MATEMATIKA

2019 m. valstybinio brandos egzamino užduoties

PRIEDAS

MATEMATIKOS FORMULĖS

Greitosios daugybos formulės: $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

Aritmetinė progresija: $a_n = a_1 + d(n-1)$, $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$.

Geometrinė progresija: $b_n = b_1 q^{n-1}$, $S_n = \frac{b_1 - qb_n}{1-q} = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$.

Nykstamoji geometrinė progresija: $S = \frac{b_1}{1-q}$.

Sudėtinių procentų formulė: $S_n = S\left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^n$; čia S – pradinis dydis, p – procentai, n – kartai.

Trikampis: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

$S = \frac{1}{2}ab\sin C = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = rp = \frac{abc}{4R}$;

čia a, b, c – trikampio kraštinių ilgiai, A, B, C – prieš jas esančių kampų didumai,
p – pusperimetris, r ir R – įbrėžtinio ir apibrėžtinio apskritimų spindulių ilgiai, S – trikampio plotas.

Skritulys, apskritimas: $S = \frac{\pi R^2}{360°} \cdot \alpha$, $l = \frac{2\pi R}{360°} \cdot \alpha$; čia α – centrinio kampo didumas laipsniais, S – išpjovos plotas, l – išpjovos lanko ilgis, R – spindulio ilgis.

Kūgis: $S_{šon.\,pav.} = \pi Rl$, $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$; čia R – pagrindo spindulio ilgis, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Rutulys: $S = 4\pi R^2$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$; čia R – spindulio ilgis.

Nupjautinis kūgis: $S_{šon.\,pav.} = \pi(R+r)l$, $V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$; čia R ir r – pagrindų spindulių ilgiai, l – sudaromosios ilgis, H – aukštinės ilgis.

Nupjautinės piramidės tūris: $V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$; čia S_1, S_2 – pagrindų plotai, H – aukštinės ilgis.

Rutulio nuopjova: $S = 2\pi RH$, $V = \frac{1}{3}\pi H^2(3R - H)$; čia R – rutulio spindulio ilgis, H – nuopjovos aukštinės ilgis.

Erdvės vektoriaus ilgis: $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; čia $\vec{a} = (x; y; z)$.

Vektorių skaliarinė sandauga: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2 = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cos\alpha$; čia α – kampo tarp vektorių $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ir $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ didumas.

© Nacionalinis egzaminų centras, 2019

Trigonometrinių funkcijų sąryšiai:

$1+\mathrm{tg}^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$, $1+\mathrm{ctg}^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$, $2\sin^2\alpha=1-\cos 2\alpha$, $2\cos^2\alpha=1+\cos 2\alpha$,

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$, $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$, $\mathrm{tg}(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\mathrm{tg}\alpha\pm\mathrm{tg}\beta}{1\mp\mathrm{tg}\alpha\cdot\mathrm{tg}\beta}$.

Trigonometrinių funkcijų reikšmių lentelė:

α laipsniais	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**
α radianais	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg α	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–

Trigonometrinės lygtys:

$$\left[\begin{array}{l}\sin x=a,\\ x=(-1)^k\arcsin a+\pi k;\ \text{čia}\ \ k\in\boldsymbol{Z},\ -1\le a\le 1;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\cos x=a,\\ x=\pm\arccos a+2\pi k;\ \text{čia}\ \ k\in\boldsymbol{Z},\ -1\le a\le 1;\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\mathrm{tg}\ x=a,\\ x=\mathrm{arctg}\ a+\pi k;\ \text{čia}\ \ k\in\boldsymbol{Z},\ a\in\boldsymbol{R}.\end{array}\right.$$

Išvestinių skaičiavimo taisyklės:

$(cu)'=cu'$, $(u\pm v)'=u'\pm v'$, $(uv)'=u'v+uv'$, $\left(\dfrac{u}{v}\right)'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$;

čia u ir v – diferencijuojamosios funkcijos, c – konstanta.

Funkcijų išvestinės: $(a^x)'=a^x\ln a$, $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$.

Sudėtinės funkcijos $h(x)=g(f(x))$ **išvestinė:** $h'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$.

Funkcijos grafiko liestinės taške $(x_0;\ f(x_0))$ **lygtis:** $y=f(x_0)+f'(x_0)\cdot(x-x_0)$.

Pagrindinės logaritmų savybės: $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$, $\log_a\left(\dfrac{x}{y}\right)=\log_a x-\log_a y$, $\log_a x^k=k\log_a x$,

$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$.

Derinių skaičius: $C_n^k=C_n^{n-k}=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Gretinių skaičius: $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Tikimybių teorija: atsitiktinio dydžio X matematinė viltis $\mathbf{E}X=x_1p_1+x_2p_2+\ \dots\ +x_np_n$,

dispersija $\mathbf{D}X=(x_1-\mathbf{E}X)^2p_1+(x_2-\mathbf{E}X)^2p_2+\ \dots\ +(x_n-\mathbf{E}X)^2p_n$.