \frac{16}{3}$

$x = \frac{4}{\sqrt{3}}$ $OA = \frac{4}{\sqrt{3}}$

b) $tg\,\alpha$?

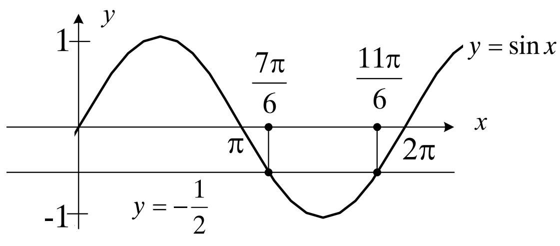
$tg\,60° = \sqrt{3}$

Ats.: a) $OA = \frac{4}{\sqrt{3}}$ b) $tg\,\alpha = \sqrt{3}$

15 pav. 10 uždavinio sprendimo 2 pavyzdys

Nors 10 uždavinio antrąją dalį mokiniai galėjo išspręsti net nežinodami tangento apibrėžimo (buvo galima susieti tangentą su duotosios tiesės krypties koeficientu), tačiau beveik 70 proc. mokinių arba nesprendė šios uždavinio dalies, arba jų sprendimai buvo neteisingi.

Ir šiais metais mokiniams buvo pasiūlyta išspręsti paprasčiausią trigonometrinę lygtį ir rasti nurodytam intervalui priklausančius sprendinius. 16 paveiksle pateikta šio uždavinio vertinimo instrukcija.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
12		**3**	
a		**1**	
	$\sin x = -\frac{1}{2}$. $x = (-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z.$ *Ats.:* $(-1)^{n+1}\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in Z.$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
b		**2**	
	 *Ats.:* $\frac{7\pi}{6}$, $\frac{11\pi}{6}$.	• 2	Po tašką už kiekvieną gautą teisingą sprendinį.

16 pav. 12 uždavinio vertinimo instrukcija

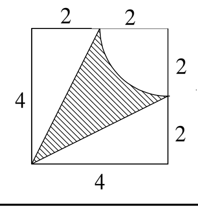
Šio uždavinio išvis nesprendė 33 proc. mokinių. 14 proc. mokinių bandė taikyti formulių rinkinyje pateiktos lygties bendrojo sprendinio formulę, tačiau nesėkmingai, o 11 proc. mokinių nepasinaudojo ir šia galimybe. Antrosios uždavinio dalies net nebandė spręsti 71 proc. mokinių. Teisingus atsakymus gavo tik 10 proc. mokinių. Nemaža jų dalis nesuprato, kad pateikė tik dalį sprendimo, nes neparodė, kaip nusprendė, jog daugiau sprendinių nurodytame intervale nėra.

GEOMETRIJA

Užduotyje buvo du geometrijos srities uždaviniai, kuriuos išsprendę mokiniai galėjo surinkti iki 7 taškų. Pirmuoju – planimetrijos – uždaviniu buvo tikrinama, kaip mokiniai supranta ploto sąvoką, geba apskaičiuoti skritulio dalies, stačiojo trikampio, stačiakampio, kvadrato bei jų junginių plotą. 17 ir 18 paveiksluose pateikta uždavinio sąlyga ir jo sprendimo vertinimo instrukcija.

6. Raskite užbrūkšniuotos figūros plotą. (Laikykite, kad $\pi = 3{,}14$.)

(3 taškai)



17 pav. 6 uždavinio sąlyga

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
6		**3**	
	$S = 4\cdot 4 - 2\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 2 - \frac{1}{4}\cdot 3{,}14\cdot 2^2 = 4{,}86$. *Ats.:* 4,86.	• 1 • 1 • 1	Už teisingai apskaičiuotą trikampio (arba abiejų trikampių) plotą. Už teisingai apskaičiuotą skritulio ketvirčio plotą. Už teisingą atsakymą.

18 pav. 6 uždavinio vertinimo instrukcija

Mokinių šio uždavinio sprendimai buvo vertinami 3 taškais. Visus tris taškus surinko 43 proc. mokinių (žr. 19 pav.). Buvo mokinių, kurie stačiojo trikampio plotą skaičiavo pagal formulę $S=1/2ab\sin C$, o skritulio dalies – pagal išpjovos ploto formulę, kurios buvo įdėtos egzamino formulių rinkinyje.

$$S_{užb} = S_K - S_\Delta - S_\Delta - S_{išp}$$
$$S_K = 4\cdot 4 = 16$$
$$S_\Delta = \frac{4\cdot 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$$
$$S_{išp} = \frac{3{,}14\cdot 4\cdot 90^\circ}{360^\circ} = 3{,}14$$
$$S_{užb} = 16-4-4-3{,}14 = 4{,}86$$

19 pav. 6 uždavinio sprendimo 1 pavyzdys

Nors panašaus turinio uždavinius mokiniai pradeda spręsti žemesnėse klasėse ir nuolat prie jų grįžta vėliau, tačiau net 17 proc. mokinių nebandė šio uždavinio spręsti, o 19 proc. visiškai nesuprato sąlygos (taikė Pitagoro teoremą, skaičiavo perimetrą, rinkosi netinkamą formulę trikampio plotui apskaičiuoti ir pan.) (žr. 20 pav.).

$$S_{\Delta ADF} = \frac{1}{2}a\cdot b\sin\alpha$$
$$S_{\Delta ADF} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 4\cdot\sin 30^\circ = 4\sin 30^\circ = 4\cdot\frac{1}{2} = 2$$
$$\Delta ADF = \Delta ABE$$
$$S_{išpECF} = \frac{\pi R^2}{360^\circ}\cdot\alpha = \frac{3{,}14\cdot 2^2\cdot \cancel{90^\circ}}{\cancel{360^\circ}_4} = 1{,}57$$
$$S_{kvadr} = a^2 = 4^2 = 16$$
$$S_{fig} = 16-2-2-1{,}57 = 10{,}43$$

20 pav. 6 uždavinio sprendimo 2 pavyzdys

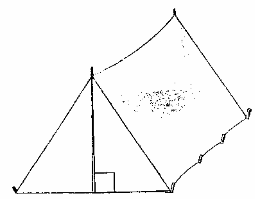
Neretai mokiniai rašė, kad skaičiuoja skritulio (jo dalies) plotą, tačiau taikė apskritimo (jo dalies) ilgio formulę. 14 proc. mokinių darė klaidas skaičiuodami trikampio (abiejų trikampių) arba skritulio (dalies) plotą. Dar 7 proc. mokinių, teisingai apskaičiavę trikampių ir (ar) skritulio dalies plotą, nesugalvojo, kaip galėtų rasti užbrūkšniuotosios figūros plotą.

Norėtume pastebėti, kad buvo nemažai atvejų, kai mokinys pritaikęs neteisingą formulę gaunama tą pačią skaitinę reikšmę, kaip nurodyta vertinimo instrukcijoje. Kai kurie vertintojai, matyt, kreipė dėmesį tik į atsakymą ir skyrė už tą užduotį visus taškus. Pastebėta ir daugiau šio uždavinio sprendimų vertinimo netikslumų, pavyzdžiui: mokiniui suklydus viename sprendimo etape, nevertinami tolesni teisingai atlikti uždavinio sprendimo etapai.

Antruoju – stereometrijos – uždaviniu buvo tikrinamas mokinių gebėjimas taikyti žinias sprendžiant praktinio turinio uždavinius. Mokiniai turėjo suprasti, jog turėtų apskaičiuoti palapinės (prizmės) visą paviršių. Remdamiesi sąlygoje nurodytais duomenimis mokiniai turėtų ne tik jį apskaičiuoti bet ir padaryti išvadą apie tai, ar pakaks nurodytos medžiagos palapinei pasiūti (žr. 21 ir 22 pav.).

14. Palapinės ilgis 3 m, plotis 2 m, aukštis 1,5 m. Ar šiai palapinei pasiūti užtektų 20 m^2 medžiagos (palapinė su dugnu, į siūles nekreipkite dėmesio)? *Pateikite sprendimą.*

(4 taškai)



21 pav. 14 uždavinio sąlyga

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
14		**4**	
	$S = 2 \cdot \frac{1{,}5 \cdot 2}{2} + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{1^2 + 1{,}5^2} + 2 \cdot 3 \approx 19{,}8$. Kadangi $19{,}8 < 20$, vadinasi, medžiagos užteks.	• 1 • 1 • 1 • 1	Už teisingai apskaičiuotą trikampio plotą. Už teisingai apskaičiuotą trikampio šoninę kraštinę. Už teisingai apskaičiuotą visą paviršiaus plotą. Už teisingą išvadą.

Pastaba. Teisinga išvada be sprendimo vertinama *0 tašku.*

22 pav. 14 uždavinio vertinimo instrukcija

Šis uždavinys egzamino užduotyje buvo priešpaskutinis, jo nebandė spręsti 16 proc. mokinių. Toks pats mokinių procentas surinko visus keturis už šio uždavinio sprendimą numatytus taškus. 23 paveiksle parodytas dažniausiai pasitaikiusio gero sprendimo pavyzdys.

$S_{dugno} = 3 \cdot 2 = 6\,(m^2)$ $\quad 20 > 19{,}8$

$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 1{,}5\,m^2$

Ats.: užteks $20\,m^2$

$c^2 = \left(\frac{2}{2}\right)^2 + 1{,}5^2 = 3{,}25$

$c = \sqrt{3{,}25}$

$S_{šon.} = c \cdot 3 = 3 \cdot \sqrt{3{,}25}$

$S_{visų\ šon.} = S_{dugno} + 2S_{\Delta} + 2S_{šon.} = 6 + 2 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3{,}25} = 6 + 3 + 6\sqrt{3{,}25} \approx 19{,}8$

23 pav. 14 uždavinio sprendimo pavyzdys

Net 27 proc. mokinių, bandžiusių spręsti šį uždavinį, nepelnė nė vieno taško. Šie mokiniai tiesiog bandė su sąlygoje nurodytais skaičiais atlikti kokius nors aritmetinius veiksmus, kai kurie bandė taikyti Pitagoro teoremą, tačiau nesėkmingai, skaičiavo tūrį. Krito į akis, kad dažniausiai mokiniai puola ką nors daryti, nepateikę jokios uždavinio sprendimo strategijos.

Spręsdami šį uždavinį, mokiniai susidūrė su įvairiomis problemomis. Maždaug 60 proc. mokinių nesuprato, kad reikia apskaičiuoti ir (ar) palapinės viso paviršiaus plotą kaip tai būtų galima padaryti. 11 proc. mokinių klydo skaičiuodami trikampio plotą. Jie arba neteisingai taikė trikampio ploto formulę, arba taikė ne tą formulę. Nemaža mokinių nusprendė, kad trikampis yra lygiakraštis. 13 proc. mokinių, norėdami apskaičiuoti trikampio šoninės kraštinės ilgį, teisingai pritaikė Pitagoro teoremą, tačiau suklydo atlikdami skaičiavimus. 6 proc. mokinių prarado tašką, nes nepadarė sprendimu paremtos išvados.

STOCHASTIKA

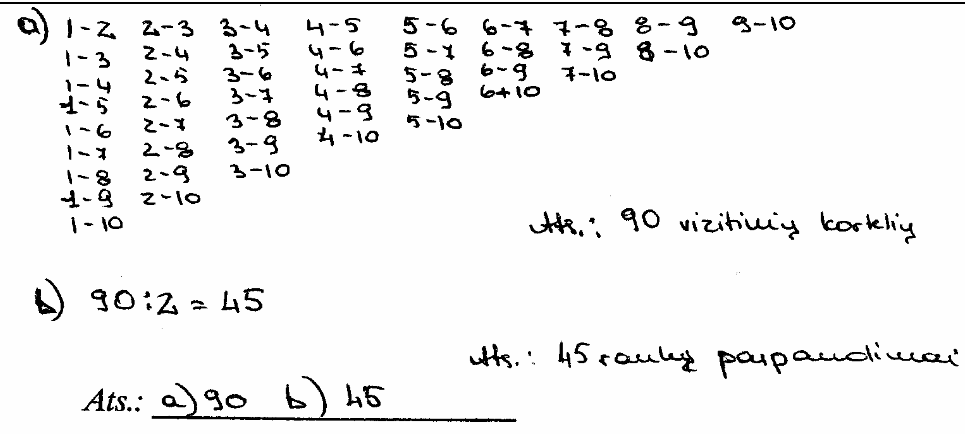
Mokiniams egzamino užduotyje buvo pasiūlyti trys statistikos, tikimybių teorijos ir kombinatorikos srities uždaviniai. Spręsdami 24 paveiksle pateiktą uždavinį, du trečdaliai mokinių pasirinko teisingą atsakymą A. Tačiau peržiūrėtuose darbuose beveik nebuvo šio uždavinio sprendimo, o daugiau kaip ketvirtadalis mokinių rinkosi klaidingus atsakymus B arba D, kuriuose užkoduotos būdingos tikimybių nesupratimo klaidos. Galime daryti prielaidą, kad šis uždavinys nežiūrint jo sprendimo rezultato, mokiniams nebuvo lengvas.

3. Trys skirtingo ūgio mokiniai atsitiktiniu būdu surikiuoti į eilę. Kokia tikimybė, kad jie surikiuoti pagal ūgį, t.y. nuo mažiausio iki didžiausio arba nuo didžiausio iki mažiausio?

A $\frac{1}{3}$ **B** $\frac{1}{6}$ **C** $\frac{1}{9}$ **D** $\frac{2}{3}$ **E** $\frac{2}{9}$

24 pav. 3 uždavinio sąlyga

Antrasis šios srities uždavinys (užduoties 11 uždavinys) buvo iš kombinatorikos. Šio uždavinio sprendimo rezultatai geri: jį teisingai išsprendė 74 proc. mokinių (dar 7 proc. mokinių užrašė teisingą atsakymą, tačiau nepateikė sprendimo), o nesprendusių šio uždavinio mokinių buvo mažiau nei 5 proc. Dažniausiai mokinių darbuose pasitaikė toks a dalies sprendimas: $9\cdot 10 = 90$, tačiau nemažai mokinių taikė ne kombinatorinę daugybos taisyklę, o išrašinėjo arba mėgino kokiu nors būdu pavaizduoti galimus variantus ir juos suskaičiuoti (žr. 25 pav.).


a) 1-2 2-3 3-4 4-5 5-6 6-7 7-8 8-9 9-10
1-3 2-4 3-5 4-6 5-7 6-8 7-9 8-10
1-4 2-5 3-6 4-7 5-8 6-9 7-10
1-5 2-6 3-7 4-8 5-9 6-10
1-6 2-7 3-8 4-9 5-10
1-7 2-8 3-9 4-10
1-8 2-9 3-10
1-9 2-10
1-10

Ats.: 90 vizitinių kortelių

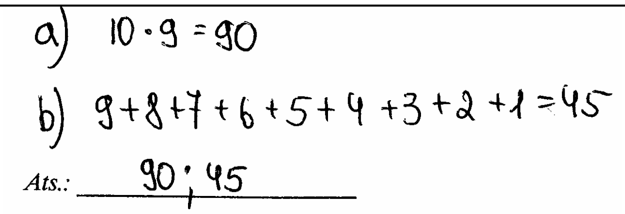
b) 90:2 = 45

Ats.: 45 rankų paspaudimai

Ats.: a) 90 b) 45

25 pav. 11 uždavinio sprendimo pavyzdys

Šio uždavinio b dalį teisingai išsprendė 62 proc. mokinių (nesprendė 7 proc.). Dalis mokinių net nesiejo abiejų uždavinio dalių rezultatų, t. y. kad išspręstų uždavinio b dalį rinkosi kitą uždavinio sprendimo strategiją, derinių formulę taikė mažiau nei 6 proc. mokinių (žr. 26 pav.).


a) $10\cdot 9 = 90$

b) $9+8+7+6+5+4+3+2+1=45$

Ats.: 90; 45

26 pav. 11 uždavinio sprendimo pavyzdys

Vertinant šio uždavinio sprendimus, neretai buvo pažeidinėjama vertinimo instrukcija. Taškai pagal instrukciją turėjo būti skiriami už gautą teisingą atsakymą, o vertintojai (daugeliu atvejų) taškus skyrė tik už teisingą atsakymą.

Kad galėtų išspręsti paskutinį egzamino užduoties uždavinį, mokiniai turėjo suprasti vidurkio sąvoką ir gebėti pritaikyti vidurkio savybę. Iš 28 paveiksle pateiktos vertinimo instrukcijos matome, kad dalis šio uždavinio taškų yra iš kitos – skaičiavimo ir algebros – srities.

15. Senelės, senelio ir 7 vaikaičių amžiaus vidurkis yra 28 metai. Septynių vaikaičių amžiaus vidurkis yra 15 metų. Senelis 3 metais vyresnis už senelę. Kiek metų seneliui?

(4 taškai)

27 pav. 15 uždavinio sąlyga

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		**4**	
	Pažymėkime: S – senelio metus, s – senelės metus, $x_1, x_2, ..., x_7$ – vaikaičių metus. $\frac{S+s+x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7}{9}=28$.	• 1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą (remtasi aritmetinio vidurkio apibrėžimu).
	$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7}{7}=15$.	• 1	Už visų vaikaičių metų sumos įrašymą į pirmąją lygtį.
	$\frac{S+s+105}{9}=28$.	• 1	Už teisingos lygčių sistemos sudarymą.
	$\begin{cases} S+s=147, \\ S-s=3. \end{cases}$ $s=72$, $S=75$. *Ats.:* 75 metai.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

28 pav. 15 uždavinio vertinimo instrukcija

Nors panašius uždavinius mokiniai sprendžia pagrindinėje mokykloje, tačiau gal todėl, kad šis uždavinys buvo paskutinis, visus 4 taškus surinko tik 33 proc. mokinių. Apie 40 proc. mokinių gavo 0 taškų, uždavinio visai nesprendė 20 proc. mokinių. Kad išspręstų šį uždavinį, vieni mokiniai rinkosi aritmetinį būdą (38%), kiti bandė jį išspręsti algebriniu būdu (22 proc.) (žr. 29 ir 30 pav.). Kas dešimtas mokinys darė tipišką mąstymo klaidą, dėl ko gavo klaidingą atsakymą – 76,5 metų (žr. 31 pav.).

1) $28 \cdot 9 = 252$
2) $7 \cdot 15 = 105$
3) $252 - 105 = 147$
4) $147 - 3 = 144$
5) $144 : 2 = 72$
6) $72 + 3 = 75$

Ats.: 75 metai

29 pav. 15 uždavinio sprendimo pavyzdys

senelė x metų
senelis x+3 metų
7 vaikaičiai $7 \cdot 15$

$x + (x+3) + 7 \cdot 15 = 28 \cdot 9$
$x + x + 3 + 105 = 252$
$2x = 252 - 105 - 3$
$2x = 144$
$x = 72$ (senelė)
Toda $72 + 3 = 75$ (senelio amžius)

$\frac{Sen + S + 7v}{9} = 28$

$\frac{7v}{7} = 15$

Ats.: 75 m. seneliui

30 pav. 15 uždavinio sprendimo pavyzdys

1) $9 \cdot 28 = 252$
2) $7 \cdot 15 = 105$
3) $252 - 105 = 147$
$147 : 2 = 73,5$
4) $73,5 + 3 = 76,5$ metų.

Ats.: 76,5 metų.

31 pav. 15 uždavinio sprendimo pavyzdys

Peržiūrint mokinių darbus pastebėta, kad šio uždavinio sprendimus vertinę mokytojai elgėsi tiesiog nesuprantamai – neskyrė už uždavinį taškų arba juos mažino, jeigu uždavinys buvo išspręstas kitu nei vertinimo instrukcijoje būdu.

III. IŠVADOS IR REKOMENDACIJOS

1. Mokyklinio matematikos brandos egzamino rezultatų analizė parodė, kad šių metų egzamino užduotis buvo vidutinio sunkumo.
2. Lengviausi mokiniams buvo stochastikos srities uždaviniai, sunkiausi - trigonometrijos uždaviniai (net paprasčiausi).
3. Nemažai taškų mokiniai prarado skaičiuodami – daugelis jų nesugebėjo pasinaudoti skaičiuokliu.
4. Nemokėjimas pertvarkyti racionaliųjų reiškinių daugeliui mokinių buvo rimta kliūtis sprendžiant įvairių sričių uždavinius.
5. Daug mokinių painiojo perimetro ir ploto, paviršiaus ir tūrio sąvokas.
6. Mokiniai nepakankamai gerai suprato tiesinės ir kvadratinės funkcijų savybes, nesugebėjo jomis pasinaudoti spręsdami uždavinius.
7. Nemažai mokinių arba nesprendė žodinių uždavinių, arba nepakankamai gerai įsigilino ir išanalizavo uždavinio sąlygą. Uždavinius mokiniai dažniau sprendė aritmetiniu būdu, daug rečiau taikė matematinius modelius. Nemažai sprendimų buvo fragmentiški, neargumentuoti.
8. Kaip ir ankstesniais metais, daug abiturientų nemokėjo užrašyti uždavinių sprendimų, painiojo matematinius terminus ir simboliką. Mokytojai turėtų atkreipti mokinių dėmesį į šiuos dalykus juos mokydami, o vėliau vertindami mokinių darbus.
9. Reikėtų dažniau su mokiniais spręsti žodinius uždavinius, diskutuoti su jais apie įvairius uždavinių sprendimo ir jo užrašymo būdus. Vertėtų mokinius skatinti nebijoti pradėti spręsti uždavinį, nors ir abejoja, ar pavyks jį teisingai išspręsti iki galo.
10. Mokinių netvarkingi, netikslūs, fragmentiški sprendimai kėlė rūpesčių ir jų darbų vertintojams. Gal todėl nemažai sprendimų nebuvo įvertinti objektyviai: mokiniui suklydus viename žingsnyje, tolesni teisingi sprendimo žingsniai neretai buvo ignoruojami. Norėtume atkreipti mokytojų dėmesį į tai, kad kiekvienas uždavinio sprendimo tipas tikrino vis kitus mokinio gebėjimus, todėl viename etape mokiniui suklydus negalima nevertinti kitų sėkmingai įveiktų uždavinio sprendimo etapų.