MATEMATIKA

2010 m. valstybinio brandos egzamino bandomosios užduoties
V E R T I N I M O   I N S T R U K C I J A

Pasirenkamojo atsakymo uždavinių atsakymai

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Ats.	**C**	**B**	**C**	**D**	**C**	**D**	**D**	**E**

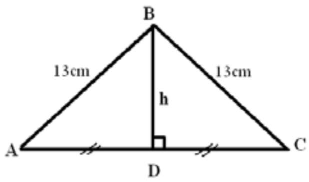
Kitų uždavinių sprendimo nurodymai ir atsakymai

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B➔9		**3**	
	$2{,}3\cdot 50+2=117$ (Lt),	• 1	Už teisingai apskaičiuotą pinigų sumą, kurią turėtų mokėti Lukas pirkdamas EK grynais.
	$2{,}2270\cdot 50+1{,}5=112{,}85$ (Lt),	• 1	Už teisingai apskaičiuotą pinigų sumą, kurią turėtų mokėti Lukas, pirkdamas EK ne grynais.
	$117-112{,}85=4{,}15$ (Lt). *Ats.:* $4{,}15$ Lt.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

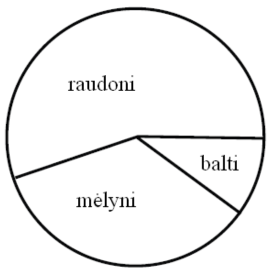
Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B➔10		**2**	
	$\left(\frac{1}{5}\right)^x\le\frac{1}{25}$, $\left(\frac{1}{5}\right)^x\le\left(\frac{1}{5}\right)^2$, (arba $5^{-x}\le 5^{-2}$)	• 1	Už teisingą laipsnio pagrindų suvienodinimą.
	$x\ge 2$, nes $0<\frac{1}{5}<1$. *Ats.:* $x\in[2;+\infty)$ (arba $x\ge 2$).	• 1	Už teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→11		**2**	
	$\log_2(5x-10)=3$, $\quad 5x-10>0$, $x>2$. $5x-10=8$, $x=3{,}6$.	• 1	Už teisingą logaritminės lygties pakeitimą tiesine lygtimi.
	Ats.: $3{,}6\ \left(arba\ 3\frac{3}{5}\right)$.	• 1	Už *gautą* teisingą atsakymą.
Pastaba. Jei mokinys gavo teisingą atsakymą, bet neužrašė logaritmo apibrėžimo srities ar neatliko lygties patikrinimo raštu, jam skiriami *visi taškai*.			

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→12		**2**	
	$f'(x)=\left(\frac{1}{4}x^4+3x^2-6x+5\right)'=x^3+6x-6.$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą išvestinę.
	$f'(-2)=(-2)^3+6\cdot(-2)-6=$ $=-8-12-6=-26.$ *Ats.:* -26.	• 1	Už teisingai *gautą* atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→13		**2**	
			
	I būdas. ΔABC – lygiašonis, tai BD – aukštinė ir pusiaukraštinė. $BD=\sqrt{13^2-12^2}=5(cm)$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą aukštinės BD ilgį.
	$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot AC\cdot BD=\frac{1}{2}\cdot 24\cdot 5=60\left(cm^2\right)$. *Ats.:* 60 cm^2.	• 1	Už *gautą* teisingą atsakymą.
	II būdas. $S_{\Delta ABC}=\sqrt{25\cdot(25-13)\cdot(25-13)\cdot(25-24)}=$ $=\sqrt{25\cdot 12\cdot 12\cdot 1}=60\left(cm^2\right)$.	• 1	Už teisingai pritaikytą Herono formulę.
	Ats.: 60 cm^2.	• 1	Už *gautą* teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
B→14		**3**	
	$24\cdot 60=1440\ (cnt)$,	• 1	Už teisingai apskaičiuotą 2008 metų derlių.
	$1440+192=1632\ (cnt)$,	• 1	Už teisingai apskaičiuotą 2009 metų derlių.
	$1632:60=27{,}2\ (cnt/ha)$. Ats.: 27,2 *cnt/ha.*	• 1	Už teisingai *gautą* atsakymą.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
15		**6**	
B→15.1.		**4**	
	Skritulinėje diagramoje 1 rutuliukas atitinka $360°:100=3{,}6°$. Skritulinėje digramoje: 10 baltų rutuliukų atitiks centrinį kampą $3{,}6°\cdot 10=36°=0{,}2\pi$. 35 mėlyni rutuliukai atitiks centrinį kampą $3{,}6°\cdot 35=126°=0{,}7\pi$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą *bent vieno* centrinio kampo, kuris atitinka rutuliukų pasiskirstymą pagal spalvas, didumą *laipsniais*.
	55 raudoni rutuliukai atitiks centrinį kampą $3{,}6°\cdot 55=198°=1{,}1\pi$. (arba $360°-36°-126°=198°=1{,}1\pi$.)	• 1	Už teisingą *bent vieno* centrinio kampo, kuris atitinka rutuliukų pasiskirstymą pagal spalvas, didumą *radianais*.
		• 1	Už teisingai pavaizduotą skrituline diagrama *vieną* rutuliukų santykį pagal spalvas.
		• 1	Už teisingai pavaizduotą skrituline diagrama *visų* rutuliukų santykį pagal spalvas.

Pastabos:

1) Jei mokinys klaidingai apskaičiavo centrinio kampo didumą laipsniais, bet teisingai apskaičiavo *bent vieno* kampo didumą radianais, jam už tai skiriamas *1 taškas*.

2) Jei mokinys neteisingai apskaičiavo centrinius kampus, bet su savo klaida teisingai pavaizdavo skrituline diagrama rutuliukų santykį (*centrinių kampų suma lygi* $360°$), jam skiriamas *1 taškas*.

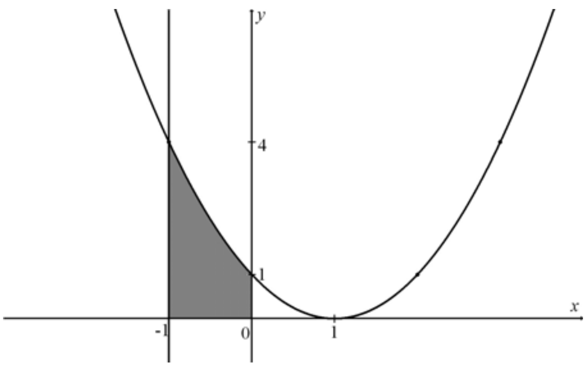
Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
15.2.		**2**	
	A – „ir antras išimtas rutuliukas bus raudonas, kai pirmasis į dėžę negrąžinamas“. Visų baigčių skaičius $n=99$. Įvykiui palankių baigčių skaičius $m=54$.	• 1	Už teisingai nustatytą baigčių skaičių.
	Ats.: $P(A)=\dfrac{54}{99}\ \left(arba\ \dfrac{6}{11}\right)$.	• 1	Už teisingą gautą atsakymą taikant klasikinį tikimybės apibrėžimą.

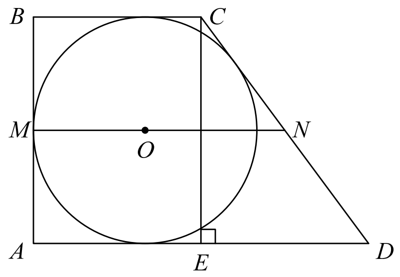
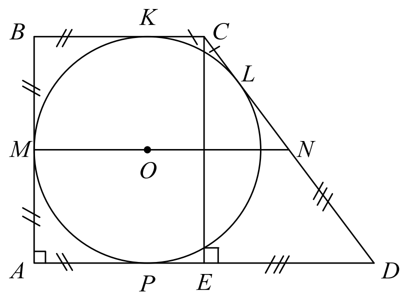
Pastaba:

Jeigu mokinys gavo atsakymą $P(A)=\dfrac{54}{100}$ arba $P(A)=\dfrac{55}{99}$, jam už **15.2** skiriamas *1 taškas*.

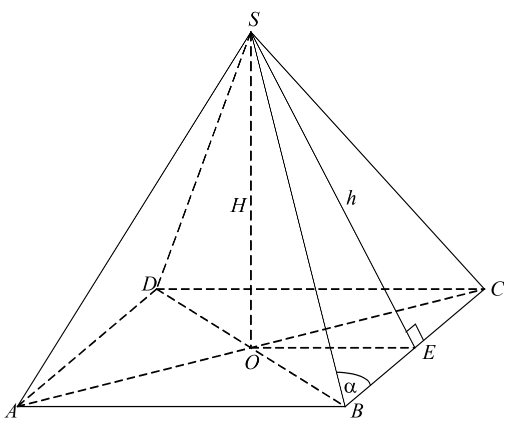
Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
16		**4**	
	I būdas. Tarkime, kad x – puslapių skaičius, y – dienų skaičius. Tuomet	• 1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą (įvesti kintamieji, teisingai sudaryta viena lygtis).
	$\begin{cases} x \cdot y = 120, \\ (x+4)\cdot(y-1) = 120; \end{cases}$	• 1	Už teisingai sudarytą sistemą.
	$\begin{cases} x = \dfrac{120}{y}, \\ y^2 - y - 30 = 0. \end{cases}$	• 1	Už gautą teisingą kvadratinę lygtį.
	$y^2 - y - 30 = 0$, $y_1 = -5$ – netenkina uždavinio sąlygos, $y_2 = 6$. *Ats.*: 6 dienos.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas. Tarkime, kad x – puslapių skaičius, $\dfrac{120}{x}$ – dienų skaičius.	• 1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą (įvestas kintamasis, teisingai užrašytas puslapių, dienų skaičius).
	Tuomet $(x+4)\cdot\left(\dfrac{120}{x}-1\right)=120$,	• 1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$x^2+4x-480=0$; $x_1 = -24$ – netenkina uždavinio sąlygos, $x_2 = 20$.	• 1	Už gautą teisingą kvadratinę lygtį.
	Todėl dienų skaičius yra $\dfrac{120}{20}=6$. *Ats.*: 6 dienos.	• 1	Už *gautą* teisingą atsakymą.
	III būdas. Tarkime, kad x – dienų skaičius, $\dfrac{120}{x}$ – puslapių skaičius.	• 1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą (įvestas kintamasis, teisingai užrašytas dienų, puslapių skaičius).
	Tuomet $\left(\dfrac{120}{x}+4\right)\cdot(x-1)=120$;	• 1	Už teisingai sudarytą lygtį.
	$x^2-x-30=0$; $x_1 = -5$ – netenkina uždavinio sąlygos, $x_2 = 6$.	• 1	Už gautą teisingą kvadratinę lygtį.
	Ats.: 6 dienos.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
Pastaba: Jeigu mokinys atspėja dienų skaičių ir patikrindamas pagrindžia, jog šis skaičius teisingas, jam skiriamas *1 taškas*.			

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
17		**5**	
	I būdas. $60 = a\cdot 0 + b\cdot 0 + c$, $c = 60$.	• 1	Už teisingai nustatytą koeficiento c reikšmę.
	Parabolės viršūnės abscisė $x_0 = -\frac{b}{2a}$, tai $40 = -\frac{b}{2a}$.	• 1	Už teisingą parabolės viršūnės abscisės išraišką (pagal viršūnės koordinatės formulę ar išvestinės skaičiavimą).
	$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 40, \\ a\cdot 40^2 + b\cdot 40 + 60 = 90; \end{cases}$	• 1	Už teisingai sudarytą lygčių sistemą koeficientų a ir b reikšmėms apskaičiuoti.
	$\begin{cases} a = -\frac{3}{160}, \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases}$ *Ats.:* $a = -0{,}01875$, $b = 1{,}5$, $c = 60$.	• 2	Po tašką už teisingai apskaičiuotas koeficientų a ir b reikšmes.
	II būdas. Parabolės viršūnė $K(40;\ 90)$, tai $y = a(x-40)^2 + 90$.	• 1	Už teisingai nustatytas parabolės viršūnės koordinates.
	Taškas $B(0;60)$ priklauso parabolei, tai $60 = a\cdot(0-40)^2 + 90$, $1600a = -30$,	• 1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$a = -\frac{3}{160}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą koeficiento a reikšmę.
	$y = -\frac{3}{160}(x-40)^2 + 90$, $y = -\frac{3}{160}x^2 + \frac{3}{2}x + 60$. *Ats.:* $a = -\frac{3}{160}$, $b = \frac{3}{2}$, $c = 60$.	• 2	Po tašką už kiekvieną gautą teisingą koeficientų b ir c reikšmę.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
18		**6**	
18.1.		**3**	
	I būdas. $f(x)=2x-2$, tai $F(x)=\frac{2x^2}{2}-2x+C=x^2-2x+C$.	• 1	Už teisingai užrašytą bendrąją $f(x)$ pirmykštės funkcijos išraišką.
	$k=F'(x_0)=f(x_0)=2x_0-2$. Kadangi $y=-4x$, tai $k=-4$. Todėl $2x_0-2=-4$, $2x_0=-2$, $x_0=-1$, tai $y_0=-4\cdot(-1)=4$.	• 1	Už teisingai sudarytą lygtį $F'(x_0)=k$.
	$1-2\cdot(-1)+C=4$, $C=1$. $F(x)=x^2-2x+1$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą C reikšmę.
	II būdas. $f(x)=2x-2$, tai $F(x)=\frac{2x^2}{2}-2x+C=x^2-2x+C$.	• 1	Už teisingai užrašytą bendrąją $f(x)$ pirmykštės funkcijos išraišką.
	Kadangi tiesė $y=-4x$ liečia parabolę, tai $x^2-2x+C=-4x$.	• 1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą.
	$x^2+2x+C=0$, $D=4(1-C)=0$, nes lygtis turi tik vieną sprendinį. Todėl $C=1$. $F(x)=x^2-2x+1$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą C reikšmę.
18.2.		**3**	
			
	$S=\int_{-1}^{0}\left(x^2-2x+1\right)dx=\int_{-1}^{0}(x-1)^2\,dx=$	• 1	Už teisingai užrašytą plotą apibrėžtiniu integralu.
	$=\frac{(x-1)^3}{3}\Big\vert_{-1}^{0}=\frac{(0-1)^3}{3}-\frac{(-1-1)^3}{3}=2\frac{1}{3}$.	• 1	Už teisingai surastą pirmykštę funkciją.
	Ats.: $2\frac{1}{3}$.	• 1	Už teisingai gautą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		**4**	
	I būdas. 		
	MN – trapecijos vidurinė linija, tai $MN=\dfrac{BC+AD}{2}=9$. Todėl $BC+AD=18$.	• 1	Už teisingą trapecijos vidurinės linijos savybės pritaikymą.
	Trapecija $ABCD$ – apibrėžtinis keturkampis, tai $AB+CD=BC+AD$. $AB=2r=8$ ir $BC+AD=18$, tai $CD=18-8=10$.	• 1	Už teisingą apibrėžtinio keturkampio kraštinių savybės pritaikymą.
	Iš st. ΔCED: $ED=\sqrt{CD^2-CE^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą atkarpos *ED* ilgį.
	$AE=\dfrac{(BC+AD)-ED}{2}=\dfrac{18-6}{2}=6$. $AD=AE+ED=12$. *Ats.:* 12.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas. 		
	CB ir CD – apskritimo liestinės, išeinančios iš vieno taško *C*, tai $CK=CL=x$. DC ir DA – apskritimo liestinės, išeinančios iš vieno taško *D*, tai $DL=DP=y$.	• 1	Už teisingą apskritimo liestinių, nubrėžtų iš to paties taško savybės pritaikymą.
	MN – trapecijos vidurinė linija, tai $MN=\dfrac{BC+AD}{2}=9$. Todėl $BC+AD=18$. $AB=AM+MB=AP+BK=8$, $(AP+BK)+KC+PD=18$, $8+x+y=18$, $x+y=10=CD$.	• 1	Už teisingą trapecijos vidurinės linijos savybės pritaikymą.
	Iš st. ΔCED: $ED=\sqrt{CD^2-CE^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$. $AE=\dfrac{(BC+AD)-ED}{2}=\dfrac{18-6}{2}=6$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą atkarpos *ED* ilgį.
	$AD=AE+ED=12$. *Ats.:* 12.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		**4**	
	$\sqrt{25-x^2}\cdot\log_{\frac{1}{3}}(x-3)\geq 0$		
	$\begin{cases}25-x^2\geq 0,\\ x-3>0;\end{cases}$ tai $3<x\leq 5$.	• 1	Už teisingai nustatytą apibrėžimo sritį.
	Kai $x=5$, $\sqrt{25-x^2}=0$, o $\log_{\frac{1}{3}}(x-3)$ turi prasmę. Todėl $x=5$ – nelygybės sprendinys.	• 1	Už teisingai nustatytą nelygybės sprendinį $x=5$.
	Kai $3<x<5$, $\sqrt{25-x^2}>0$, tai $\log_{\frac{1}{3}}(x-3)\geq 0$, $0<x-3\leq 1$, $3<x\leq 4$.	• 1	Už teisingai išspręstą logaritminę nelygybę.
	Ats.: (3; 4] ir 5.	• 1	Už teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
21		**5**	
21.1.		**3**	
			
	ΔBES – statusis: $\frac{h}{\frac{a}{2}}=\text{tg}\alpha$, iš čia $h=\frac{a}{2}\cdot\text{tg}\alpha$.	• 1	Už gautą teisingą *h* išraišką.
	ΔSOE – statusis: $H^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=h^2$, tai $H^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=\left(\frac{a}{2}\text{tg}\alpha\right)^2$, iš čia $H^2=\frac{a^2}{4}\cdot\left(\text{tg}^2\alpha-1\right)$, o	• 1	Už gautą teisingą H^2 išraišką.
	$a^2=\frac{4H^2}{\text{tg}^2\alpha-1}$.	• 1	Už gautą teisingą a^2 išraišką.
	Tuomet $V=\frac{1}{3}\cdot\frac{4H^2}{\text{tg}^2\alpha-1}\cdot H=\frac{4}{3}\cdot\frac{H^3}{\text{tg}^2\alpha-1}$.		

21.2.		**2**	
	Užrašome lygtį: $\frac{2}{9}\cdot H^3=\frac{4}{3}\cdot\frac{H^3}{tg^2\alpha-1}$, $1=\frac{6}{tg^2\alpha-1}$, $tg^2\alpha=7$, $tg\alpha=\pm\sqrt{7}$.	• 1	Už teisingai išreikštą $tg^2\alpha$.
	Kadangi $45^\circ<\alpha<90^\circ$, tai $tg\alpha=\sqrt{7}$. *Ats.*: $tg\alpha=\sqrt{7}$.	• 1	Už *gautą* teisingą atsakymą.

Pastabos:

1) Jei mokinys iš $tg^2\alpha=7$ neargumentuodamas parašo atsakymą $tg\alpha=\sqrt{7}$, tai už 21.2 dalį skiriamas *tik 1 taškas.*
2) Jei mokinys iš $tg\alpha=\pm\sqrt{7}$ atsakymą $tg\alpha=\sqrt{7}$ užrašo neargumentuodamas, už 21.2 dalį skiriami *visi taškai.*

Užd.	Sprendimas/atsakymas	Taškai	Vertinimas
22		**6**	
22.1.		**4**	
	$(x+3)^2=(x-3)\cdot(6x+2)$,	• 1	Už teisingai pritaikytą geometrinės progresijos narių savybę.
	$5x^2-22x-15=0$, $x_1=-\frac{3}{5}$, $x_2=5$.	• 1	Už teisingai išspręstą kvadratinę lygtį.
	Progresijos nariai teigiami skaičiai, tai $x=5$.	• 1	Už pagrindimą, kad $x=5$.
	Turime progresiją: 2; 8; 32; ... $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{8}{2}=4$. *Ats.:* $q=4$.	• 1	Už *gautą* teisingą atsakymą
22.2.		**2**	
	Pritaikome geometrinės progresijos n – pirmųjų narių sumos formulę. $\frac{S_{19}}{S_{20}}=\frac{4^{19}-1}{4^{20}-1}$.	• 1	Už gautą teisingą sumų santykį.
	$\frac{4^{19}-1}{4^{20}-1}<\frac{1}{4}$, $\frac{4^{19}-1}{4^{20}-1}-\frac{1}{4}<0$, $\frac{4\cdot4^{19}-4-4^{20}+1}{4\cdot(4^{20}-1)}<0$, $\frac{-3}{4\cdot(4^{20}-1)}<0$, kadangi $-3<0$, o $4\cdot(4^{20}-1)>0$,	• 1	Už teisingą pagrindimą.

	(arba $\frac{4^{19}-1}{4^{20}-1}<\frac{1}{4}$ Kadangi $4^{20}-1>0$ ir $4>0$, tai $4\cdot(4^{19}-1)<4^{20}-1.$ $4^{20}-4<4^{20}-1,$ $-4<-1.$) todėl $\frac{S_{19}}{S_{20}}<\frac{1}{4}$.		