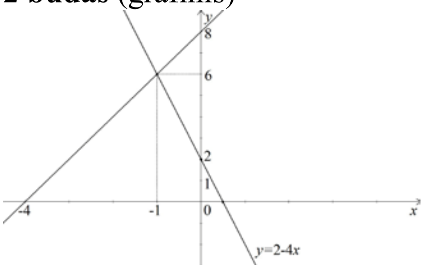
PATVIRTINTA
Nacionalinio egzaminų centro direktoriaus
2011-06-14 įsakymu Nr. (7.1)-S1-32

2011 m. matematikos valstybinio brandos egzamino
VERTINIMO INSTRUKCIJA
Pagrindinė sesija

1–8 uždavinių atsakymai

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8
Ats.	C	C	B	D	E	E	C	A

Kitų uždavinių sprendimo nurodymai ir atsakymai

Užd.	Sprendimas / Atsakymas	Taškai	Vertinimas
9		**3**	
	1 būdas $\begin{cases} y = 2-4x, \\ -2x+(2-4x)=8, \end{cases}$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo (keitinio arba sudėties) pritaikymą: gaunama teisinga vieno kintamojo lygtis.
	$x=-1$,	• 1	Už teisingai apskaičiuotą x reikšmę.
	$y=6$. *Ats.:* $(-1; 6)$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą y reikšmę.
	2 būdas (grafinis) 	• 1	Už teisingai nubraižytą $y=2-4x$ grafiką.
		• 1	Už teisingai nubraižytą $y=2x+8$ grafiką.
	Ats.: $(-1; 6)$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastabos: 1. Jei sistemos sprendinį atspėja ir patikrina, bet neįrodo, kad daugiau sprendinių nėra, skiriamas *1 taškas*.
2. Jeigu sprendinį atspėja ir įrodo, kad daugiau sprendinių nėra, skiriami *3 taškai*.

Užd.	Sprendimas / Atsakymas	Taškai	Vertinimas
10		**2**	
	$\frac{a+4+c}{3}=5$ (arba $a+4+c=5\cdot 3$)	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pritaikymą.
	Iš nelygybės $a<4$ išplaukia galimos a reikšmės: 1; 2; 3. Kad c būtų didžiausia reikšmė, a reikšmė turi būti lygi 1. Nagrinėjame galimas c reikšmes: $5;6;7;8;9;10$. Kai $c=10$, $\frac{1+4+10}{3}=5$. Vadinasi, $c=10$. *Ats.:* 10.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

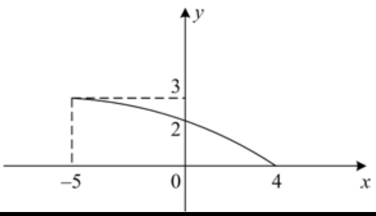
11		**2**	
	Palyginame pusrutulio ir kūgio tūrius: $\frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{2}{3}\pi R^3$,	• 1	Už teisingų tūrių palyginimą.
	$H = 2R$ *Ats.:* 2 kartus (arba $H = 2R$; arba $\frac{H}{R} = 2$).	• 1	Už teisingą atsakymą.

Pastabos: 1. Jeigu **11** uždavinyje pasirinkta konkreti R reikšmė ir gautas teisingas atsakymas, skiriami *2 taškai*.

2. Jeigu **11** uždavinyje pasirinkta konkreti H reikšmė ir gautas teisingas atsakymas, skiriami *2 taškai*.

12		**6**	
	12.1. *Ats.:* $x = 1$; $y = 0$ (arba $(1;\ 0)$).	• 1	Už teisingą atsakymą.
	12.2. $x > 1$. *Ats.:* $x > 1$.	• 1	Už teisingą atsakymą.
	12.3. $\lg\frac{1}{10} = -1$.	• 1	Už teisingai nustatytą $\lg\frac{1}{10}$ reikšmę.
	$a = -2,\ b = 0$. *Ats.:* $-2;\ -1;\ 0$ (arba $a = -2,\ b = 0$.) arba $0;\ -1;\ -2$ (arba $a = 0,\ b = -2$.)	• 1	Už teisingai nustatytas a ir b reikšmes.
	12.4. $\lg(2x+2) = 3$ arba $\lg(2x+2) = \lg 10^3$ $2x + 2 = 1000$,	• 1	Už logaritmo apibrėžimo teisingą pritaikymą.
	$x = 499$. *Ats.:* $x = 499$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastaba. Jeigu **12.1** atveju neteisingai nustatyta x reikšmė, bet **12.2** teisingai užrašė x reikšmių intervalą arba nelygybę, jam skiriamas *1 taškas*.

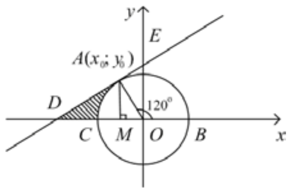
13		**5**	
	13.1. $4 - x \geq 0$, $x \leq 4$. *Ats.:* $x \leq 4$.	• 1	Už teisingą atsakymą.
	13.2. $\sqrt{4 - x} = 3$,	• 1	Už lygties sudarymą.
	$4 - x = 9$, $x = -5$. *Ats.:* -5.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	13.3. Susikirtimo su ašimis ta škai: (4; 0), (0; 2) arba O_x ašį kerta, kai $x = 4$, o O_y ašį kerta, kai $y = 2$.	• 1	Už teisingai užrašytas taškų koordinates.
		• 1	Už teisingai nubraižytą grafiko dalį.

Pastaba. Jei **13.3** taškai teisingai pažymėti brėžinyje, tai skiriamas *1 taškas*.

14		**3**	
	$10 + 0{,}2x$ – mokestis litais už pokalbius telefonu ne vasaros mėnesį.	• 1	Už teisingai sudarytą reiškinį mokesčiui už ne vasaros mėnesio pokalbius apskaičiuoti.
	Sumokėjo per metus bendrovei: $3 \cdot 15 + 9 \cdot (10 + 0{,}2x) =$	• 1	Už teisingai sudarytą reiškinį mokesčiui per metus apskaičiuoti.
	$= 1{,}8x + 135$. *Ats.:* $1{,}8x + 135$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą (už teisingai sutrauktus panašiuosius narius).

Pastabos: 1. Sprendimas $15 \cdot 3 + 10 \cdot 9 + 0{,}2x \cdot 9 = 1{,}8x + 135$ vertinamas *3 taškais*.

2. Už abonentinio mokesčio metams paskaičiavimą, 135 Lt, skiriamas *1 taškas*.

15		11	
	 **15.1.** ΔOAD – statusis, nes $DE \perp AO$.	• 1	Už pastebėjimą, kad ΔOAD – statusis.
	$\angle AOD = 60°$, vadinasi, $\angle ADO = 90° - 60° = 30°$.	• 1	Už pagrindimą, kad $\angle ADO = 30°$.
	15.2. **1 būdas** $x_0 = 2\cos 120°$, $y_0 = 2\sin 120°$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą taško A koordinatėms apskaičiuoti.
	$x_0 = -1$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą x_0 reikšmę.
	$y_0 = \sqrt{3}$ *Ats.:* $x_0 = -1$, $y_0 = \sqrt{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą y_0 reikšmę.
	2 būdas Nagrinėjame statųjį trikampį ΔAOM $MO = 1$, $AM = \sqrt{3}$.	• 1	Už ΔAMO bent vi eno statinio ilgio nustatymą.
	todėl $x_0 = -1$;	• 1	Už teisingai nustatytą x_0 reikšmę.
	$y_0 = \sqrt{3}$ *Ats.:* $x_0 = -1$, $y_0 = \sqrt{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą y_0 reikšmę.
	15.3. Skritulio i špjovos AOC plotas $S_1 = \frac{\pi \cdot 2^2}{360} \cdot 60 = \frac{2\pi}{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą skritulio išpjovos AOC plotą.
	Statinio AD ilgis yra $2 \cdot \mathrm{tg}60° = 2\sqrt{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą statinio AD ilgį (arba įžambinės OD ilgį).
	ΔAOD plotas $S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą ΔAOD plotą.
	Užbrūkšniuotos dalies plotas $S = S_2 - S_1 = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$. *Ats.:* $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	15.4. Tiesės $y = mx + b$ krypties ko eficientas $m = \mathrm{tg}\angle ADO = \mathrm{tg}30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą m reikšmę.
	Taško $A(-1; \sqrt{3})$ koordinatės tenkina liestinės lygtį: $\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}(-1) + b \Rightarrow b = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. *Ats.:* $m = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $b = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą b reikšmę.

16		2	
	$\begin{cases} a_1 + 9d = \sqrt{2}, \\ a_1 + 18d = \sqrt{3}, \end{cases}$	• 1	Už teisingai sudarytą lygčių sistemą.
	$a_1 = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}.$ *Ats.:* $a_1 = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}.$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastaba. Jei mokinys parašo $9d = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ jam skiriamas pirmas taškas.

<table>
<tr><th>17</th><th></th><th>2</th><th></th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td>1 būdas
Skaičių 25 ir 30 bendrasis mažiausias kartotinis lygus 150.</td><td>• 1</td><td>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (bendrojo mažiausio kartotinio nustatymą).</td></tr>
<tr><td>8 val. + 150 min. = 10 val. 30 min.
Ats.: 10 val. 30 min.</td><td>• 1</td><td>Už gautą teisingą atsakymą.</td></tr>
<tr><td>2 būdas
<table>
<tr><th colspan="2">Laikas, kai baigia gaminti eilinę dėžę</th></tr>
<tr><th>I jaunuolis</th><th>II jaunuolis</th></tr>
<tr><td>8.25</td><td>8.30</td></tr>
<tr><td>8.50</td><td>9.00</td></tr>
<tr><td>9.15</td><td>9.30</td></tr>
<tr><td>9.40</td><td>10.00</td></tr>
<tr><td>10□05</td><td>10.30</td></tr>
<tr><td>10.30</td><td></td></tr>
</table></td><td>• 1</td><td>Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą (nuosekliai išrašomi abiejų jaunuolių dėžių pagaminimo laikai).</td></tr>
<tr><td>Ats.: 10 val. 30 min.</td><td>• 1</td><td>Už teisingą atsakymą.</td></tr>
</table>

Pastabos: 1. Jeigu mokinys nustatė kitą skaičių 25 ir 30 kartotinį vietoje bendro mažiausio, o toliau sprendė teisingai, skiriamas *1 taškas.*

2. *1 taškas* skiriamas ir tuo atveju, jeigu nėra nuosekliai parodyta, kaip gautas 150 minučių skaičius.

18		**3**	
	1 būdas $f'(x)=\frac{1\cdot(x+1)-(x-3)\cdot 1}{(x+1)^2}=\frac{4}{(x+1)^2}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą funkcijos išvestinę.
	Kadangi $f'(x)>0$, kai $x\in[0;\,2]$, tai funkcija $f(x)$ yra didėjanti. Todėl pakanka apskaičiuoti funkcijos reikšmes intervalo galuose:	• 1	Už teisingą argumentavimą, kodėl pakanka apskaičiuoti funkcijos reikšmes intervalo galuose.
	$f(0)=-3;\ \ f(2)=-\frac{1}{3}$. *Ats.:* Mažiausia reikšmė yra -3, didžiausia reikšmė yra $-\frac{1}{3}$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	2 būdas $f(x)=1-\frac{4}{x+1}$.	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	Intervale $[0;\,2]$ trupmenos va rdikliui didėjant, reiškinio $\frac{4}{x+1}$ reikšmė mažėja, todėl funkcija $f(x)$ didėjanti.	• 1	Už pagrindimą, kad intervale $[0;\,2]$ funkcija $f(x)$ didėjanti.
	$f(0)=-3,\ \ f(2)=-\frac{1}{3}$ *Ats.:* Mažiausia reikšmė yra -3, didžiausia reikšmė yra $-\frac{1}{3}$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastaba. Sprendimas $f(0)=-3,\ \ f(2)=-\frac{1}{3}$ vertinamas *1 tašku*.

19		**4**	
	Pertvarkę lygtį gauname: $1+3\cos^2 x=4\cos x$,	• 1	Už teisingai pertvarkytą lygtį.
	$3\cos^2 x-4\cos x+1=0$. Pažymėję $\cos x=t$, gauname: $3t^2-4t+1=0$, $t_1=1;\ t_2=\frac{1}{3}$;	• 1	Už keitinį ir kvadratinės lygties išsprendimą.
	$\cos x=1$, $x=2\pi k,\ k\in\mathbf{Z}$.	• 1	Už lygties $\cos x=1$ išsprendimą.
	$\cos x=\frac{1}{3}$; $x=\pm\arccos\frac{1}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbf{Z}$. *Ats.:* $\pm\arccos\frac{1}{3}+2\pi k;\ 2\pi k,\ k\in\mathbf{Z}$.	• 1	Už lygties $\cos x=\frac{1}{3}$ išsprendimą.

Pastaba. Jei pirmuoju žingsniu neteisingai pertvarkyta lygtis, bet gautąją kvadratinę lygtį išsprendžia teisingai, jam skiriami likę *3 taškai*.

20		**4**	
	1 būdas Per dve jus m etus buvo pa sodintos $900 \cdot 0{,}75 = 675$ (pušys).	• 1	Už pe r dve jus m etus pa sodintų pušų skaičiaus nustatymą.
	Pirmaisiais metais buvo pasodinta $900 \cdot 0{,}6 = 540$ (medžių).	• 1	Už medžių, pasodintų per pirmuosius metus, skaičiaus nustatymą.
	Kitų medžių pasodinta $900 - 675 = 225$ (medžiai).	• 1	Už kitų medžių (ne pušų) skaičiaus nustatymą.
	Pirmaisiais metais turėjo būti pasodinta mažiausiai $540 - 225 = 315$ (pušų). *Ats.:* 315 pušų.	• 1	Už teisingą atsakymą.
	2 būdas Per du metus buvo pasodintos $900 \cdot 0{,}75 = 675$ (pušys).	• 1	Už pe r dve jus m etus pasodintų pušų skaičiaus nustatymą.
	Pirmaisiais metais buvo pasodinta $900 \cdot 0{,}6 = 540$ (medžių).	• 1	Už medžių, pasodintų per pirmuosius metus, skaičiaus nustatymą.
	Antraisiais metais buvo pasodinta $900 - 540 = 360$ (medžių).	• 1	Už m edžių, pasodintų per antruosius metus, skaičiaus nustatymą.
	Mažiausiai pušų pirmaisiais metais, kai antraisiais pasodinta daugiausia $675 - 360 = 315$ (pušų). *Ats.:* 315 pušų.	• 1	Už teisingą atsakymą.

21		**4**	
	Iš vi so J onas t uri 8 varžovus – 2 stipresnius ir 6 silpnesnius.	• 1	Už stipresnių ir silpnesnių varžovų skaičiaus nustatymą.
	Tikimybė, kad žais ir nugalės stipresnį varžovą, yra $\frac{2}{8} \cdot 0{,}3 = \frac{3}{40}$ (arba $0{,}075$).	• 1	Už tikimybės žaisti ir nugalėti stipresnį varžovą apskaičiavimą.
	Tikimybė, kad žais ir nugalės silpnesnį varžovą, yra $\frac{6}{8} \cdot 0{,}8 = \frac{3}{5}$ (arba $0{,}6$),	• 1	Už tikimybės žaisti ir nugalėti silpnesnį varžovą nustatymą.
	$\frac{3}{40} + \frac{3}{5} = \frac{27}{40}$ (arba $0{,}675$). *Ats.:* $\frac{27}{40}$ (arba $0{,}675$).	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastaba. Sprendimas $\frac{1}{8} \cdot 0{,}3 + \frac{1}{8} \cdot 0{,}3 + \frac{1}{8} \cdot 0{,}8 + \frac{1}{8} \cdot 0{,}8 + \frac{1}{8} \cdot 0{,}8 + \frac{1}{8} \cdot 0{,}8 + \frac{1}{8} \cdot 0{,}8 + \frac{1}{8} \cdot 0{,}8 = \frac{27}{40}$ vertinamas *4 taškais*.

22		**5**	
	$5-x^2=0$, $x=\pm\sqrt{5}$.	• 1	Už teisingą kvadratinės lygties $5-x^2=0$ bent vieną sprendinį.
	$AB=\sqrt{5}-(-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$.	• 1	Už kraštinės *AB* ilgio apskaičiavimą.
	$S_1=\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}}(5-x^2)dx=\left(5x-\frac{1}{3}x^3\right)\Big\|_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}}=$ $=\frac{20\sqrt{5}}{3}$.	• 1	Už kreivinės trapecijos *AEB* ploto apskaičiavimą.
	Pažymėję kraštinės *BC* ilgį raide a, sudarome lygtį: $\frac{20}{3}\sqrt{5}=a\cdot 2\sqrt{5}$,	• 1	Už lygties kraštinės *BC* ilgiui apskaičiuoti sudarymą.
	$a=3\frac{1}{3}$. *Ats.*: $3\frac{1}{3}$ ir $2\sqrt{5}$.	• 1	Už stačiakampio kraštinės *BC* ilgio apskaičiavimą.

Pastaba. Jei kreivinės trapecijos plotą apskaičiuoja pagal formulę $S=AB\cdot\frac{2}{3}OE$, tai trečiasis taškas skiriamas.