2015 M. MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO PAVYZDINĖS UŽDUOTIES VERTINIMO INSTRUKCIJA

I dalis

1–10 uždavinių atsakymai

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ats.	B	D	C	B	C	A	C	C	B	C

II dalis

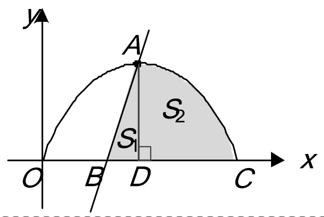
11–18 uždavinių ar jų dalių atsakymai

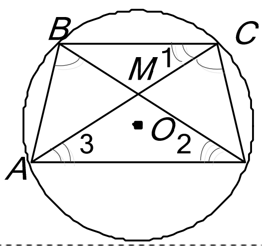
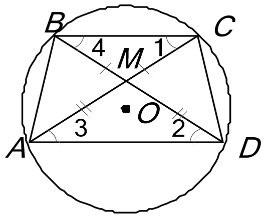
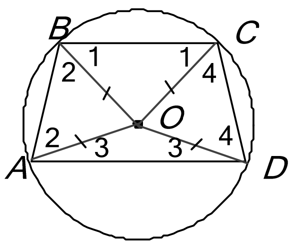
11	4
12.1	1
12.2	$3x^2 - 2$
13.1	0,2 arba $\frac{1}{5}$
13.2	0,64 arba $\frac{16}{25}$
14	2
15	8
16	2
17	0
18.1	13
18.2	$5x - 36$
18.3	$-\frac{5}{4}$ arba $-1\frac{1}{4}$ arba $-1{,}25$

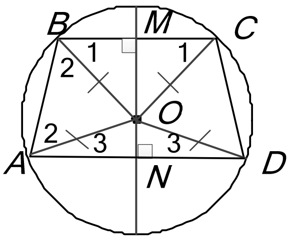
III dalis

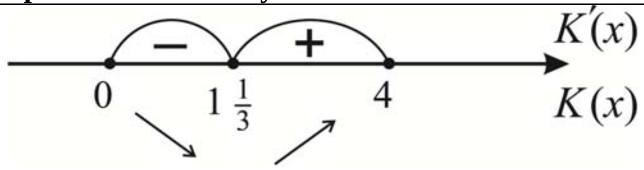
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		**5**	
19.1		**1**	
	Ats.: 15^o	• 1	Už teisingą atsakymą.
		2	
19.2	Pagal sinusų teoremą: $\frac{6}{\sin 30^0}=\frac{AC}{\sin 135^0}$	• 1	Už teisingai pritaikytą sinusų teoremą.
	$\frac{6}{\frac{1}{2}}=\frac{AC}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ $AC=6\sqrt{2}$ cm	• 1	Už įrašytas teisingas kampų sinusų reikšmes ir gautą teisingą atsakymą.
19.3		**2**	
	$S=\frac{1}{2}AC\cdot BC\sin 15^0=\frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{2}\cdot 6\cdot \sin 15^0=$	• 1	Už teisingai pasirinktą būdą plotui apskaičiuoti.
	$=3\sqrt{2}\cdot 6\cdot \sin 15^0\approx 6{,}6$ cm^2 *Ats.*: 6,6 cm^2	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
20		**4**	
20.1		**1**	
	$5!=120$ būdų *Ats.*: 120	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
20.2		**1**	
	Ekologiškais produktais prekiaujantys ūkininkai bus greta $2\cdot 4!=48$ (arba $2\cdot 3!\cdot 4=48$) būdais	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
20.3		**2**	
	I būdas Ekologiškais produktais prekiaujantys ūkininkai nebus greta $5!-2\cdot 4!=72$ būdais	• 1	Už teisingai apskaičiuotas įvykiui palankias baigtis.
	$P(nebus\ greta)=\frac{72}{120}=\frac{3}{5}$ *Ats.*: $P(nebus\ greta)=\frac{3}{5}$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas $P(bus\ greta)=\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad ekologiškais produktais prekiaujantys ūkininkai bus greta.
	$P(nebus\ greta)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ *Ats.*: $P(nebus\ greta)=\frac{3}{5}$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
21		**3**	
	$\cos x + 2\cos(x+\pi) = \frac{1}{2}$ $\cos x - 2\cos x = \frac{1}{2}$ $\cos x = -\frac{1}{2}$	• 1	Už teisingai pertvarkytą lygtį.
	$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$	• 1	Už teisingai užrašytus visus gautos lygties sprendinius.
	$x = -\frac{2\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}$	• 1	Už teisingą atsakymą.
22		**6**	
22.1		**1**	
	Antrojo mėnesio gale Antanas turės sumokėti palūkanų: $(12\ 000 - 250)\cdot 0{,}03 = 352{,}5$(Eur) Iš viso antrojo mėnesio gale Antanas sumokės 250 + 352,5 = 602,50 (Eur)	• 1	Už atliktus teisingus skaičiavimus.
22.2		**2**	
	$12\,000\cdot 0{,}03 + (12\ 000 - 250)\cdot 0{,}03 +$ $+ (12\,000 - 250\cdot 2)\cdot 0{,}03 + 250\cdot 3 = 1807{,}5$(Eur)	• 1	Už teisingai apskaičiuotą sumą, kiek Antanas turės sumokėti bankui pirmojo arba trečiojo mėnesio gale.
	Ats.: 1 807,5 Eur	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
22.3		**3**	
	Palūkanos per 4 metus arba per 48 mėnesius bus: $P = 12000\cdot 0{,}03 + 11750\cdot 0{,}03 + 11500\cdot 0{,}03 + ...$ $+ 250\cdot 0{,}03 = 0{,}03(12000 + 11750 + 11500 + ... +$ $+ 250)$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	Dėmenys 12000, 11750, 11500, …, 250 sudaro aritmetinę progresiją. $S_{48} = \frac{12000+250}{2}\cdot 48 = 294000$ $P = 0{,}03\cdot 294000 = 8820$(Eur)	• 1	Už teisingą aritmetinės progresijos 48 narių sumos apskaičiavimą.
	Iš viso per 4 metus Antanas turės grąžinti: $250\cdot 48 + P + 12\,000\cdot 0{,}018 = 21036$(Eur) *Ats.:* 21 036 Eur	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
23		**7**	
23.1		**1**	
	I būdas Lygybės $1 = 1^3$ ir $1 = -1(1-2)$ yra teisingos, todėl taškas (1; 1) priklauso abiejų funkcijų grafikams.	• 1	Už teisingą pagrindimą.
	II būdas		

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
	Grafikų susikirtimo taške funkcijų reikšmės lygios, todėl teisinga lygybė: $x^3 = -x(x-2)$, $x_1 = -2,\ x_2 = 0,\ x_3 = 1.$ Kai $x = 1$, tai $y = 1^3 = 1$, t. y. (1; 1) – ieškomos taško *A* koordinatės.	• 1	Už teisingą pagrindimą.
	Pastaba. 23.1. Taškas skiriamas ir tuo atveju, kai sudaręs lygtį, mokinys jos nesprendžia, o patikrina, kad ji pavirsta teisinga lygybe, kai $x = 1$.		
23.2		**2**	
	I būdas $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$, $k = f'(1)$, $f'(x) = 3x^2,\ f'(1) = 3.$ $f(x_0) = f(1) = 1$, $y = 1 + 3(x-1)$, $y = 3x - 2.$ Įrodyta.	• 1 • 1	Už teisingai apskaičiuotą $f'(1)$. Už teisingai gautą lygtį.
	II būdas $y = kx + l$, $k = f'(1)$ $f'(x) = 3x^2,\ f'(1) = 3 = k$ Taškas *A* priklauso liestinei, todėl: $1 = 3 \cdot 1 + l,\ l = -2$, $y = 3x - 2.$ Įrodyta	• 1 • 1	Už teisingai apskaičiuotą liestinės krypties koeficiento *k* reikšmę. Už teisingai apskaičiuotą *l* reikšmę.
23.3		**4**	
			
	Randame taško *B* abscisę: $3x - 2 = 0,\ x = \frac{2}{3}.$ Taško *C* abscisė lygi 2. $S_1 = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot DA;\quad S_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{1}{6}.$ $S_2 = \int_1^2 (2x - x^2)\,dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big\|_1^2 = \frac{2}{3}.$ $S_1 + S_2 = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}.$ Ats.: $S = \frac{5}{6}.$	• 1 • 1 • 1 • 1	Už taškų *B* ir *C* abscisių nustatymą. Už teisingai apskaičiuotą trikampio *ABD* plotą. Už teisingai apskaičiuotą kreivinės trapecijos *ADC* plotą. Už teisingai gautą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
24		**3**	
	I būdas  $\angle 1 = \angle 2$ – įbrėžtiniai kampai, kurie remiasi į tą patį lanką *AB*.	• 1	Už pastebėjimą ir pagrindimą, kad $\angle 1 = \angle 2$.
	Kadangi $\angle 1 = \angle 2$ ir $\angle 1 = \angle 3$, nes $AD \parallel BC$, AC – kirstinė, tai $\angle 2 = \angle 3$.	• 1	Už įrodymą, kad $\angle 2 = \angle 3$.
	$\Delta\, ABD = \Delta\, ACD$, nes *AD* – bendra, $\angle 2 = \angle 3$ (įrodyta), $\angle\, ABD = \angle\, ACD$ (remiasi į lanką *AD*). $\angle\, BAD = \angle\, CDA$ (jei trikampiai turi du lygius kampus, tai ir tretieji jų kampai yra lygūs). Taigi $AB = CD$.	• 1	Už trikampių *ABD* ir *ACD* lygumo įrodymą.
	II būdas  $\angle 1 = \angle 2$ – įbrėžtiniai kampai, kurie remiasi į tą patį lanką *AB*.	• 1	Už pastebėjimą ir pagrindimą, kad $\angle 1 = \angle 2$.
	$\angle 1 = \angle 3$, nes $AD \parallel BC$, AC – kirstinė; $\angle 2 = \angle 4$, – nes $AD \parallel BC$, BD – kirstinė. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.	• 1	Už įrodymą, kad $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$.
	$\angle\, AMB = \angle\, CMD$ – kryžminiai. $BM = MC$, $AM = MD$, nes trikampiai *BMC* ir *AMD* lygiašoniai. $\Delta\, AMB = \Delta\, CMD$ pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų. Taigi, $AB = CD$.	• 1	Už trikampių *AMB* ir *CMD* lygumo įrodymą.
	III būdas  Trikampiai *AOB*, *BOC*, *COD* ir *AOD* lygiašoniai, nes kiekvieno dvi kraštinės lygios apskritimo spinduliui.	• 1	Už pastebėjimą, kad trikampiai *AOB*, *BOC*, *COD* ir *AOD* lygiašoniai.
	$\angle 1 + \angle 2 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, Vidaus vienašalių kampų prie dviejų lygiagrečių tiesių *BC* ir *AD* suma.	• 1	Už teisingai pritaikytą dviejų kampų prie lygiagrečių tiesių ir kirstinės savybę.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
	$2\angle 2 = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 3)$ $\angle AOB = 180^\circ - 2\cdot\angle 2 = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 3)$, $\angle COD = 180^\circ - 2\cdot\angle 4 = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 3)$.		
	$\Delta AOB = \Delta OCD$ pagal dvi kraštines ir kampą tarp jų. Taigi, $AB = CD$.	• 1	Už teisingai pritaikytą trikampių lygumo požymį.
	IV būdas  Brėžiame skersmenį, statmeną stygoms *BC* ir *AD*.	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	Trikampiai *AOD* ir *BOC* – lygiašoniai, todėl aukštinės *OM* ir *ON* atitinkamai yra trikampių pusiaukraštinės $BM = MC$, $AN = ND$.	• 1	Už lygiašonio trikampio aukštinės savybės teisingą pritaikymą.
	$BM = MC$, $BC \perp MN$ taškai *B* ir *C* simetriški tiesės *MN* atžvilgiu. Analogiškai taškai *A* ir *D* yra simetriški tiesės *MN* atžvilgiu. *AB* simetriška *CD* tiesės *MN* atžvilgiu, todėl $AB = CD$.	• 1	Už teisingą atkarpų *AB* ir *CD* simetriškumo tiesės *MN* atžvilgiu įrodymą.
25		**6**	
25.1		**2**	
	$BC = \sqrt{1+x^2}$ $AB = 4 - x$ $K(x) = 1000(4-x) + 1250\sqrt{1+x^2} =$ $= 250\left(16 - 4x + 5\sqrt{1+x^2}\right)$	• 1 • 1	Už teisingai išreikštus per *x* atstumus *BC* ir *AB*. Už teisingai sudarytą kainos funkciją.
25.2		**4**	
	$K'(x) = 0$ $K'(x) = 250\cdot\dfrac{5x - 4\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}}$ $250\cdot\dfrac{5x - 4\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}} = 0$ $x^2 = \dfrac{16}{9}$ $x = \dfrac{4}{3}$ arba $x = -\dfrac{4}{3}$ (netinka)	• 1 • 1 • 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (kritinių taškų ieškojimą prilyginant funkcijos išvestinę 0). Už teisingai apskaičiuotą išvestinę ($K'(x)$). Už teisingai apskaičiuotas kritinių taškų *x* koordinates.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
	 $K'(1) < 0$ $K'(2) > 0$ *Ats.:* $x = 1\frac{1}{3}$ km (arba $1\frac{1}{3}$)	• 1	Už teisingą pagrindimą, kad kai $x = 1\frac{1}{3}$ km kaina bus mažiausia.
26		**4**	
	I būdas $\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b}$ $\frac{2(a+d)}{a} = \frac{3(a+2d)}{2(a+d)}$ $4(a+d)^2 = 3a(a+2d)$ $a^2 + 2ad + 4d^2 = 0$ $D = -12d^2 < 0$ Su bet kuria realia d reikšme ($d \neq 0$, nes $a \neq b$) $D < 0$ ir kvadratinė lygtis sprendinių neturi. Todėl, kai realieji skaičiai *a, b* ir *c* yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai, skaičiai *a,2b* ir 3*c* negali būti trys iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. *Ats.:* Negali.	• 2 • 1 • 1	Po 1 tašką už teisingą aritmetinės ir geometrinės progresijos savybių taikymą. Už kvadratinės lygties su dviem nežinomaisiais teisingą diskriminanto išraišką. Už teisingą argumentavimą, kad tokia geometrinė progresija neegzistuoja.
	II būdas $\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b}$ $\frac{a+c}{a} = \frac{c}{a+c}$ $(a+c)^2 = ac$ $a^2 + ac + c^2 = 0$ $D = -3c^2 < 0$ Su bet kuria realia *c* reikšme ($c \neq 0$, nes, kai $c = 0$ pagal geometrinės progresijos apibrėžimą turi būti ir $b = 0$, o tada pagal aritmetinės progresijos apibrėžimą $a = 0$, kas prieštarauja sąlygai $a \neq b$) $D < 0$ ir kvadratinė lygtis sprendinių neturi. Todėl, kai realieji skaičiai *a, b* ir *c* yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai, skaičiai *a,2b* ir 3*c* negali būti trys iš eilės einantys geometrinės progresijos nariai. *Ats.:* Negali.	• 2 • 1 • 1	Po 1 tašką už teisingą aritmetinės ir geometrinės progresijos savybių taikymą. Už kvadratinės lygties su dviem nežinomaisiais teisingą diskriminanto išraišką. Už teisingą argumentavimą, kad tokia geometrinė progresija neegzistuoja.