2013 m. matematikos valstybinio brandos egzamino pavyzdinės užduoties VERTINIMO INSTRUKCIJA

I dalis

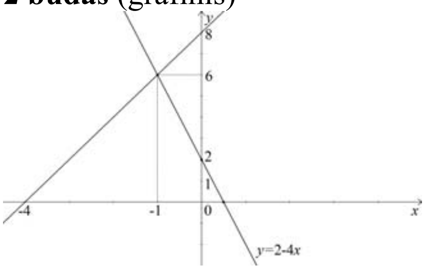
1–13 uždavinių atsakymai

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ats.	**B**	**D**	**C**	**B**	**D**	**C**	**D**	**A**	**B**	**C**	**D**	**A**	**A**

II dalis

14	5 (arba 5 Lt)
15	$x=1;\ \ y=0$ (arba $(1;\,0)$)
16	$\frac{1}{7}\left(\text{arba } \frac{4}{28}\right)$
17	10
18	2 kartus (arba $H=2R$; arba $\frac{H}{R}=2$)
19	$a_1=2\sqrt{2}-\sqrt{3}.$
20	4,5 (arba $4\frac{1}{2}$, arba $\frac{9}{2}$)
21	2
22	Nėra sprendinių (arba $\varnothing$)
23	$2\pi+4$
24	15
25	80

III dalis

Užd.	Sprendimas / Atsakymas	Taškai	Vertinimas
26		**3**	
	1 būdas $\begin{cases} y = 2 - 4x, \\ -2x + (2 - 4x) = 8, \end{cases}$	• 1	Už teisingo sprendimo būdo (keitinio arba sudėties) pritaikymą: gaunama teisinga vieno kintamojo lygtis.
	$x = -1,$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą x reikšmę.
	$y = 6.$ *Ats.:* $(-1; 6).$	• 1	Už teisingai apskaičiuotą y reikšmę.
	2 būdas (grafinis)  	• 1	Už teisingai nubraižytą $y = 2 - 4x$ grafiką.
		• 1	Už teisingai nubraižytą $y = 2x + 8$ grafiką.
	Ats.: $(-1; 6).$	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastabos: 1. Jei sistemos sprendinį atspėja ir patikrina, bet neįrodo, kad daugiau sprendinių nėra, skiriamas *1 taškas*.
2. Jeigu sprendinį atspėja ir įrodo, kad daugiau sprendinių nėra, skiriami *3 taškai*.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
27		**4**	
27.1	$f'(x) = \dfrac{3x^2}{6} - \dfrac{2x}{6} + m =$	• 1	Už teisingai apskaičiuotas bent dviejų funkcijos narių išvestines.
	$= \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{3} + m.$ $m = 4.$ *Ats.:* 4.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
27.2	$\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{3} + 4 = 4,$ $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x}{3} = 0,$ $x_1 = 0, x_2 = \dfrac{2}{3}.$ *Ats.:* $0, \dfrac{2}{3}.$	• 2	Po tašką už kiekvieną lygties sprendinį.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas		Taškai	Vertinimas
28			**4**	
28.1	*Ats.:* $[0; +\infty)$ (arba $x \ge 0$).		• **1**	Už teisingą atsakymą.
28.2	*I būdas* $\dfrac{1}{4}x + 2 = \sqrt{x} + 1.$	*II būdas* $f'(x_0) = k$.	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas		Taškai	Vertinimas
	$\sqrt{x}=t$, $t^2-4t+4=0$, $x_0=4$,	$\dfrac{1}{2\sqrt{x_0}}=\dfrac{1}{4}$, $x_0=4$,	• 1	Už teisingai apskaičiuotą taško *D* abscisę.
	$y_0=3$. *Ats.:* (4; 3).	$y_0=3$. *Ats.:* (4; 3).	• 1	Už užrašytą taško *D* teisingą ordinatę.
	Pastaba. Už teisingą atsakymą be pagrindimo skiriamas *1 taškas*.			

Užd.	Sprendimas ir atsakymas		Taškai	Vertinimas
29			**4**	
29.1	$\dfrac{2}{\sin 45°}=2R$, $R=\sqrt{2}$. *Ats.:* $\sqrt{2}$. (arba $\dfrac{2}{\sqrt{2}}$, arba $\approx 1{,}4$)		• 1 • 1	Už teisingai pritaikytą sinusų teoremą trikampiui BDC. Už teisingai apskaičiuotą spindulio ilgį.
29.2	*I būdas* $\dfrac{AB}{\sin 135°}=2\sqrt{2}$,	*II būdas* $\dfrac{AB}{\sin 135°}=2R$,	• 1	Už teisingai pritaikytą sinusų teoremą trikampiui ADB.
	$AB=2$, $AB=BC$. Įrodyta.	$\dfrac{BC}{\sin 45°}=2R$, $\dfrac{AB}{\sin 135°}=\dfrac{BC}{\sin 45°}$, $\sin 135°=\sin 45°$, tai $AB=BC$. Įrodyta.	• 1	Už teisingą pagrindimą, kodėl $AB=BC$.

30		**3**	
	1 būdas $f'(x)=\dfrac{1\cdot(x+1)-(x-3)\cdot 1}{(x+1)^2}=\dfrac{4}{(x+1)^2}$.	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą. (Už teisingai apskaičiuotą funkcijos išvestinę.)
	Intervale [0; 2] funkcijos išvestinė įgyja teigiamas reikšmes, todėl funkcija $f(x)$ yra didėjanti. Pakanka apskaičiuoti funkcijos reikšmes intervalo galuose:	• 1	Už teisingą argumentavimą, kodėl pakanka apskaičiuoti funkcijos reikšmes intervalo galuose.
	$f(0)=-3$; $f(2)=-\dfrac{1}{3}$. *Ats.:* Mažiausia reikšmė yra -3, didžiausia reikšmė yra $-\dfrac{1}{3}$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
	2 būdas $f(x)=1-\dfrac{4}{x+1}$.	• 1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	Intervale [0; 2] trupmenos vardikliui didėjant, reiškinio $\dfrac{4}{x+1}$ reikšmės mažėja, todėl funkcija $f(x)$ didėjanti. Pakanka apskaičiuoti funkcijos reikšmes	• 1	Už teisingą argumentavimą, kodėl pakanka apskaičiuoti funkcijos reikšmes intervalo galuose.

	intervalo galuose:		
	$f(0)=-3, \quad f(2)=-\frac{1}{3}$ *Ats.:* Mažiausia reikšmė yra -3, didžiausia reikšmė yra $-\frac{1}{3}$.	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

Pastaba. Sprendimas $f(0)=-3, \quad f(2)=-\frac{1}{3}$ vertinamas *1 tašku*.

31		**3**	
31.1	Bus sužaistos $\frac{9\cdot 8}{2}=36$ rungtynės. Jonas turi 8 priešininkus, todėl ieškomas skaičius lygus $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$. *Ats.:* $\frac{2}{9}$ (arba $\frac{8}{36}$).	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.
31.2	Tikimybė Jonui pirmąsias savo rungtynes žaisti su stipresniu už save varžovu lygi $\frac{2}{8}$ (arba $\frac{1}{4}$, arba 0,25).	• 1	Už apskaičiuotą tikimybę pirmąsias savo rungtynes Jonui žaisti su stipresniu už save varžovu.
	Tikimybė Jonui šias rungtynes pralaimėti lygi $\frac{2}{8}\cdot(1-0{,}3)=\frac{7}{40}$ (arba $0{,}175$). *Ats.:* $\frac{7}{40}$ (arba $0{,}175$).	• 1	Už gautą teisingą atsakymą.

32		**4**	
	$5-x^2=0$, $x=\pm\sqrt{5}$. $AB=\sqrt{5}-(-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą kraštinės *AB* ilgį.
	$S=\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}}(5-x^2)dx=\left.\left(5x-\frac{1}{3}x^3\right)\right\|_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}}=$ $=\frac{20\sqrt{5}}{3}$.	• 1	Už teisingai apskaičiuotą kreivinės trapecijos plotą.
	Pažymėję kraštinės *BC* ilgį raide a, sudarome lygtį: $\frac{20}{3}\sqrt{5}=a\cdot 2\sqrt{5}$,	• 1	Už lygties kraštinės *BC* ilgiui apskaičiuoti sudarymą.
	$a=3\frac{1}{3}$. *Ats.:* $3\frac{1}{3}$ ir $2\sqrt{5}$.	• 1	Už stačiakampio kraštinės *BC* ilgio apskaičiavimą.

Pastaba. Jei kreivinės trapecijos plotą apskaičiuoja pagal formulę $S=AB\cdot\frac{2}{3}OE$, tai antrasis taškas skiriamas.